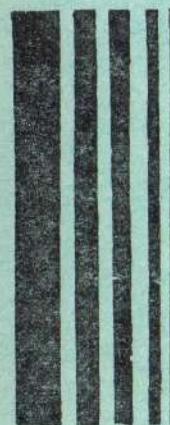


Бесплатно.

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР
ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОРНЫЙ ИНСТИТУТ им. АРТЕМА



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К РАСЧЕТНО-ПРОЕКТИРОВОЧНОМУ
ЗАДАНИЮ ПО РАЗДЕЛУ
«СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ БРУСА»
КУРСА
«СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ»

Днепропетровск
1979

GPE

СРВ

CPL

Министерство высшего и среднего специального
образования УССР

Днепропетровский ордена Трудового Красного Знамени
горный институт им. Артема

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К РАСЧЕТНО-ПРОЕКТИРОВОЧНОМУ ЗАДАНИЮ
ПО РАЗДЕЛУ "СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ БРУСА"
КУРСА "СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ"

(Кафедра строительной и
теоретической механики)

Днепропетровск
1979

К рассмотрению раздела "Сложное сопротивление прямого бруса большой жесткости" переходим после изучения основных видов деформации стержня: растяжение и сжатие, сдвиг (рез), кручение и изгиб.

В результате одновременного действия на тело сил, вызывающих различные виды указанных основных деформаций, возникает более сложная деформация. Так, валы машин подвергаются действию кручения и изгиба; стержни мостовых, крановых ферм помимо растяжения или сжатия испытывают еще и изгиб, обусловленный наличием в их узлах сварных или клепанных соединений.

В общем случае нагружения бруса в поперечном сечении могут действовать 6 компонентов внутренних сил: продольное усилие N , поперечные силы Q_x и Q_y , изгибающие моменты M_x и M_y , крутящий момент M_z , связанные с основными деформациями стержня.

К сложному сопротивлению относятся те виды деформаций бруса, при которых в его поперечных сечениях одновременно возникает не менее двух внутренних силовых факторов.

При поперечном изгибе в сечениях бруса возникает Q_y и M_x , но на прочность в этом случае наиболее существенное влияние оказывает изгибающий момент. Поэтому проектировочный расчет производят при учете только изгибающего момента M_x , и поперечный изгиб условно относят к простому нагружению. Полную же проверку прочности при поперечном изгибе осуществляют при учете как M_x , так и Q_y , как в случае сложного сопротивления.

При расчетах на сложное сопротивление обычно исходят из принципа независимости действия сил, в соответствии с которым внутренние усилия и деформации, вызванные действием совокупности сил, могут быть получены как суммы соответствующих величин, найденных от действия каждой из сил в отдельности. Принцип независимости действия сил, как известно, применим в случае линейных и небольших деформаций.

Таким образом, в пределах применимости принципа независимости действия сил сложное сопротивление ничем принципиально не отличается от простого. Однако, как уже отмечалось, многие реальные конструкции в процессе эксплуатации, как правило, испытывают сложное сопротивление и изучение последнего представляет практический интерес.

Рассмотрим некоторые случаи сложного сопротивления бруса.

I. КОСОЙ ИЗГИБ

I. I. Сведения из теории

Изгиб называют косым, если плоскость действия изгибающего момента, возникающего в поперечном сечении бруса, не совпадает ни с одной из его главных плоскостей. Различают плоский косой изгиб и пространственный косой изгиб.

При плоском косом изгибе углы, составляемые плоскостью изгибающего момента с главными центральными осями, во всех поперечных сечениях одинаковы, т.е. в этом случае все нагрузки расположены в одной плоскости (имеется общая для бруса силовая плоскость) и изогнутая ось бруса — плоская кривая.

При пространственном косом изгибе действующие на брус нагрузки расположены в разных плоскостях, соответственно углы между главными центральными осями и силовыми линиями непостоянны по длине бруса и изогнутая ось бруса — пространственная кривая.

Определение напряжений и перемещений выполняют на основе замены косого изгиба сочетанием двух прямых изгибов. Каждую из приложенных к брусу нагрузок нужно разложить на составляющие, расположенные в главных плоскостях.

При косом изгибе в поперечных сечениях бруса в общем случае возникают четыре внутренних силовых фактора: Q_x , Q_y , M_x и M_y . Проводя расчет на прочность при косом изгибе, обычно пренебрегают влиянием касательных напряжений, вызываемых поперечными силами Q_x и Q_y (в опасных точках сечения касательные напряжения либо равны нулю, либо весьма невелики).

На основании принципа независимости действия сил нормальные напряжения в произвольной точке поперечного сечения равны сумме напряжений отдельного действия моментов M_x и M_y :

$$\sigma = \sigma_{M_x} + \sigma_{M_y} \pm \frac{M_x}{J_x} y \pm \frac{M_y}{J_y} x, \quad (I)$$

где J_x , J_y — главные центральные моменты инерции;

x , y — координаты точки в системе главных центральных осей X , Y .

В формулу (I) координаты x и y точки, в которой определяется напряжение, подставляются с учетом их знаков в системе X , Y , а изгибающие моменты считаются положительными, если в точках положительной четверти осей координат X , Y создают растяжение.

Уравнение нейтральной (нулевой) линии при косом изгибе в любом поперечном сечении получим из формулы (I), положив $\sigma = 0$ и обозначив

координаты точек нейтральной линии через x_0 и y_0 . Тогда

$$\frac{M_x}{J_x} y_0 + \frac{M_y}{J_y} x_0 = 0.$$

Положение нейтральной линии характеризуется ее угловым коэффициентом

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{y_0}{x_0} = - \frac{M_y}{M_x} \frac{J_x}{J_y}. \quad (2)$$

В общем случае пространственного косого изгиба углы наклона нейтральных линий вдоль оси бруса не остаются постоянными, а изменяются в соответствии с изменением соотношения величин изгибающих моментов M_x и M_y . Величина $\frac{M_y}{M_x} = \operatorname{tg} \alpha$ определяет угол α наклона плоскости действия результирующего вектора момента \vec{M} (силовой линии $p-p$). Тогда выражение для угла наклона нейтральной линии можно представить в виде:

$$\operatorname{tg} \beta = - \frac{J_x}{J_y} \operatorname{tg} \alpha,$$

т.е. в отличие от прямого изгиба при косом изгибе нейтральная и силовая линии в общем случае (когда $J_x \neq J_y$) не будут взаимно перпендикулярны (рис. I).

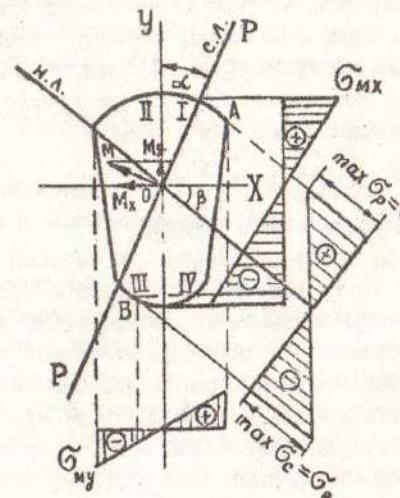


Рис. I.

В опасном сечении бруса нужно отыскать опасные точки. Очевидно, самыми напряженными будут точки, наиболее удаленные от нейтральной линии, для определения положения которых необходимо параллельно ней-

тральной линии провести прямые, касающиеся сечения (точки А и В на рис. I).

Наглядное представление о распределении напряжений по поперечному сечению бруса дают суммарные эпюры, для построения которых нужно провести базис эпюры перпендикулярно к нейтральной линии. Так как из формулы (I) следует, что эпюра σ линейна, то для ее построения, кроме известной нулевой точки, достаточно вычислить какую-либо одну ординату, например, для точки А (рис. I).

Для точек с максимальными растягивающими и сжимающими напряжениями в общем случае должны быть составлены два условия прочности:

$$\begin{aligned} \max \sigma_p &= \frac{M_x}{J_x} y_A + \frac{M_y}{J_y} x_A \leq [\sigma_p]; \\ |\max \sigma_c| &= \left| \frac{M_x}{J_x} y_B + \frac{M_y}{J_y} x_B \right| \leq [\sigma_c]. \end{aligned} \quad (3)$$

Для брусьев из материалов с $[\sigma_p] = [\sigma_c]$ используется лишь то из условий (3), которое соответствует большему по абсолютной величине напряжению. Для брусьев из хрупких материалов ($[\sigma_p] < [\sigma_c]$) первое из условий (3) достаточно, если $\max \sigma_p \geq |\max \sigma_c|$.

