

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**  
**для самостійної та індивідуальної роботи студентів**  
**та завдання для самостійної роботи**

## ВСТУП

На самостійну роботу винесено розрахунок фізико-механічних властивостей шаруватого композиційного матеріалу, який складається із чотирьох шарів однонаправлених композиційних матеріалів. Спочатку виконуються розрахунки фізико-механічних властивостей кожного шару окремо. Потім визначається рівень залишкових напружень в однонаправлених композиційних матеріалах та їх міцність вздовж і поперек волокон. По заданій схемі напруженого стану визначаються величина і напрям головних напружень. Для оптимального сприйняття шаруватою композицією зовнішнього навантаження вибирають товщину шарів та раціональні значення кутів армування.

На підставі проведених розрахунків формують структуру пакету композиційного матеріалу. Використовуючи рівняння фізичного закону для сформованого пакету композиційного матеріалу розраховують пружні константи шаруватого композиційного матеріалу та визначають температурні напруження в отриманій композиції. Використовуючи відомі критерії оцінюють міцність композиційного матеріалу без урахування та з урахуванням температурних напружень. Визначають сумарні напруження в шарах отриманого матеріалу.

На основі отриманих результатів студенти виконують аналіз роботи отриманої структури композиційного матеріалу в умовах заданого навантаження.

*Тема завдання:* виконати дослідження фізико-механічних властивостей однонаправлених і шаруватих композиційних матеріалів (КМ).

*Мета завдання:* для композиційного матеріалу заданої структури (два шари – 1-й і 2-й з одного матеріалу, 3-й і 4-й – з іншого) визначити:

1. Фізико-механічні властивості і залишкові напруження однонаправлених КМ, порівняти питомі характеристики різних КМ.
2. Величину і напрям головних напружень при заданих умовах зовнішнього навантаження, вибрати товщину шарів і вісь відліку кута армування.
3. Фізико-механічні властивості пакету КМ.
4. Деформації і напруження в шарах в зв'язаній системі координат.
5. На основі заданого критерію оцінити міцність КМ без урахування і з урахуванням температурних напружень.

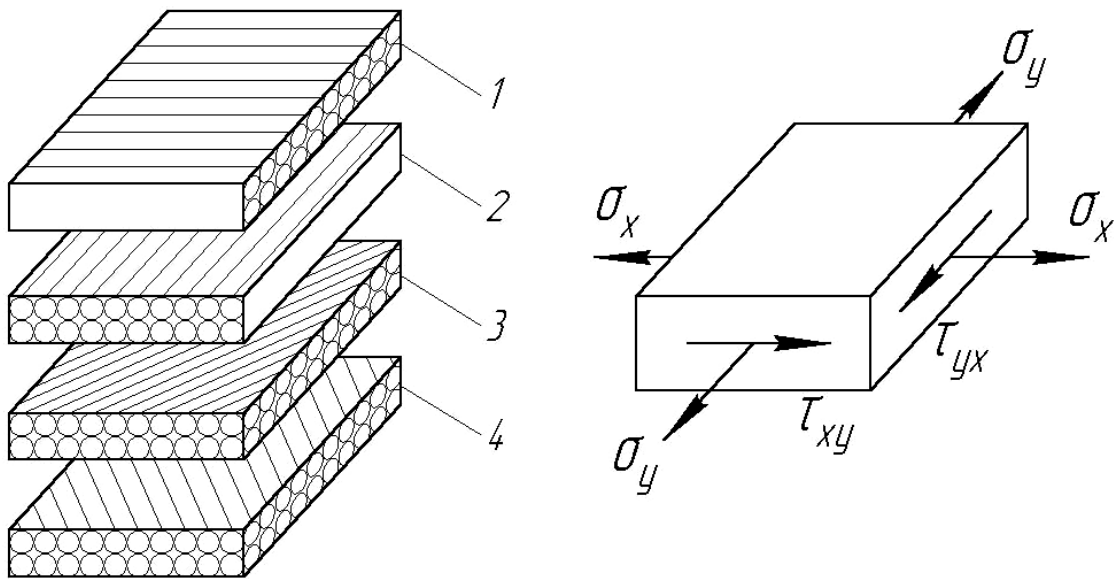


Рис. 2.1. Структура композиційного матеріалу

*Початкові дані для розрахунку:* початкові дані індивідуальні для кожного завдання і приведені в таблицях 2.1, 2.2.