Для сечений с двумя осями симметрии, имеющих точки, наиболее удаленные от обеих главных центральных осей (например, прямоугольник, двутавр), именно эти точки (или одна из них) являются опасными, и условие прочности может быть записано в виде

$$\max \sigma = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \leq [\sigma], \quad (4)$$

где W_x и W_y — моменты сопротивления сечения.

Явление косого изгиба особенно опасно для сечений со значительно отличающимися друг от друга главными моментами инерции (например, для двутавра), балки с таким сечением хорошо работают на изгиб в плоскости наибольшей жесткости, но даже при небольших углах наклона плоскости внешних сил к плоскости наибольшей жесткости в балках возникают значительные дополнительные напряжения и деформации.

Для брусьев круглого сплошного, колышевого, квадратного и других сечений, у которых все центральные оси главные, косой изгиб, очевидно, невозможен, но обычный прямой изгиб будет лишь в том случае, когда все нагрузки действуют в одной плоскости; в противном случае имеет место пространственный изгиб.

Полное линейное перемещение U центра тяжести некоторого поперечного сечения (полный прогиб) равно геометрической сумме его перемещений (U_x, U_y) в направлениях главных центральных осей:

$$U = \sqrt{U_x^2 + U_y^2}. \quad (5)$$

Полный угол поворота Θ поперечного сечения определяется как геометрическая сумма углов поворота (θ_x, θ_y) этого сечения вокруг его главных центральных осей:

$$\Theta = \sqrt{\theta_x^2 + \theta_y^2}.$$

I.2. Содержание расчетно-проектировочного задания

Для балки, выполненной из заданного материала, одинаково сопротивляющегося растяжению и сжатию, нагруженной по приведенной схеме, требуется:

- подобрать прямоугольное сечение при отношении высоты балки к ее ширине $\frac{h}{b} = 2$ и установить наиболее рациональное расположение сечения по отношению к нагрузке;
 - найти положение нейтральной оси в опасном сечении и построить эпюры распределения напряжений по сечению;
 - определить полное перемещение заданного сечения оси балки.
- Материал балки — сталь З, допускаемое напряжение $[\sigma] = 1600$ кг/см².

I.3. Порядок выполнения задания

1. Разложить заданные нагрузки по осям X и Y и построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов в горизонтальной и вертикальной плоскостях.

- Определить опасное сечение.
- Расположить стороны h и b параллельно осям X и Y наиболее выгодным образом и найти размеры сечения балки.
- Определить положение нейтральной оси в опасном сечении балки и построить эпюры распределения напряжений по сечению.
- Пользуясь методом начальных параметров, определить горизонтальное, вертикальное и полное перемещение заданной точки оси балки.

I.4. Методические указания

1. При построении эпюр изгибающих моментов в каждой из главных плоскостей бруса (эпюры M_x и M_y) удобно применять аксонометрическое изображение: эпюру M_x располагать в плоскости Y-Z, а эпюру M_y в плоскости X-Z. Можно раздельно составить расчетные схемы нагрузже-

ния балки в вертикальной и горизонтальной плоскостях и построить эпюры M_x и M_y .

2. Для бруса постоянного поперечного сечения при плоском косом изгибе моменты M_x и M_y достигают своих наибольших значений в одном и том же поперечном сечении, которое и является опасным. При пространственном косом изгибе сечения, в которых M_x и M_y достигают своих наибольших значений, в общем случае не совпадают, расчет приходится выполнять для двух или более предположительно опасных сечений.

3. При подборе размеров бруса прямоугольного сечения его следует расположить наиболее рациональным образом: чтобы плоскость большей жесткости совпадала с плоскостью действия большего изгибающего момента в опасном сечении, так, например, при $M_x > M_y$ сечение следует расположить так, чтобы $J_x > J_y$, а значит, большая сторона прямоугольника была параллельна оси Y .

4. Наглядное представление о распределении напряжений по поперечному сечению бруса дают эпюры. Для построения эпюр напряжений, например, для прямоугольного сечения бруса достаточно вычислить напряжения в четырех угловых точках сечения. Эпюры можно построить в аксонометрии, для чего в каждой угловой точке сечения откладывается вектор напряжения (растягивающие напряжения – снаружи, сжимающие – внутрь сечения) и, учитывая, что нормальные напряжения имеют линейный закон распределения, концы векторов соединяются прямыми линиями.

Для построения плоской эпюры распределения напряжений по контуру сечения параллельно каждой стороне на некотором от нее расстоянии проводят базис эпюры и на этом базисе откладывают значения напряжений в соответствующих точках с учетом знака (растягивающие напряжения снаружи, сжимающие – внутри).

5. При выборе направления координатных осей удобно пользоваться следующими соображениями:

в опасном сечении бруса по построенным эпюрам изгибающих моментов определяют, в какой части сечения (выше или ниже оси X) момент M_y вызывает растяжение волокон и в какой части сечения (справа или слева от оси Y) вызывает растяжение волокон момент M_x . За положительный квадрант выбирают тот, где положительные знаки (растяжение) совпадают.

Для вычисления напряжений в любой точке сечения значения изгибающих моментов берут по абсолютной величине, а координаты точек – с учетом знака в выбранных координатных осях.

I.5. Пример

Исходные данные:

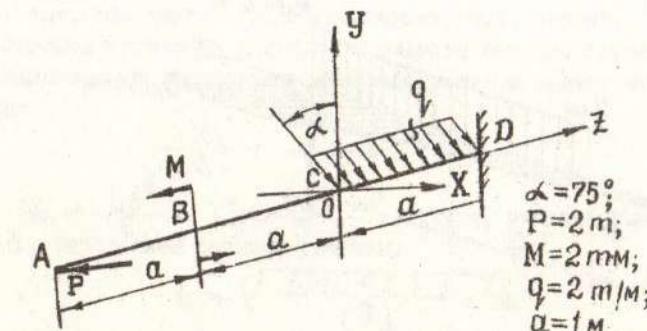


Рис.2.

Разложим интенсивность равномерно распределенной нагрузки на составляющие по осям

$$q_x = q \sin \alpha = 2 \cdot 0,966 = 1,932 \text{ т/м};$$

$$q_y = q \cos \alpha = 2 \cdot 0,259 = 0,518 \text{ т/м};$$

тогда в вертикальной плоскости на балку действуют пара сил с моментом M и равномерно распределенная нагрузка интенсивности q_y , в горизонтальной плоскости – сила P и равномерно распределенная нагрузка интенсивности q_x .

Построим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов в вертикальной и горизонтальной плоскостях (рис.3: а – вертикальная плоскость; б – горизонтальная плоскость).

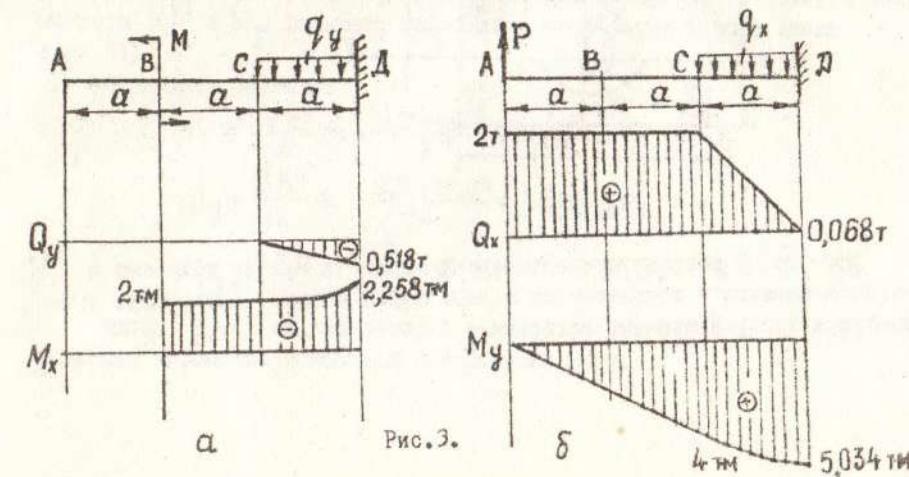


Рис.3.

Пространственная эпюра изгибающих моментов вдоль оси балки представлена на рис.4.

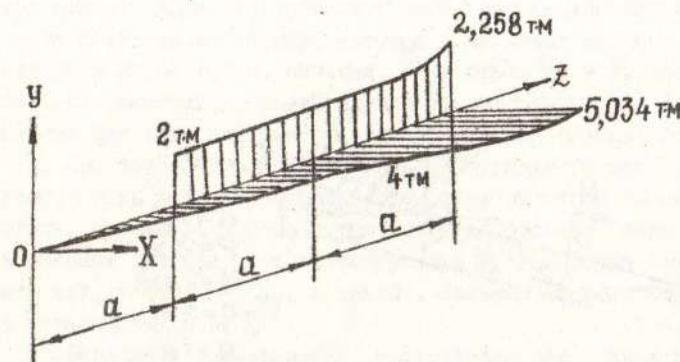


Рис.4.

Из эпюры изгибающих моментов видно, что моменты M_x и M_y достигают своих наибольших значений в сечении D, следовательно, в опасном сечении $M_x = 2,258 \text{ тм}$, $M_y = 5,034 \text{ тм}$.

Так как $M_x < M_y$, то прямоугольное сечение следует расположить так, чтобы $J_x < J_y$, т.е. большая сторона прямоугольного сечения должна быть параллельна оси X (рис.5).

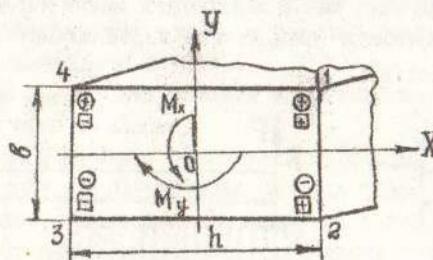


Рис.5.

На рис. 5 направление изгибающих моментов M_x и M_y показано в опасном сечении в соответствии с действием, которое производят приложенные к балке внешние нагрузки.

Изгибающий момент M_x вызывает растягивающие напряжения в точках сечения, лежащих выше оси X (знаки "плюс" в кружочках), изгибающий момент M_y вызывает растяжение в точках сечения справа от оси Y (знаки "плюс" в квадратах). За положительный квадрант принимаем тот, где знаки "плюс" совпадают, т.е. первый.

Условие прочности для прямоугольного сечения бруса из материала, одинаково сопротивляющегося растяжению и сжатию, можно записать в виде:

$$\frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \leq [G],$$

где $W_x = \frac{h b^2}{6}$, $W_y = \frac{b h^2}{6}$, откуда, учитывая, что $h = 2b$, определяем размеры сечения:

$$b \geq \sqrt{\frac{6 M_x + 3 M_y}{[G]}} \geq$$

$$\geq \sqrt{\frac{6 \cdot 2,258 \cdot 10^5 + 3 \cdot 5,034 \cdot 10^5}{1600}} \geq 9,63 \text{ см.}$$

Округляя, принимаем $b = 96 \text{ мм}$, тогда $h = 192 \text{ мм}$.

Определим положение нейтральной оси в опасном сечении балки

$$\operatorname{tg} \beta = -\frac{J_x}{J_y} \operatorname{tg} \alpha,$$

где

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{M_y}{M_x} = \frac{5,034}{2,258} = 2,225; \quad \alpha = 65^\circ 48',$$

α - угол, определяющий положение плоскости действия изгибающего момента $M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$ в опасном сечении. След этой плоскости проходит через центр тяжести сечения и два квадранта, в которых оба момента (M_x и M_y) вызывают нормальные напряжения одного знака (рис.6).

Вычисляем значения

$$J_x = \frac{h b^3}{12} = \frac{19,2 \cdot 9,6^3}{12} = 1402 \text{ см}^4;$$

$$J_y = \frac{b h^3}{12} = \frac{9,6 \cdot 19,2^3}{12} = 5608 \text{ см}^4;$$

$$\operatorname{tg} \beta = -\frac{1402}{5608} \cdot 2,225 = -0,556; \quad \beta = -29^\circ 05'.$$

Здесь β - угол, на который надо повернуть ось X по часовой стрелке, чтобы она совпала с нейтральной осью.

Для построения эпюры распределения нормальных напряжений в опасном сечении достаточно определить напряжения в узловых точках I, 2, 3 и 4, исходя из выражения:

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} y + \frac{M_y}{J_y} x = \frac{2,258 \cdot 10^5}{1402} y + \frac{5,034 \cdot 10^5}{5608} x = \\ = 161,15 y + 89,73 x.$$

Координаты этих точек (в см):

$$\begin{array}{ll} x_1 = 9,6; & y_1 = 4,8; \\ x_2 = 9,6; & y_2 = -4,8; \\ x_3 = -9,6; & y_3 = -4,8; \\ x_4 = -9,6; & y_4 = 4,8. \end{array}$$

Напряжения в точках I, 2, 3 и 4:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 161,15 \cdot 4,8 + 89,73 \cdot 9,6 = 1634 \text{ кг/см}^2; \\ \sigma_2 &= 161,15 (-4,8) + 89,73 \cdot 9,6 = 88,6 \text{ кг/см}^2; \\ \sigma_3 &= 161,15 (-4,8) + 89,73 \cdot (-9,6) = -1634 \text{ кг/см}^2; \\ \sigma_4 &= 161,15 \cdot 4,8 + 89,73 \cdot (-9,6) = -88,6 \text{ кг/см}^2. \end{aligned}$$

Перенапряжение в точках I, 3, вызванное уменьшением размеров сечения по сравнению с расчетами, составляет

$$\frac{1634 - 1600}{1600} \cdot 100\% = 2,12\%,$$

что допустимо для инженерных расчетов.

На рис. 6 представлены эпюры распределения нормальных напряжений в опасном сечении балки.

Для определения вертикальной составляющей перемещения оси балки в сечении С рассмотрим схему нагружения балки в вертикальной плоскости (рис. 3, а):

$$\tilde{v}_{yc} = \tilde{v}_{oy} + \theta_o \cdot 2a + \frac{1}{EJ_x} \left[-\frac{M(2a-0)^2}{2!} \right].$$

Начальные параметры \tilde{v}_o и θ_o определим из условия закрепления балки в точке Д, т.е.

$$\tilde{v}_{yD} = \tilde{v}_{oy} + \theta_o \cdot 3a + \frac{1}{EJ_x} \left[-\frac{M(3a-0)^2}{2!} - \frac{q_y(3a-2a)^4}{4!} \right] = 0;$$

$$\theta_{yD} = \theta_o + \frac{1}{EJ_x} \left[-\frac{M(3a-a)}{1!} - \frac{q_y(3a-2a)^3}{3!} \right] = 0,$$

откуда $\theta_o = 0,016$ рад, $\tilde{v}_o = -3,15$ см.

Тогда вертикальное перемещение равно: $\tilde{v}_{yc} = -0,314$ см.

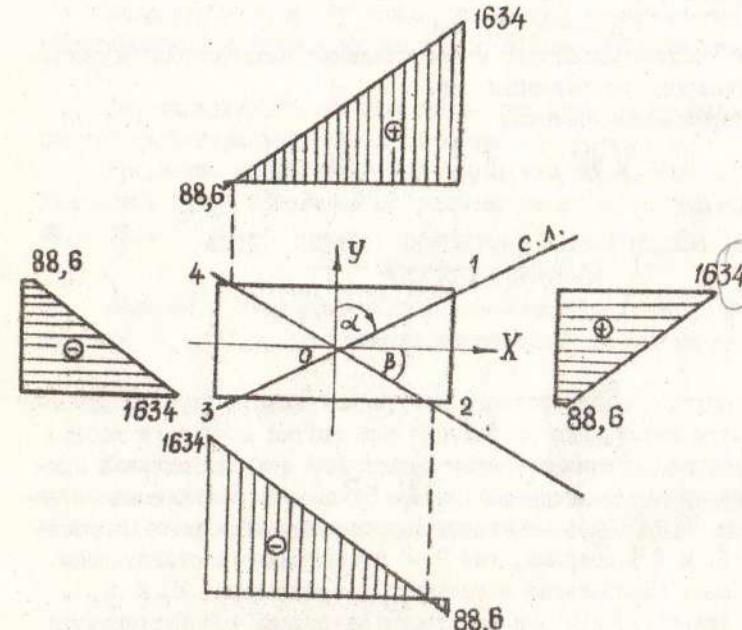


Рис. 6.