Таблиця 2.1. Початкові дані для виконання завдання

Номер цифри і параметр	Значення цифри					
	1	2	3	4	5	6
1-а цифра – матеріал волокон і товщина стрічки, мм	Скло, вуглець $\delta_0=0,08$	Скло, органіт $\delta_0=0,10$	Скло, бор $\delta_0=0,12$	Вуглець, органіт $\delta_0=0,16$	Вуглець, бор $\delta_0=0,20$	Органіт, бор $\delta_0=0,25$
2-а цифра – об'ємний вміст волокна $\Theta$	0,50	0,8	0,55	0,58	0,60	0,62
3-а цифра – товщина шарів $\delta_i$	$\delta_1=6\delta_0$ $\delta_2=4\delta_0$ $\delta_3=\delta_4=3\delta_0$	$\delta_1=4\delta_0$ $\delta_2=3\delta_0$ $\delta_3=\delta_4=6\delta_0$	$\delta_1=3\delta_0$ $\delta_2=6\delta_0$ $\delta_3=\delta_4=4\delta_0$	$\delta_1=2\delta_0$ $\delta_2=4\delta_0$ $\delta_3=\delta_4=6\delta_0$	$\delta_1=4\delta_0$ $\delta_2=6\delta_0$ $\delta_3=\delta_4=2\delta_0$	$\delta_1=2\delta_0$ $\delta_2=3\delta_0$ $\delta_3=\delta_4=4\delta_0$
4-а цифра – критерій міцності	Мах. напружень	Мах. деформацій	Мізеса-Хілла	Мах. напружень	Мах. деформацій	Мізеса-Хілла
5-а цифра – діючі напруження, МПа	$\sigma_x=200$ $\sigma_y=-500$ $\tau_{xy}=10$	$\sigma_x=-400$ $\sigma_y=-300$ $\tau_{xy}=-20$	$\sigma_x=-200$ $\sigma_y=-300$ $\tau_{xy}=-30$	$\sigma_x=100$ $\sigma_y=200$ $\tau_{xy}=50$	$\sigma_x=300$ $\sigma_y=-300$ $\tau_{xy}=20$	$\sigma_x=400$ $\sigma_y=200$ $\tau_{xy}=30$
6-а цифра – кут укладання волокон в 3 і 4 шарі, $\varphi_i$	15°	20°	25°	30°	35°	40°

Таблиця 2.2. Фізико-механічні властивості компонентів композиційного матеріалу

Властивість матеріалу	Од. вимірювання	Матеріал волокон					Матеріал матриці		
		Позначення	Скло	Вуглець	Органіт	Бор	Позначення	Епоксидна	
Густина	кг/м <sup>3</sup>	$\rho_B$	2580	1700	1400	2500	$\rho_M$	1300	
Модуль пружності	МПа	$E_B$	90000	$3 \cdot 10^5$	$12 \cdot 10^4$	$39 \cdot 10^4$	$E_M$	4000	
Коефіцієнт Пуассона	–	$\mu_B$	0,28	0,22	0,32	0,30	$\mu_M$	0,3	
КЛТР	$10^{-6}$ 1/К	$\alpha_B$	6	-3	-2	4	$\alpha_M$	60	
Міцність	При розтягу	МПа	$\sigma_{BP}$	1800	3000	2800	3000	$\sigma_{MP}$	60
	При стиску	МПа	$\sigma_{BC}$	1300	2500	2000	3500	$\sigma_{MC}$	140
	При зсуві	МПа	$\tau_B$	650	1250	1000	1500	$\tau_M$	30

Варіант включає послідовність шести цифр, розшифровка яких приведена в таблиці 2.1. Наприклад, 162534:

- товщина стрічки –  $\delta_0 = 0,08$  мм;
- об'ємний вміст волокон –  $\Theta = 0,62$ ;
- товщина шарів –  $\delta_1 = 4\delta_0$ ,  $\delta_2 = 3\delta_0$ ,  $\delta_3 = \delta_4 = 6\delta_0$
- критерій міцності – мах. деформацій;
- діючі напруження –  $\sigma_x = -200$  МПа;  $\sigma_y = -300$  МПа;  $\tau_{xy} = -30$  МПа;
- кут укладання волокон в 3 і 4 шарах  $\pm \varphi = \pm 30^\circ$

Таблиця 2.3. Фізико-механічні властивості компонентів композиційного матеріалу

Властивості матеріалу	Од. вимірювання	Матеріал волокон			Матеріал матриці		
		позначення	Скло	вуглець	позначення	Епоксидна (смола)	
Густина	кг/м <sup>3</sup>	$\rho_B$	2580	1700	$\rho_M$	1300	
Модуль пружності	МПа	$E_B$	90000	300000	$E_M$	4000	
Коефіцієнт Пуассона	–	$\mu_B$	0,28	0,22	$\mu_M$	0,3	
КЛТР	10 <sup>-6</sup>	$\alpha_B$	6	-3	$\alpha_M$	60	
Міцність	При розтягу	МПа	$\sigma_{BP}$	1800	3000	$\sigma_{MP}$	60
	При стиску	МПа	$\sigma_{BC}$	1300	2500	$\sigma_{MC}$	140
	При зсуві	МПа	$\tau_B$	650	1250	$\tau_M$	30

### Приклад виконання розрахунків

#### 2.1 Визначення фізико-механічних властивостей однонаправлених шарів КМ.

Модуль пружності вздовж волокон:

$$E_{1i} = E_{Bi} \Theta + E_M (1 - \Theta)$$

- склопластика:

$$E_{1c} = 90000 \cdot 0,62 + 4000(1 - 0,62) = 57320 \text{ МПа};$$

- вуглепластика:

$$E_{1y} = 300000 \cdot 0,62 + 4000(1 - 0,62) = 187520 \text{ МПа}.$$

Модуль пружності поперек волокон:

$$E_{2i} = \frac{E_{Bi} E_M}{E_M \Theta + E_{Bi} (1 - \Theta)}$$

- склопластика:

$$E_{2c} = \frac{90000 \cdot 4000}{4000 \cdot 0,62 + 90000(1 - 0,62)} = 9814,6 \text{ МПа};$$