Для определения горизонтальной составляющей перемещения оси балки в сечении С рассмотрим схему нагружения балки в горизонтальной плоскости (рис. 3, б):

$$\tilde{v}_{xc} = \tilde{v}_{xo} + \theta'_o \cdot 2a + \frac{1}{EJ_y} \left[\frac{P(2a-0)^3}{3!} \right].$$

Из условия закрепления балки в точке Д следует:

$$\tilde{v}_{xR} = \tilde{v}_{xo} + \theta'_o \cdot 3a + \frac{1}{EJ_y} \left[\frac{P(3a-0)^3}{3!} - \frac{q_x(3a-2a)^4}{4!} \right] = 0;$$

$$\theta'_o = \theta_o + \frac{1}{E J_y} \left[\frac{P(3\alpha - 0)^2}{2!} - \frac{q_x(3\alpha - 2\alpha)^3}{3!} \right] = 0,$$

откуда определяются начальные параметры

$$\theta'_o = 0,0077 \text{ rad}, \quad v'_{x_o} = -1,599 \text{ см.}$$

Подставляя эти значения, вычисляем горизонтальную составляющую перемещения точки C:

$$v'_{xc} = -0,287 \text{ см.}$$

Знак (-) свидетельствует о несовпадении направления перемещения и положительного направления оси.

Полное перемещение сечения

$$v_c = \sqrt{v_{x_c}^2 + v_{y_c}^2} = 0,425 \text{ см.}$$

П. ВНЕЦЕНТРЕННОЕ РАСТЯЖЕНИЕ (СКТИЕ) БРУСА БОЛЬШОЙ ЖЕСТКОСТИ

П. I. Сведения из теории

В общем случае внекентренного нагружения прямой брус испытывает одновременную деформацию растяжения или сжатия и чистого косого изгиба. Внутренние усилия в каждом поперечном сечении стержня приводятся к осевому продольному усилию $N_z = P$ и двум изгибающим моментам $M_y = P \cdot x_p$ и $M_x = P \cdot y_p$, возникающим в главных центральных плоскостях инерции ΣX и ΣY стержня, где P - действующие растягивающие (сжимающие) силы, приложенные в точках с координатами x_p и y_p .

Следует отметить, что при сжимающих нагрузках рассматриваются брусы большой жесткости, т.е. исключается опасность возникновения продольного изгиба.

Напряжения в произвольной точке сечения будут складываться из напряжений осевого растяжения (сжатия) силой P и напряжений от чистого изгиба моментами M_x и M_y :

$$\begin{aligned} \sigma &= \pm \left(\frac{N}{F} + \frac{M_x}{J_x} y + \frac{M_y}{J_y} x \right) = \\ &= \pm \frac{P}{F} \left(1 + \frac{y_p \cdot F}{J_x} y + \frac{x_p \cdot F}{J_y} x \right). \end{aligned}$$

Выразив главные моменты инерции через радиусы инерции

$$i_x^2 = \frac{J_x}{F}, \quad i_y^2 = \frac{J_y}{F},$$

получим:

$$\sigma = \pm \frac{P}{F} \left(1 + \frac{y_p \cdot y}{i_x^2} + \frac{x_p \cdot x}{i_y^2} \right). \quad (6)$$

Знак "плюс" в формуле (6) относится к случаю растяжения, а "минус" - к случаю сжатия.

Координаты x и y точки, в которой определяется напряжение, подставляются с учетом их знаков в системе главных центральных осей X, Y.

Для определения опасной точки при сложном профиле целесообразно построить нейтральную линию сечения.

Уравнение нейтральной линии получим, приравняв нулю правую часть уравнения (6) и обозначив координаты точек на нейтральной линии через x_0 и y_0 :

$$\frac{x_p}{i_y^2} x_0 + \frac{y_p}{i_x^2} y_0 = -1.$$

Полагая в этом уравнении поочередно $x_0 = 0$ и $y_0 = 0$, найдем отрезки x_n и y_n , отсекаемые нейтральной линией на осях X и Y:

$$x_n = -\frac{i_y^2}{x_p}, \quad y_n = -\frac{i_x^2}{y_p}. \quad (7)$$

Из зависимости (7) следует, что нейтральная линия пересекает координатные оси в точках, принадлежащих квадранту, противоположному тому, в котором находится проекция точки приложения силы (рис. 7).

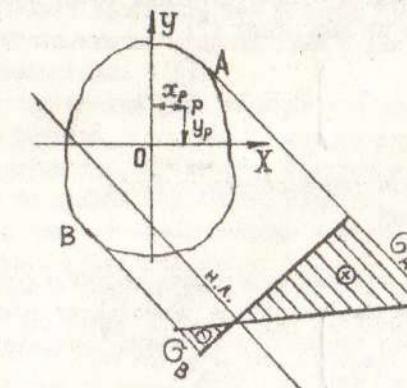


Рис. 7.

Опасной в сечении будет точка, наиболее удаленная от нейтральной линии. Проведя параллельно нейтральной линии касательные к контуру сечения, найдем наиболее напряженные точки А и В в растянутой и сжатой зонах сечения (рис.7). Напряжения в этих точках (при растягивающей нагрузке) и условия прочности имеют вид:

$$\sigma_A = \frac{P}{F} \left(1 + \frac{y_p \cdot y_A}{i_x^2} + \frac{x_p \cdot x_A}{i_y^2} \right) \leq [\sigma_p]; \quad (8)$$

$$\sigma_B = \left| \frac{P}{F} \left(1 - \frac{y_p \cdot y_B}{i_x^2} - \frac{x_p \cdot x_B}{i_y^2} \right) \right| \leq [\sigma_c],$$

где $x_A, y_A, -x_B, -y_B$ - координаты точек А и В соответственно.

Следует обратить внимание на то, что приложенная внецентренно сжимающая сила может вызвать в поперечном сечении стержня растягивающие напряжения. В связи с этим внецентренное сжатие является особенно опасным для стержней из хрупких материалов (кирпича, бетона, чугуна), которые слабо сопротивляются растягивающим усилиям.

Представляет интерес установить область таких удалений силы Р от оси, при которых нормальные напряжения по всему поперечному сечению будут одного знака. Такая область называется ядром сечения. Контуром ядра сечения является геометрическое место точек приложения внецентренной силы, при котором нейтральные оси, касаясь контура поперечного сечения, нигде его не пересекают. Для построения ядра сечения какой-либо фигуры нужно провести ряд положений нейтральной линии, совпадающих со сторонами сечения, а также касающихся выступающих точек его, и вычислить координаты соответствующих точек приложения силы по формулам, вытекающим из выражения (7) :

$$y_p = -\frac{i_x^2}{y_n}, \quad x_p = -\frac{i_y^2}{x_n}. \quad (9)$$

П.2. Содержание расчетно-проектировочного задания

Для заданного сечения стержня определить допускаемую нагрузку, если известны координаты точки приложения равнодействующей всех нагрузок Р, параллельной оси стержня, и величина допускаемых напряжений $[\sigma_c] = 200 \text{ кг}/\text{см}^2$, $[\sigma_p] = 20 \text{ кг}/\text{см}^2$.

Построить эпюру распределения напряжений по сечению.

П. 3. Порядок выполнения задания

I. Для заданного поперечного сечения определить положение главных центральных осей инерции и величину главных центральных моментов инерции.

2. Вычислить координаты точки приложения равнодействующей всех нагрузок Р относительно главных центральных осей.

3. Определить положение нейтральной оси, установить наиболее опасные точки сечения в сжатой и растянутой зонах.

4. Найти значение силы Р, исходя из условия прочности на растяжение и сжатие. Установить допускаемую нагрузку на стержень.

5. Построить эпюры распределения напряжений по сечению.

6. Построить ядро сечения для заданного поперечного сечения стержня.

П. 4. Методические указания

I. Так как собственный вес стержня не учитывается, жесткость его постоянна, а внецентренно растягивающие или сжимающие стержень силы приложены лишь в его торцевом сечении, то все поперечные сечения стержня равноопасны.

2. Для отыскания опасных точек поперечного сечения стержня необходимо предварительно найти положение нейтральной линии, а затем к контуру сечения провести касательные, параллельные нейтральной линии.

3. Если материал стержня неодинаково сопротивляется растяжению и сжатию, следует составить два условия прочности: для точки с наибольшими растягивающими напряжениями и для точки с наибольшими сжимающими напряжениями.

4. При построении ядра сечения для различных многоугольных форм поперечного сечения, совмещая последовательно нейтральную линию с каждой из сторон многоугольника, следует помнить, что нейтральная линия нигде не должна пересекать сечение.

При переходе от одной стороны контура сечения к другой нейтральная линия будет вращаться вокруг вершины, разделяющей эти стороны: точка приложения силы будет перемещаться по прямой между полученными уже точками. Таким образом, при многоугольной форме контура сечения очертание ядра между точками, соответствующими сторонами многоугольника, будут состоять из отрезков прямых линий.

5. При выборе направления координатных осей в случае внецентренного приложения нагрузки удобно за положительный квадрант выбирать тот, в пределах которого находится проекция точки приложения равнодействующей внешней нагрузки.

Для вычисления напряжений в любой точке сечения значения изгибающих моментов и силы берутся по абсолютной величине, а координаты точек, в которых определяются напряжения – со своими знаками; в формуле (6) берется общий знак "плюс", если сила растягивает стержень, и знак "минус" – если сила сжимающая.

П. 5. Пример

Исходные данные: $a = 90 \text{ см}$; $x_A = 60 \text{ см}$; $y_A = 60 \text{ см}$.

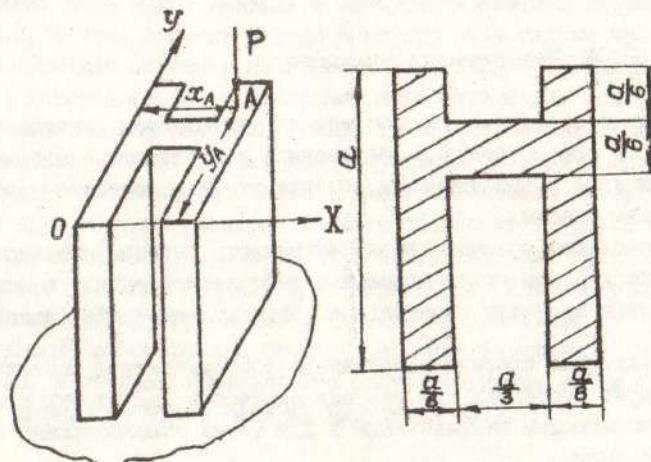


Рис. 8.

Для определения положения главных центральных осей инерции вычислим одну координату центра тяжести сечения y_c , учитывая, что сечение имеет ось симметрии.

$$y_c = \frac{y_1 F_1 + y_2 F_2 + y_3 F_3}{F_1 + F_2 + F_3} = \frac{2 \cdot 45 \cdot 90 + 67,5 \cdot 15 \cdot 30}{2 \cdot 15 \cdot 90 + 15 \cdot 30} = 48,2 \text{ см.}$$

Откладывая от вспомогательной оси X координату y_c , проводим главные центральные оси и вычисляем главные центральные моменты инерции сечения, представив сечение в виде суммы трех прямоугольников I, II и III (рис.9).

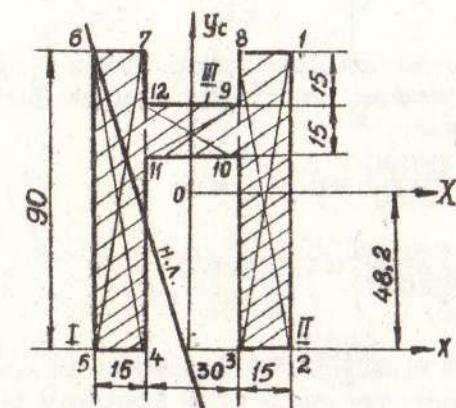


Рис.9.

$$\begin{aligned} J_{x_c} &= J_{x_c}^I + J_{x_c}^{II} + J_{x_c}^{III} = 2(J_{x_1} + a_1^2 F_1) + J_{x_3} + a_3^2 F_3 = \\ &= 2\left(\frac{15 \cdot 90^3}{12} + 3,2^2 \cdot 15 \cdot 90\right) + \frac{30 \cdot 15^3}{12} + 19,5^2 \cdot 15 \cdot 30 = 1971000 \text{ см}^4; \\ J_{y_c} &= J_{y_c}^I + J_{y_c}^{II} + J_{y_c}^{III} = 2(J_{y_1} + b_1^2 F_1) + J_{y_3} + b_3^2 F_3 = \\ &= 2\left(\frac{90 \cdot 15^3}{12} + 22,5^2 \cdot 15 \cdot 90\right) + \frac{15 \cdot 30^3}{12} = 1451250 \text{ см}^4. \end{aligned}$$

Определим координаты точки приложения нагрузки P относительно главных центральных осей:

$$x_p = x_A - 30 = 60 - 30 = 30 \text{ см};$$

$$y_p = y_A - y_c = 60 - 48,2 = 11,8 \text{ см.}$$

В любом поперечном сечении стержня внутренние силовые факторы

$$N = P; \quad M_x = P \cdot y_p; \quad M_y = P \cdot x_p,$$

а напряжения в любой точке равны

- 26 -

$$\begin{aligned}\sigma &= -\left(\frac{N}{F} + \frac{M_x}{J_x} y + \frac{M_y}{J_y} x\right) = \\ &= -\frac{P}{F} \left(1 + \frac{x_p \cdot x}{i_y^2} + \frac{y_p \cdot y}{i_x^2}\right).\end{aligned}$$

Для построения нейтральной линии найдем отрезки x_n и y_n , отсекаемые нейтральной линией на осях $X_c Y_c$; вычислив предварительно квадраты радиусов инерции

$$i_x^2 = \frac{J_x}{F} = \frac{197100}{3150} = 625,7 \text{ см}^2;$$

$$i_y^2 = \frac{J_y}{F} = \frac{1451250}{3150} = 460,7 \text{ см}^2;$$

$$x_n = -\frac{i_y^2}{x_p} = -\frac{460,7}{30} = -15,4 \text{ см};$$

$$y_n = -\frac{i_x^2}{y_p} = -\frac{625,7}{11,8} = -53 \text{ см}.$$

За положительный квадрант принимаем тот, в пределах которого находится проекция точки приложения равнодействующей всех нагрузок P , в данном случае — первый.

Опасные, т.е. наиболее удаленные от нейтральной линии точки: I — в сжатой зоне, 5 — в растянутой зоне (рис.9).

Составим условия прочности для этих точек:

$$\sigma^{(1)} = \left| -\frac{P}{F} \left(1 + \frac{x_p \cdot x_1}{i_y^2} + \frac{y_p \cdot y_1}{i_x^2}\right) \right| \leq [G_c]$$

$$\sigma^{(5)} = -\frac{P}{F} \left(1 + \frac{x_p \cdot x_5}{i_y^2} + \frac{y_p \cdot y_5}{i_x^2}\right) \leq [G_p]$$

откуда

$$P' \leq -\frac{[G_c] \cdot F}{\left(1 + \frac{x_p \cdot x_1}{i_y^2} + \frac{y_p \cdot y_1}{i_x^2}\right)} \leq$$

$$\leq -\frac{(-200) \cdot 3150}{1 + \frac{30 \cdot 30}{460,7} + \frac{11,8 \cdot 41,8}{625,7}} \leq 168450 \text{ кг};$$

$$P'' \leq -\frac{20 \cdot 3150}{1 + \frac{x_p \cdot x_5}{i_y^2} + \frac{y_p \cdot y_5}{i_x^2}} \leq$$

$$\leq -\frac{20 \cdot 3150}{1 + \frac{30 \cdot (-30)}{460,7} + \frac{11,8 \cdot (-48,2)}{625}} \leq 33835 \text{ кг}.$$

Исходя из этих результатов, принимаем меньшую силу $P = 33835$ кг в качестве допустимой нагрузки для заданного стержня.