- вуглепластика:

$$E_{2y} = \frac{300000 \cdot 4000}{4000 \cdot 0,62 + 300000(1 - 0,62)} = 10302,2 \text{ МПа}$$

Модуль зсуву:

$$G_{12i} = \frac{G_{Bi} G_M}{G_M \Theta + G_{Bi} (1 - \Theta)}$$

$$G_{Bi} = \frac{E_{Bi}}{2(1 + \mu_{Bi})}; \quad G_M = \frac{E_M}{2(1 + \mu_M)};$$

$$G_c = \frac{90000}{2(1 + 0,28)} = 35156 \text{ МПа};$$

$$G_y = \frac{300000}{2(1 + 0,22)} = 122951 \text{ МПа};$$

$$G_M = \frac{4000}{2(1 + 0,3)} = 1538 \text{ МПа.}$$

- склопластика:

$$G_{12c} = \frac{35156 \cdot 1538}{1538 \cdot 0,62 + 35156(1 - 0,62)} = 3778 \text{ МПа};$$

- вуглепластика:

$$G_{12y} = \frac{122951 \cdot 1538}{1538 \cdot 0,62 + 122951(1 - 0,62)} = 3966 \text{ МПа};$$

Коефіцієнт Пуассона при навантаженні по осі 1:

$$\mu_{12i} = \mu_{Bi} \Theta + \mu_M (1 - \Theta)$$

- склопластика:

$$\mu_{12c} = 0,28 \cdot 0,62 + 0,3(1 - 0,62) = 0,288;$$

- вуглепластика:

$$\mu_{12y} = 0,22 \cdot 0,62 + 0,3(1 - 0,62) = 0,25.$$

Коефіцієнт Пуассона при навантаженні по осі 2:

$$\mu_{12i} = \frac{E_{Bi} E_M [\mu_{Bi} \Theta + \mu_M (1 - \Theta)]}{[E_{Bi} \Theta + E_M (1 - \Theta)][E_M \Theta + E_{Bi} (1 - \Theta)]}$$

- склопластика:

$$\mu_{12c} = \frac{90000 \cdot 4000 [0,28 \cdot 0,62 + 0,3(1 - 0,62)]}{[90000 \cdot 0,62 + 4000(1 - 0,62)][4000 \cdot 0,62 + 90000(1 - 0,62)]} = 0,0493;$$

- вуглепластика:

$$\mu_{12y} = \frac{300000 \cdot 4000 [0,22 \cdot 0,62 + 0,3(1 - 0,62)]}{[300000 \cdot 0,62 + 4000(1 - 0,62)][4000 \cdot 0,62 + 300000(1 - 0,62)]} = 0,0137.$$

Перевіряємо виконання рівняння пружного потенціалу:

$$E_{2i} \mu_{12i} = E_{1i} \mu_{21i}$$

-склопластика:

$$9814,6 \cdot 0,288 = 57320 \cdot 0,0493$$

$$2827 \approx 2826$$

- вуглепластика:

$$10302 \cdot 0,25 = 187520 \cdot 0,0137$$

$$2576 \approx 2569$$

Коефіцієнт лінійного температурного розширення (КЛТР) уздовж волокон:

$$\alpha_{1i} = \frac{\alpha_{Bi} E_{Bi} \Theta + \alpha_M E_M (1 - \Theta)}{E_{Bi} \Theta + E_M (1 - \Theta)}$$

- склопластика:

$$\alpha_{1c} = \frac{6 \cdot 90000 \cdot 0,62 + 60 \cdot 4000(1 - 0,62)}{90000 \cdot 0,62 + 4000(1 - 0,62)} \cdot 10^{-6} = 7,43 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1};$$

- вуглепластика:

$$\alpha_{1y} = \frac{-3 \cdot 300000 \cdot 0,62 + 60 \cdot 4000(1 - 0,62)}{300000 \cdot 0,62 + 4000(1 - 0,62)} \cdot 10^{-6} = -2,49 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1};$$

КЛТР поперек волокон:

$$\alpha_{2i} = \alpha_{Bi} \Theta + \alpha_M (1 - \Theta)$$

- склопластика:

$$\alpha_{2c} = [6 \cdot 0,62 + 60(1 - 0,62)] \cdot 10^{-6} = 26,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1};$$

- вуглепластика:

$$\alpha_{2y} = [-3 \cdot 0,62 + 60(1 - 0,62)] \cdot 10^{-6} = 20,9 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1};$$