Тогда напряжения в любой точке сечения можно определить из выражения

$$\sigma = -\frac{33835}{3150} \left(1 + \frac{30}{460,7} x + \frac{11,8}{625,7} y\right) = -10,74(1 + 0,065x + 0,019y).$$

Подставляя в это выражение координаты точек поперечного сечения, строим эпюры распределения напряжений по сечению (рис.10).

Построение ядра сечения:

для заданного поперечного сечения нейтральная линия при обходе контура не будет пересекать площади поперечного сечения, если будет касаться прямоугольного контура 1256, описанного около заданного сечения.

Задаваясь различными положениями нейтральной линии, вычисляем соответствующие координаты полюса силы:

для положения I-I

$$x_n = 30 \text{ см}; \quad y_n = \infty$$

$$x_p = -\frac{i_y^2}{x_n} = -\frac{460,7}{30} = -15,35 \text{ см}; \quad y_p = 0;$$

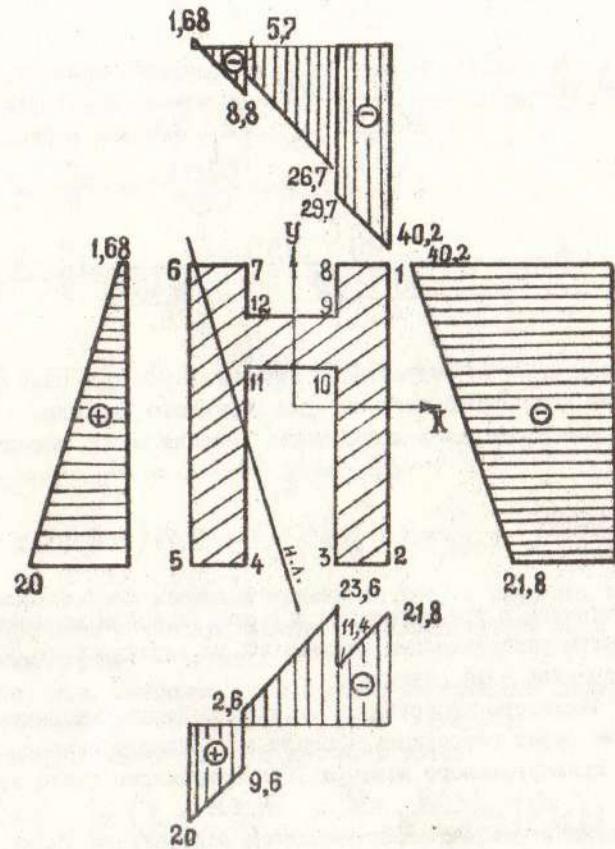


Рис. 10.

для положения II-II

$$x_h = \infty; \quad y_h = -48,2 \text{ см};$$

$$x_p = 0; \quad y_p = -\frac{i_x}{y_h} = -\frac{625,7}{-48,2} = 12,98 \text{ см};$$

для положения III-III

$$x_h = -30 \text{ см}; \quad y_h = \infty;$$

$$x_p = -\frac{460,7}{-30} = 15,35 \text{ см}; \quad y_p = 0;$$

для положения IV-IV

$$x_h = \infty; \quad y_h = 41,8 \text{ см},$$

$$x_p = 0; \quad y_p = -\frac{625,7}{41,8} = -14,97 \text{ см}.$$

По полученным координатам строим ядро сечения (рис. II).

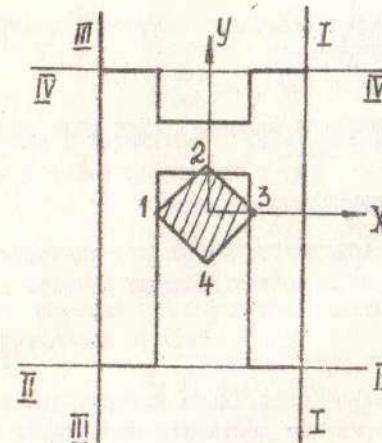


Рис. II.

III. СОВМЕСТНОЕ ДЕЙСТВИЕ КРУЧЕНИЯ И ИЗГИБА

III. I. Сведения из теории

С сочетанием изгиба и кручения брусьев наиболее часто приходится встречаться при расчете валов круглого поперечного сечения. Силы, действующие на валы (давление на зубья шестерен, натяжение ремней, собственный вес вала и шкивов и т.п.), вызывают в поперечных сечениях валов следующие внутренние силовые факторы: изгибающие моменты M_x и M_y , крутящий момент M_k , поперечные силы Q_x и Q_y .

Влиянием касательных напряжений от поперечных сил в большинстве случаев пренебрегают, так как они значительно меньше касательных напряжений, вызванных кручением.

Касательные напряжения от кручения

$$\tau = \frac{M_k}{J_p} r$$

в каждой точке поперечного сечения направлены по нормали к радиусу, соединяющему эту точку с центром сечения. Наибольшие касательные напряжения возникают в точках, расположенных по периметру сечения, они равны

$$\tau = \frac{M_k}{W_p} = \frac{M_k}{2W}, \quad (10)$$

где W - осевой момент сопротивления сечения (для вала сплошного круглого сечения $W = \frac{\pi d^3}{32}$),

W_p - полярный момент сопротивления сечения.

Нормальные напряжения от изгиба имеют наибольшие значения в наиболее удаленных от нейтрального слоя точках контура сечения и определяются из выражения

$$\sigma = \frac{M}{W}. \quad (II)$$

Точки А и В поперечного сечения (рис. I2), в которых одновременно и нормальные, и касательные напряжения достигают наибольших значений, являются опасными.

У наиболее опасной точки В (рис. I2) выделим элемент, по четырем граням которого действуют касательные напряжения, а к двум из этих граней приложены еще и нормальные напряжения, другие две грани свободны от нормальных напряжений. Таким образом, при изгибе с кру-

чением элемент находится в плоском напряженном состоянии.

Для проверки прочности элемента, выделенного у опасной точки, нужно, выбрав соответствующую гипотезу прочности, воспользоваться условием прочности.

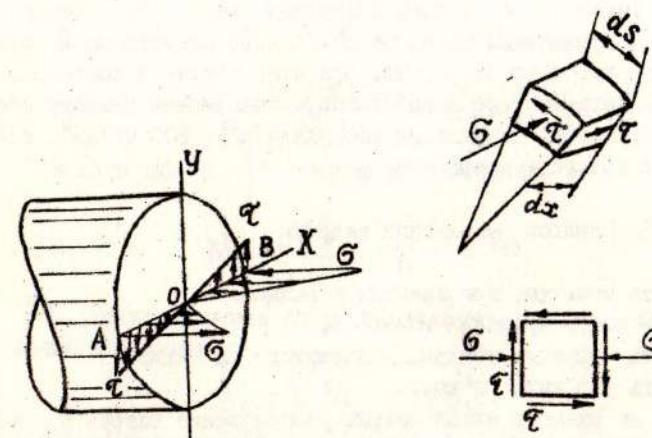


Рис. I2.

Так, по гипотезе наибольших касательных напряжений

$$\sigma_{\text{экб}}^{\text{III}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]. \quad (12)$$

Подставляя в выражение (12) значения σ и τ из (10) и (II), получим условие прочности в виде:

$$\sigma_{\text{экб}}^{\text{III}} = \frac{\sqrt{M^2 + M_k^2}}{W} = \frac{M_{\text{экб}}^{\text{III}}}{W} \leq [\sigma]. \quad (13)$$

По гипотезе удельной потенциальной энергии формоизменения условие прочности принимает вид:

$$\sigma_{\text{экб}}^{\text{IV}} = \frac{\sqrt{M^2 + 0,75M_k^2}}{W} = \frac{M_{\text{экб}}^{\text{IV}}}{W} \leq [\sigma]. \quad (14)$$

Таким образом, расчет на изгиб с кручением стержня круглого сечения выполняется по форме, как расчет на прямой изгиб, но в расчетной формуле роль изгибающего момента играет эквивалентный момент.

III. 2. Содержание расчетно-проектировочного задания
Порядок выполнения

Шкив диаметром D_1 , с углом наклона ветвей ремня к горизонту α_1 , передающий мощность N_1 , шкив диаметром D_2 с углом наклона ветвей ремня α_2 , передающий мощность N_2 , и шкив диаметром D_3 врашаются с заданной скоростью n , об/мин. Принимая усилие в сбегающей ветви ремня вдвое большим, чем в набегающей, определить диаметр стального вала при допускаемом напряжении материала $[G] = 800 \text{ кг/см}^2$, используя четвертую гипотезу прочности.