Міцність на розтягування уздовж волокон:

$$F_{1iP} = \frac{\sigma_{MP}}{E_M} [E_{Bi} \Theta + E_M (1 - \Theta)], \text{ якщо } \frac{\sigma_{MP}}{E_M} < \frac{\sigma_{BPi}}{E_{Bi}};$$

$$F_{1iP} = \frac{\sigma_{BP}}{E_{Bi}} [E_{Bi} \Theta + E_M (1 - \Theta)], \text{ якщо } \frac{\sigma_{MP}}{E_M} \geq \frac{\sigma_{BPi}}{E_{Bi}};$$

$$\frac{\sigma_{MP}}{E_M} = \frac{60}{4000} = 0,015; \quad \frac{\sigma_{cP}}{E_c} = \frac{1800}{90000} = 0,02;$$

$$\frac{\sigma_{yP}}{E_y} = \frac{3000}{300000} = 0,01.$$

Тоді

- для склопластика:

$$F_{1cP} = 0,015 \cdot 57320 = 860 \text{ МПа};$$

- для вуглепластика:

$$F_{1yP} = 0,01 \cdot 187520 = 1875 \text{ МПа};$$

Міцність на стиснення уздовж волокон:

$$F_{1iC} = \frac{\sigma_{MC}}{E_M} [E_{Bi} \Theta + E_M (1 - \Theta)], \text{ якщо } \frac{\sigma_{MC}}{E_M} < \frac{\sigma_{BCi}}{E_{Bi}};$$

$$F_{1iC} = \frac{\sigma_{BC}}{E_{Bi}} [E_{Bi} \Theta + E_M (1 - \Theta)], \text{ якщо } \frac{\sigma_{MC}}{E_M} \geq \frac{\sigma_{BCi}}{E_{Bi}};$$

$$\frac{\sigma_{MC}}{E_M} = \frac{140}{4000} = 0,035; \quad \frac{\sigma_{cC}}{E_c} = \frac{1300}{90000} = 0,014;$$

$$\frac{\sigma_{yC}}{E_y} = \frac{2500}{300000} = 0,008.$$

Тоді:

- для склопластика:



$$F_{1cC} = 0,014 \cdot 57320 = 802 \text{ МПа};$$

- для вуглепластика:

$$F_{1yC} = 0,008 \cdot 187520 = 1562 \text{ МПа};$$

Міцність на розтягування поперек волокон:

$$F_{2iP} = \sigma_{MP} E_{2i} \left[ \frac{2R}{t} \left( \frac{1}{E_{Bi}} - \frac{1}{E_M} \right) + \frac{1}{E_M} \right];$$

$$\text{де } t = \frac{2\pi R^2}{\delta\theta}; \quad R = 0,45\delta_0$$

$$\text{Відношення } \frac{2R}{t} = \frac{\delta\theta}{\pi R} = \frac{2\theta}{0,45\pi}$$

- склопластика:

$$F_{2cP} = 60 \cdot 9815 \left[ \frac{0,62}{0,45 \cdot 3,14} \left( \frac{1}{90000} - \frac{1}{4000} \right) + \frac{1}{4000} \right] = 85,5 \text{ МПа};$$

- вуглепластика:

$$F_{2yP} = 60 \cdot 10302 \left[ \frac{0,62}{0,45 \cdot 3,14} \left( \frac{1}{300000} - \frac{1}{4000} \right) + \frac{1}{4000} \right] = 87,6 \text{ МПа}.$$

Міцність на стиснення поперек волокон:

$$F_{2iC} = F_{2iP} \frac{\sigma_{MC}}{\sigma_{MP}}$$

- склопластика:

$$F_{2cC} = \frac{85,5 \cdot 140}{60} = 200 \text{ МПа};$$

- вуглепластика:

$$F_{2yC} = \frac{87,6 \cdot 140}{60} = 204 \text{ МПа};$$

Міцність на зсув:

$$F_{12i} = \frac{\tau_M}{G_M} \cdot G_{12i}, \text{ якщо } \frac{\tau_M}{G_M} < \frac{\tau_{Bi}}{G_{Bi}};$$

$$F_{12i} = \frac{\tau_{Bi}}{G_{Bi}} \cdot G_{12i} \cdot \text{якщо } \frac{\tau_M}{G_M} \geq \frac{\tau_{Bi}}{G_{Bi}};$$

$$\frac{\tau_M}{G_M} = \frac{30}{1538} = 0,0195; \quad \frac{\tau_c}{G_c} = \frac{650}{35156} = 0,0185;$$

$$\frac{\tau_y}{G_y} = \frac{1250}{122951} = 0,010;$$

- склопластика:

$$F_{12c} = 0,0185 \cdot 3778 = 69,9 \text{ МПа};$$

- вуглепластика:

$$F_{12y} = 0,01 \cdot 3966 = 40,3 \text{ МПа};$$

## 2.2. Визначення залишкових напружень в компонентах КМ

Напруження у волокнах від температури:

$$\sigma_{1B}^T = E_{Bi} E_M \Delta T (1 - \Theta) \frac{\alpha_M - \alpha_{Bi}}{E_{Bi} \Theta - E_M (1 - \Theta)} = \frac{E_{Bi} E_M \Delta T (1 - \Theta) (\alpha_M - \alpha_{Bi})}{E_{1i}}$$

- в скловолокні:

$$\sigma_{Bc}^T = 90000 \cdot 4000 (-150) (1 - 0,62) \frac{(60 - 6) \cdot 10^{-6}}{90000 \cdot 0,62 + 4000 (1 - 0,62)} = -19,3 \text{ МПа};$$

$$19,3 \text{ МПа} < \sigma_{Bc}$$

де  $\sigma_{Bc}$  – міцність скловолокна при стисненні  $\sigma_{Bc} = 1300 \text{ МПа}$ ;

- у вуглецевих волокнах вуглепластика:

$$\sigma_{By}^T = 300000 \cdot 4000 (-150) (1 - 0,62) \frac{(60 + 3) \cdot 10^{-6}}{300000 \cdot 0,62 + 4000 (1 - 0,62)} = -23 \text{ МПа};$$

$$23 \text{ МПа} < \sigma_{By}$$

де  $\sigma_{By}$  – міцність вуглеволокна при стисненні  $\sigma_{By} = 2500 \text{ МПа}$ .