III.3. Порядок выполнения задания

1. Определить моменты, приложенные к шкивам.
2. Построить эпюру крутящих моментов.
3. Определить окружные усилия, действующие на шкивы.
4. Определить давления на вал.
5. Показать на схеме в аксонометрии расположение нагрузок, действующих на вал, и разложить их на горизонтальные и вертикальные составляющие, вычислить величины этих составляющих.
6. Составить схему нагружения вала в вертикальной и горизонтальной плоскостях, вычислить опорные реакции и построить эпюры изгибающих моментов в вертикальной и горизонтальной плоскостях.
7. Построить суммарную эпюру изгибающих моментов, установить опасное сечение и определить значения изгибающего и крутящего момента в опасном сечении.
8. Определить диаметр вала.

III. 4. Методические указания

I. Величины внешних скручивающих моментов определяются по известной мощности и скорости вращения вала.

Работа момента M_k за 1 с, т.е. мощность N , передаваемая валом, равна произведению величины момента на угол поворота вала (в радианах) за 1 с:

$$N = M_k \frac{\pi \cdot n}{30},$$

откуда

$$M_k = \frac{30 N}{\pi n} (\text{кгм}),$$

где мощность N выражена в кгм/с, а n - число оборотов вала в минуту.

Если мощность N задана в лошадиных силах, то

$$M_k = \frac{30 \cdot 75 N}{\pi \cdot n} = 716,2 \frac{N}{n} (\text{кгм}).$$

Если мощность N задана в киловаттах, то

$$M_k = 973,6 \frac{N}{n} (\text{кгм}).$$

2. Результирующая эпюра изгибающего момента, построенная на основании выражения

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2},$$

при линейных эпюрах M_x и M_y может быть криволинейной. Для общего случая это можно показать аналитически: пусть

$$M_x = a + bz; \quad M_y = c + dz,$$

где a, b, c, d - постоянные коэффициенты, тогда

$$M = \sqrt{(a + bz)^2 + (c + dz)^2}.$$

Выражение, стоящее под радикалом, лишь в некоторых частных случаях является полным квадратом (например, при $a = c = 0$), и тогда эпюра M линейна, а в большинстве случаев эпюра M криволинейна, причем

$$M \leq \sqrt{a^2 + c^2} + \sqrt{b^2 + d^2} z.$$

Это позволяет выполнять построение эпюры M упрощенным способом, проводя прямую между переломами эпюры и тем самым несколько завышая значения суммарного изгибающего момента в пределах рассматриваемого участка.

При построении результирующей эпюры можно также руководствоваться следующими соображениями:

на тех участках вала, на которых прямые, ограничивающие эпюры M_x и M_y , пересекают оси эпюр в точках, расположенных на одной вер-

тикали, эпюра M ограничена прямыми, а на остальных участках она ограничена кривыми.

3. Для вала постоянного поперечного сечения опасным является сечение, для которого эквивалентный момент максимальен, т.е. если в сечении вала с наибольшим изгибающим моментом M действует и наибольший крутящий момент M_k , то это сечение является опасным. Если же наибольший изгибающий момент M и наибольший крутящий момент M_k действуют в разных поперечных сечениях, то опасным может оказаться сечение, в котором ни M , ни M_k не являются наибольшими. В таких случаях приходится проверять прочность вала в нескольких его предположительно опасных сечениях.

III.5. Пример

Исходные данные: $D_1 = 0,5 \text{ м}$; $D_2 = 1 \text{ м}$; $D_3 = 1,5 \text{ м}$;
 $\alpha_1 = 30^\circ$; $\alpha_2 = 60^\circ$.
 $N_1 = 50 \text{ л.с.}$; $N_2 = 30 \text{ л.с.}$; $a = 1 \text{ м}$.

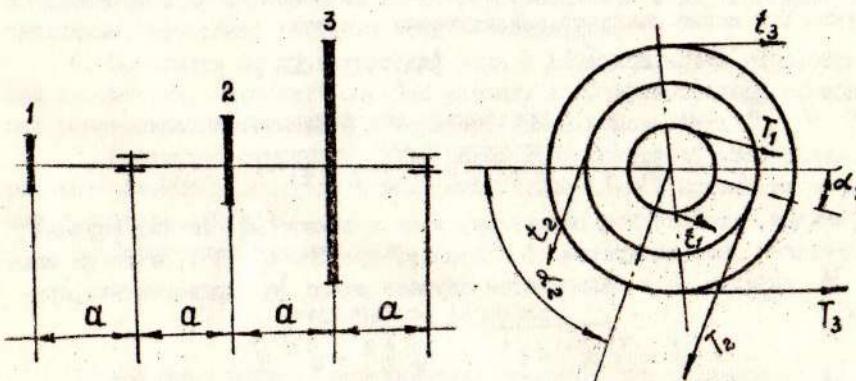


Рис. 13.

Вычислим крутящие моменты, передаваемые шкивами 1 и 2;
 $M_{k1} = 71620 \frac{N_1}{n} = 71620 \frac{50}{200} = 17905 \text{ кг см};$
 $M_{k2} = 71620 \frac{30}{200} = 10743 \text{ кг см.}$

Шкивы 1 и 2 по условию (рис.13) врачаются оба по часовой стрелке; исходя из условия равновесия вала, найдем значение крутящего момента, передаваемого шкивом 3:

$$\sum M_z = 0; \quad M_{k1} + M_{k2} - M_{k3} = 0,$$

откуда

$$M_{k3} = M_{k1} + M_{k2} = 17905 + 10743 = 28648 \text{ кг см.}$$

Зная моменты, передаваемые шкивами, строим эпюру крутящих моментов (рис.15).

Крутящие моменты на шкивах создаются разностью натяжений сбегающей и набегающей ветвей ремня.

$$\text{Учитывая, что } T = 2t, \text{ получим } M_k = t \cdot \frac{D}{2},$$

откуда

$$t = \frac{2 M_k}{D}.$$

Окружные усилия

$$t_1 = \frac{2 M_{k1}}{D_1} = \frac{2 \cdot 17905}{50} = 716,2 \text{ кг};$$

$$t_2 = \frac{2 M_{k2}}{D_2} = \frac{2 \cdot 10743}{100} = 214,8 \text{ кг};$$

$$t_3 = \frac{2 M_{k3}}{D_3} = \frac{2 \cdot 28648}{150} = 381 \text{ кг.}$$

Давления, передаваемые на ось вала, равны

$$P = T + t = 3t.$$

Эти силы приложены в местах посадки шкивов на вал (рис.14).

$$P_1 = 3t_1 = 2148,6 \text{ кг}; \quad P_2 = 3t_2 = 644,6 \text{ кг}; \quad P_3 = 3t_3 = 1143 \text{ кг.}$$

На рис. 14 показана в аксонометрии схема нагружения вала.

Разложим силы, действующие на вал, на вертикальные и горизонтальные составляющие:

$$P_{ix} = P_1 \cos 30^\circ = 2148,6 \cdot 0,86 = 1850 \text{ кг};$$

$$P_{iy} = P_1 \sin 30^\circ = 2148,6 \cdot 0,50 = 1074,3 \text{ кг};$$

$$P_{2x} = P_2 \cos 60^\circ = 644,6 \cdot 0,50 = 322,3 \text{ кг};$$

$$P_{2y} = P_2 \sin 60^\circ = 644,6 \cdot 0,86 = 553 \text{ кг};$$

$$P_{3x} = P_3 = 1143 \text{ кг};$$

$$P_{3y} = 0.$$

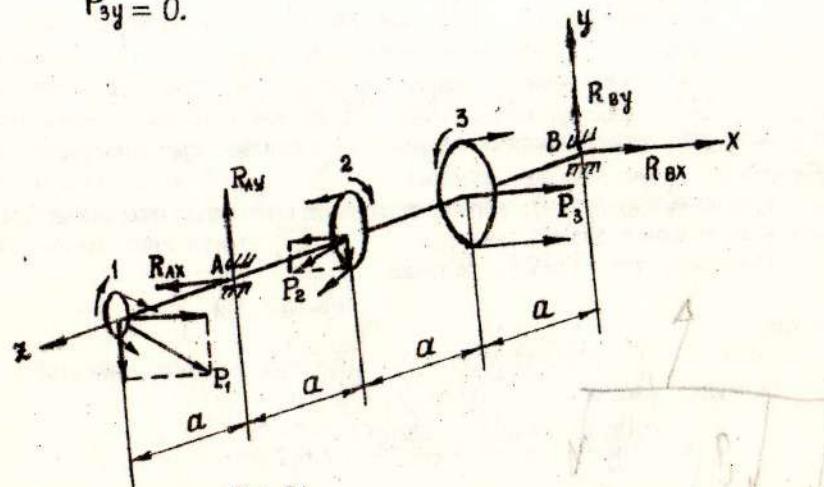


Рис. 14.