Напруга в матриці від температури:

$$\sigma_{1M}^T = E_{Bi} E_M \Delta T \Theta \frac{\alpha_{Bi} - \alpha_M}{E_{Bi} \Theta + E_M (1 - \Theta)} = \frac{E_{Bi} E_M \Delta T \Theta (\alpha_{Bi} - \alpha_M)}{E_{1i}}$$

- в склопластику:

$$\sigma_{Mc}^T = 90000 \cdot 4000 \cdot (-150) \cdot 0,62 \frac{(6-60) \cdot 10^{-6}}{90000 \cdot 0,62 + 4000 \cdot (1-,62)} = 31,5 \text{ МПа};$$

$$31,5 \text{ МПа} < \sigma_{Mp}.$$

Міцність матриці при розтягуванні  $\sigma_{Mp} = 60 \text{ МПа}$ ;

- у вуглепластику:

$$\sigma_{My}^T = 300000 \cdot 4000 \cdot (-150) \cdot 0,62 \frac{(-3-60) \cdot 10^{-6}}{300000 \cdot 0,62 + 4000 \cdot (1-,62)} = 37,5 \text{ МПа};$$

$$37,5 \text{ МПа} < 60 \text{ МПа}.$$

Висновок: КМ із заданими параметрами можуть існувати.

### 2.3. Визначення основних питомих характеристик однонаправлених КМ

Густина КМ:

$$\rho_i = \rho_{Bi} \theta + \rho_M (1 - \theta);$$

- склопластика:

$$\rho_c = 2580 \cdot 0,62 + 1300 \cdot (1 - 0,62) = 2094 \text{ кг/м}^3;$$

- вуглепластика:

$$\rho_y = 1700 \cdot 0,62 + 1300 \cdot (1 - 0,62) = 1548 \text{ кг/м}^3;$$

Питома жорсткість і міцність

- склопластика:

$$\frac{E_{1c}}{\rho_c} = \frac{57320}{2094} = 27,4 \frac{\text{м}^2}{\text{сек}^2}; \quad \frac{F_{1cP}}{\rho_c} = \frac{860}{2094} = 0,41 \frac{\text{м}^2}{\text{сек}^2};$$

- вуглепластика

$$\frac{E_{1y}}{\rho_y} = \frac{187520}{1548} = 121,1 \frac{\text{м}^2}{\text{сек}^2}; \quad \frac{F_{1yP}}{\rho_y} = \frac{1875}{1548} = 1,21 \frac{\text{м}^2}{\text{сек}^2}.$$

Для порівняння визначимо аналогічні характеристики, широко використовуваний в машинобудуванні, конструкційної сталі 45:  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ;  $\sigma_T = 360 \text{ МПа}$ ; густина  $7800 \text{ кг/м}^3$ .

$$\frac{E}{\rho} = \frac{200000}{7800} = 25,6 \frac{м^2}{сек^2}; \quad \frac{\sigma_T}{\rho} = \frac{360}{7800} = 0,046 \frac{м^2}{сек^2}.$$

Висновок: питома жорсткість і питома міцність КМ вище, ніж в сталі. Це означає, що при рівній міцності (жорсткості) конструктивні елементи будуть легшими сталевих. Зниження матеріаломісткості елементів конструкції з різних матеріалів при рівній несучій здатності визначається співвідношенням їх питомих характеристик.

2.4. Визначення величини і напрямку головних напружень при заданих умовах зовнішнього напруження (Рис. 2.2)

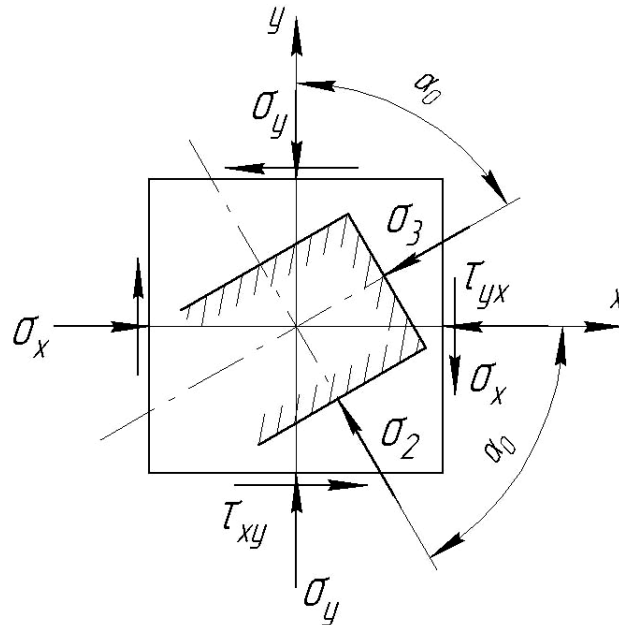


Рис. 2.2. Схема напруженого стану

$$\sigma_K = \frac{1}{2} \left[ \sigma_x + \sigma_y \pm \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \right]; K = 1, 2, 3.$$

$$\sigma_K = \frac{1}{2} \left[ -200 - 300 \pm \sqrt{(-200 + 300)^2 + 4 \cdot 30^2} \right] = \frac{-500 \pm 117}{2} = (-250 \pm 59), \text{ МПа.}$$

$$\sigma_2 = -191 \text{ МПа.}$$

$$\sigma_3 = -309 \text{ МПа.}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{\tau_{xy}}{\sigma_2 - \sigma_y} = \frac{-30}{-191 + 300} = -0,275.$$

$$\alpha_0 = \operatorname{arctg}(-0,275) = -15^\circ 24''.$$

## 2.5. На підставі приведених розрахунків формуємо структуру пакету КМ

Оскільки основне навантаження прикладено під гострим кутом до осі  $y$ , то заданий кут  $30^\circ$  відкладаємо від цієї осі. Тоді кут армування 3-го і 4-го шарів, відлічуваний від осі  $x$ , буде рівний  $\varphi_{3,4} = \pm(90^\circ - 30^\circ) = \pm 60^\circ$ .

Загальна товщина 3-го і 4-го шарів  $12\delta_0$  більше половини сумарної товщини пакету, тому з метою здешевлення матеріалу їх рекомендується виготовляти з більш дешевого склопластика за умови збереження міцності пакету.

Щоб раціонально розташувати 1-й і 2-й шари по відношенню до заданого навантаження ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ), проводимо орієнтовний розрахунок міцності КМ по двох варіантах. Розрахункові формули можна отримати, урахувавши тільки міцність КМ по напрямку армування:

$$F_x^* = \frac{1}{\delta_\Sigma} \sum_{i=1}^4 \delta_i F_{li} \cos^2 \varphi_i; \quad F_{li} = F_{1Pi}, \text{ якщо } \sigma_{x,y} > 0;$$

$$F_y^* = \frac{1}{\delta_\Sigma} \sum_{i=1}^4 \delta_i F_{li} \sin^2 \varphi_i; \quad F_{li} = F_{1c}, \text{ якщо } \sigma_{x,y} < 0.$$

Варіант I: 1-й шар  $4\delta_0$  по осі  $x$ ;

2-й шар  $3\delta_0$  перпендикулярний осі  $x$

$$F_{x1}^* = \frac{1}{19\delta_0} (1562 \cdot 4\delta_0 \cdot \cos^2 0^\circ + 1562 \cdot 3\delta_0 \cdot \cos^2 90^\circ + 2 \cdot 802 \cdot 6\delta_0 \cdot \cos^2 60^\circ) = 455 \text{ МПа} > 200 \text{ МПа};$$

$$F_{y1}^* = \frac{1}{19\delta_0} (1562 \cdot 4\delta_0 \cdot \sin^2 0^\circ + 1562 \cdot 3\delta_0 \cdot \sin^2 90^\circ + 2 \cdot 802 \cdot 6\delta_0 \cdot \sin^2 60^\circ) = 627 \text{ МПа} > 300 \text{ МПа};$$

Варіант II: 1-й шар  $4\delta_0$  перпендикулярний осі  $x$ ;

2-й шар  $3\delta_0$  по осі  $x$

$$F_{x2}^* = \frac{1}{19\delta_0} (1562 \cdot 3\delta_0 \cdot \cos^2 0^\circ + 1562 \cdot 4\delta_0 \cdot \cos^2 90^\circ + 2 \cdot 802 \cdot 6\delta_0 \cdot \cos^2 60^\circ) = 373 \text{ МПа} > 200 \text{ МПа};$$

$$F_{Y2}^* = \frac{1}{19\delta_0} (1562 \cdot 3\delta_0 \cdot \sin^2 0^\circ + 1562 \cdot 4\delta_0 \cdot \sin^2 90^\circ + 2 \cdot 802 \cdot 6\delta_0 \cdot \sin^2 60^\circ) = 708 \text{ МПа} > 300 \text{ МПа};$$

Запас міцності по I варіанту складе:

$$n_{x1} = \frac{F_{X1}^*}{\sigma_X} = \frac{455}{200} = 2,28;$$

$$n_{y1} = \frac{F_{Y1}^*}{\sigma_Y} = \frac{627}{300} = 2,09;$$

Запас міцності по II варіанту складе:

$$n_{x2} = 1,87; \quad n_{y2} = 2,36$$

З аналізу отриманих результатів витікає, що КМ по варіанту I більш міцний.

Таким чином, попередній розрахунок показує можливу працездатність матеріалу при заданих нормальних напруженнях. Структура сформованого пакету матеріалу і фізико-механічні властивості шарів приведена в таблиці 2.4 і на рис.2.3.