Рассматривая отдельно нагрузку на вал в вертикальной и горизонтальной плоскостях, определяем соответствующие составляющие опорных реакций в местах крепления вала, строим эпюры изгибающих моментов M_x и M_y , а затем эпюру результирующего изгибающего момента (расчетные схемы, результаты определения опорных реакций и эпюры приведены на рис. 15).

Опасным является сечение вала, в котором результирующий момент $M = 428600 \text{ кг}\cdot\text{см}$, а крутящий момент $M_k = 17905 \text{ кг}\cdot\text{см}$.

Эквивалентный момент в опасном сечении по IV гипотезе прочности (гипотезе удельной потенциальной энергии формоизменения) равен:

$$M_{\text{экб}}^{\text{IV}} = \sqrt{M^2 + 0,75 M_k^2} = \sqrt{428600^2 + 0,75 \cdot 17900^2} = 428600 \text{ кг}\cdot\text{см}.$$

Необходимый диаметр вала определяем по формуле:

$$d \geq \sqrt{\frac{32 M_{\text{экб}}}{J [G]}} \geq \sqrt{\frac{32 \cdot 428600}{3,14 \cdot 800}} \geq 17,48 \text{ см.}$$

Округляя, принимаем диаметр вала $d = 180 \text{ мм}$.

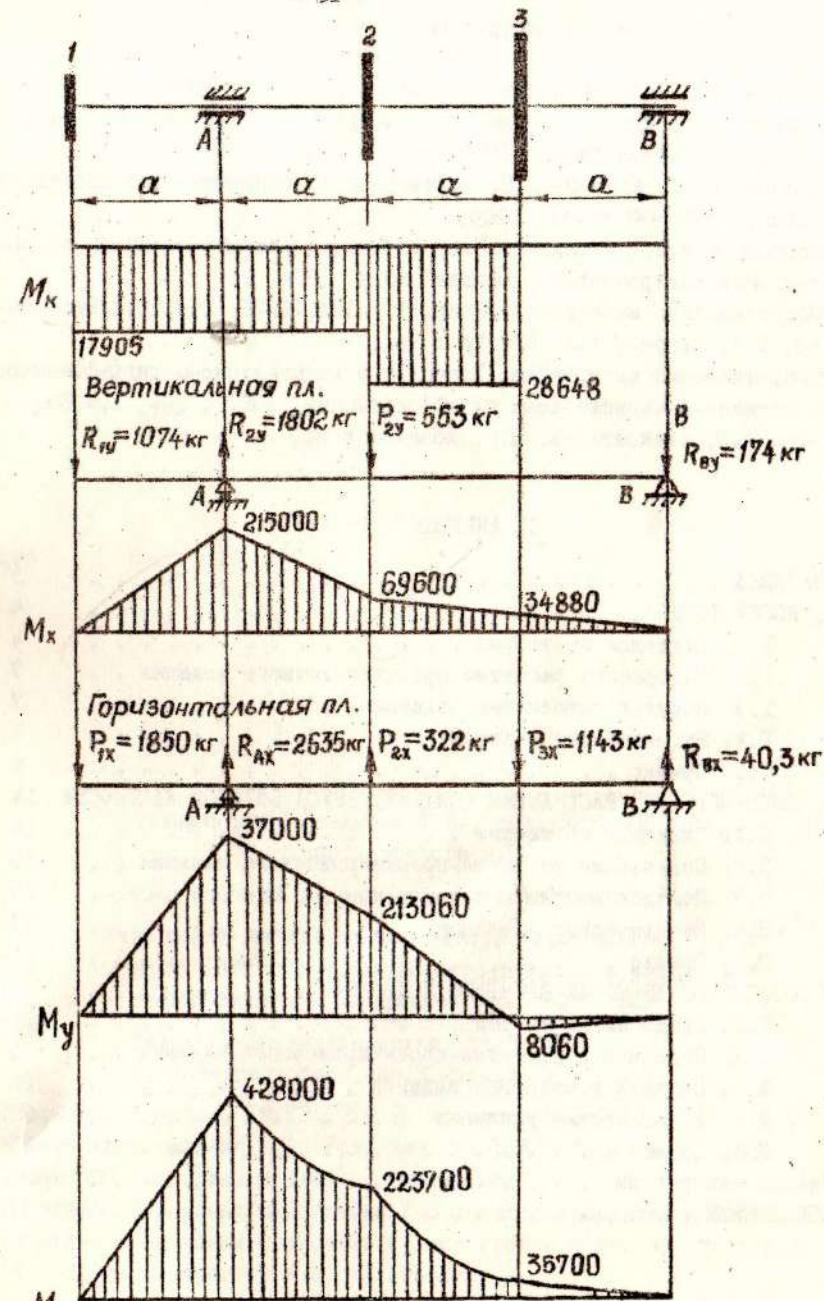


Рис. 15.

Список литературы

1. Беляев Н.М. Сопротивление материалов. М., Наука, 1976.
2. Дарков А.В., Митропольский Н.М., Широ Г.С. Сопротивление материалов. М., Высшая школа, 1959.
3. Любомиц М.И., Ицкович Г.М. Справочник по сопротивлению материалов. Минск, Высшая школа, 1969.
4. Миролюбов И.Н., Енгалычев С.А. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов. М., Высшая школа, 1974.
5. Сопротивление материалов, Киев, Техника, 1976, Авт. Г.С.Писаренко, В.А. Агарев, А.Л. Квитка и др.
6. Сопротивление материалов. Всесоюзное издательско-полиграфическое объединение Министерства путей сообщения, 1961 . Авт. А.Ф.Смирнов, А.В. Александров, Н.И. Монахов и др.

ОГЛАВЛЕНИЕ

	стр.
ВВЕДЕНИЕ	3
I. КОСОЙ ИЗГИБ	4
I.1. Сведения из теории	4
I.2. Содержание расчетно-проектировочного задания . .	7
I.3. Порядок выполнения задания	7
I.4. Методические указания	7
I.5. Пример	9
II. ВНЕЦЕНТРЕННОЕ РАСТИЖЕНИЕ (СЖАТИЕ) БРУСА БОЛЬШОЙ ЖЕСТКОСТИ	14
II.1. Сведения из теории	14
II.2. Содержание расчетно-проектировочного задания . .	16
II.3. Порядок выполнения задания	17
II.4. Методические указания	17
II.5. Пример	18
III. СОВМЕСТНОЕ ДЕЙСТВИЕ КРУЧЕНИЯ И ИЗГИБА	24
III.1. Сведения из теории	24
III.2. Содержание расчетно-проектировочного задания . .	26
III.3. Порядок выполнения задания	26
III.4. Методические указания	26
III.5. Пример	28
Список литературы	32
ОГЛАВЛЕНИЕ	32

Составили доц. Новикова Л.В., асс. Мурзина З.И.,
асс. Артихова В.Е.

Ответственный за выпуск доцент Ляховицкий С.И.

Утверждено на заседании кафедры (протокол № 7 от
II января 1979 г.) и научно-методической комиссии по
сопротивлению материалов при МВССО УССР

Редакционно-издательский отдел ДГИ,
г. Днепропетровск, пр.К.Маркса, 19,

Подписано к печати 18.12.1979 г. Формат 60x90 I/16.
Бумага типографская № 1. Усл. печ. л. 1,86. Уч.-изд.л. 1,41.
Тираж 500 экз. Зак. № 12385 . Бесплатно.
Ротапринт городской типографии № 3 Днепропетровского областного
управления по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
320002, г. Днепропетровск, ул. Серова, 7.