Таблиця 2.4. Фізико-механічних властивості шарів пакету КМ

Номер шару	1	2	3
Кут укладання $\varphi_i$	0	90	$\pm 60$
Товщина шара, $\delta_i$ , мм	0,32	0,24	0,48
Матеріал	В/п	В/п	С/п
$E_1$ , МПа	187520	187520	57320
$E_2$ , МПа	10302	10302	9815
$G_{12}$ , МПа	3966	3966	3778
$\mu_{12}$	0,25	0,25	0,288
$\mu_{21}$	0,014	0,014	0,049
$\alpha_1 \cdot 10^{-6}$ , $K^{-1}$	-2,49	-2,49	7,43
$\alpha_2 \cdot 10^{-6}$ , $K^{-1}$	20,9	20,9	26,5
$F_{1p}$ , МПа	1875	1875	860
$F_{1c}$ , МПа	1562	1562	802
$F_{2p}$ , МПа	87,6	87,6	85,5
$F_{2c}$ , МПа	204	204	200
$F_{12}$ , МПа	40,3	40,3	69,9

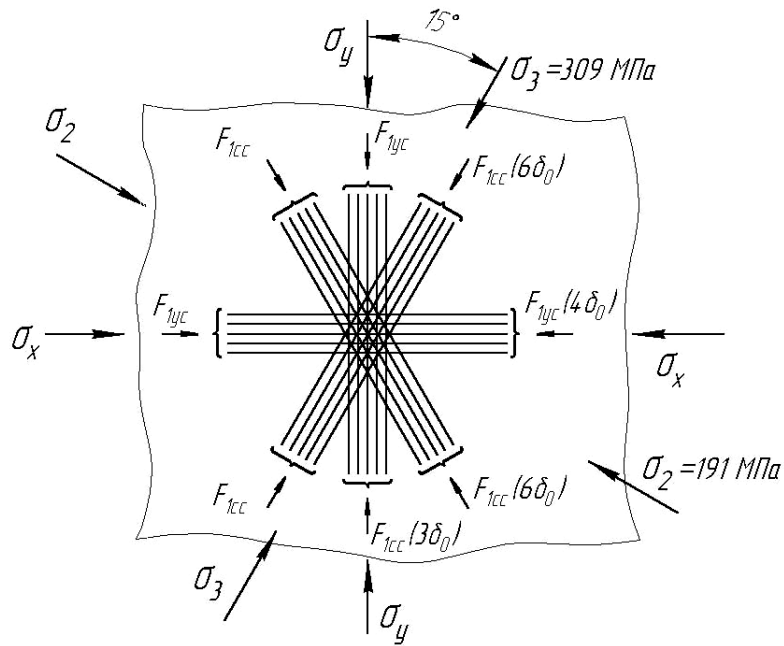


Рис. 2.3 Структура сформованого пакета.

2.6. Рівняння фізичного закону для сформованого пакету шарватого КМ:

$$\begin{cases} \sigma_X = \frac{1}{\delta_\Sigma} (B_{11}\varepsilon_X + B_{12}\varepsilon_Y); \\ \sigma_Y = \frac{1}{\delta_\Sigma} (B_{12}\varepsilon_X + B_{22}\varepsilon_Y); \\ \tau_{XY} = \frac{1}{\delta_\Sigma} B_{33}\gamma_{XY}; \end{cases}$$

де  $\delta_\Sigma = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4 = 0,32 + 0,24 + 0,48 + 0,48 = 1,52$  мм, а коефіцієнти

матриці жорсткості визначається по формулах:

$$B_{11} = \delta_1 \bar{E}_{1Y} + \delta_2 \bar{E}_{2Y} + (\delta_3 + \delta_4) [\bar{E}_{1C} \cos^4 \varphi + \bar{E}_{2C} \sin^4 \varphi + 2\bar{E}_{1C} \mu_{21C} \times \\ \times \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + G_{12C} \sin^2 2\varphi];$$

$$B_{12} = \delta_1 \bar{E}_{1Y} \mu_{21Y} + \delta_2 \bar{E}_{2Y} \mu_{21Y} + (\delta_3 + \delta_4) [(\bar{E}_{1C} + \bar{E}_{2C}) \cos^2 \varphi \sin^2 \varphi + \bar{E}_{1C} \mu_{21C} \times \\ \times (\sin^4 \varphi + \cos^4 \varphi) - G_{12C} \sin^2 2\varphi];$$

$$B_{22} = \delta_1 \bar{E}_{2Y} + \delta_2 \bar{E}_{1Y} + (\delta_3 + \delta_4) [\bar{E}_{1C} \sin^4 \varphi + \bar{E}_{2C} \cos^4 \varphi + 2\bar{E}_{1C} \mu_{21C} \times \\ \times \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + G_{12C} \sin^2 2\varphi];$$

$$B_{33} = G_{12Y} (\delta_1 + \delta_2) + (\delta_3 + \delta_4) [(\bar{E}_{1C} + \bar{E}_{2C} - \bar{E}_{1C} \mu_{21C}) \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + \\ + G_{12C} \cos^2 2\varphi];$$

де

$$\bar{E}_{1C} = \bar{E}_{13} = \bar{E}_{14} = \frac{E_{1C}}{1 - \mu_{12C}\mu_{21C}} = \frac{57320}{1 - 0,288 \cdot 0,049} = 58140 \text{ МПа};$$

$$\bar{E}_{2C} = \bar{E}_{23} = \bar{E}_{24} = \frac{E_{2C}}{1 - \mu_{12C}\mu_{21C}} = \frac{9815}{1 - 0,288 \cdot 0,049} = 9956 \text{ МПа};$$

$$\bar{E}_{1Y} = \bar{E}_{11} = \bar{E}_{12} = \frac{E_{1Y}}{1 - \mu_{12Y}\mu_{21Y}} = \frac{187520}{1 - 0,25 \cdot 0,014} = 188179 \text{ МПа};$$

$$\bar{E}_{1y} = \bar{E}_{21} = \bar{E}_{22} = \frac{E_{2y}}{1 - \mu_{12Y}\mu_{21Y}} = \frac{10302}{1 - 0,25 \cdot 0,014} = 10338 \text{ МПа};$$

Підставляючи значення, обчислимо коефіцієнти  $B_{ij}$ :

$$B_{11} = 0,32 \cdot 188179 + 0,24 \cdot 10338 + 0,96(58140 \cos^4 60^\circ + 9956 \sin^4 60^\circ + 2 \cdot 58140 \cdot 0,049 \cdot \sin^2 60^\circ \cos^2 60^\circ + 3778 \sin^2 120^\circ) = 75309 \text{ МПа} \cdot \text{мм};$$

$$B_{12} = (0,32 + 0,24) \cdot 188179 \cdot 0,014 + 0,96[(58140 + 9956) \cos^2 60^\circ \sin^2 60^\circ + 58140 \cdot 0,049 \cdot (\sin^4 60^\circ + \cos^4 60^\circ) - 3778 \sin^2 120^\circ] = 12722 \text{ МПа} \cdot \text{мм};$$

$$B_{22} = 0,32 \cdot 10338 + 0,24 \cdot 188179 + 0,96(58140 \sin^4 60^\circ + 9956 \cos^4 60^\circ + 2 \cdot 58140 \cdot 0,049 \cdot \sin^2 60^\circ \cos^2 60^\circ + 3778 \sin^2 120^\circ) = 64061 \text{ МПа} \cdot \text{мм};$$

$$B_{33} = (0,32 + 0,24) \cdot 3966 + 0,96[(58140 + 9956 - 2 \cdot 58140 \cdot 0,049) \sin^2 60^\circ \cos^2 60^\circ + 3778 \cos^2 120^\circ] = 14359 \text{ МПа} \cdot \text{мм}.$$

## 2.7. Визначення пружних констант шаруватого КМ:

Модуль пружності по осі x:

$$E_X = \frac{1}{\delta_\Sigma} \left[ B_{11} - \frac{B_{12}^2}{B_{22}} \right] = \frac{1}{1,52} \left[ 75309 - \frac{12722^2}{64061} \right] = 47883 \text{ МПа}.$$

Модуль пружності по осі y:

$$E_Y = \frac{1}{\delta_\Sigma} \left[ B_{22} - \frac{B_{12}^2}{B_{11}} \right] = \frac{1}{1,52} \left[ 64061 - \frac{12722^2}{75309} \right] = 40731 \text{ МПа}.$$

Модуль зсуву:



$$G_{XY} = \frac{B_{33}}{\delta_{\Sigma}} = \frac{14359}{1,52} = 9447 \text{ МПа.}$$

Коефіцієнти Пуассона:

$$\mu_{XY} = \frac{B_{12}}{B_{22}} = \frac{12722}{64061} = 0,199;$$

$$\mu_{YX} = \frac{B_{12}}{B_{11}} = \frac{12722}{75309} = 0,169.$$

2.8. Рівняння фізичного закону з урахуванням обчислених значень пружних констант:

$$\varepsilon_X = \frac{\sigma_X}{E_X} - \mu_{YX} \frac{\sigma_Y}{E_Y} = \frac{1}{E_X} (\sigma_X - \mu_{YX} \sigma_Y);$$

$$\varepsilon_Y = -\mu_{XY} \frac{\sigma_X}{E_X} + \frac{\sigma_Y}{E_Y} = \frac{1}{E_Y} (\sigma_Y - \mu_{XY} \sigma_X);$$

$$\gamma_{XY} = \frac{\tau_{XY}}{G_{XY}};$$

Підставляючи значення пружних констант і заданих напружень, визначаємо деформації пакету КМ:

$$\varepsilon_X = \frac{-200 + 0,199 \cdot 300}{47883} = -2,93 \cdot 10^{-3};$$

$$\varepsilon_Y = \frac{-300 + 0,169 \cdot 200}{40731} = -6,54 \cdot 10^{-3};$$

$$\varepsilon_X = \frac{-30}{9447} = -3,176 \cdot 10^{-3}.$$

2.9. Визначаємо коефіцієнти лінійного температурного розширення:

$$\alpha_X = \frac{A_{T1} B_{22} - A_{T2} B_{12}}{B_{11} B_{22} - B_{12}^2};$$

$$\alpha_Y = \frac{A_{T2} B_{11} - A_{T1} B_{12}}{B_{11} B_{22} - B_{12}^2};$$

Коефіцієнти  $A_{T1}$  і  $A_{T2}$  визначаються по наступних формулах:

$$A_{T1} = \sum_{i=1}^n \delta_i \left[ \bar{E}_{1i} \alpha_{1i} (\mu_{21i} \sin^2 \varphi_i + \cos^2 \varphi_i) + \bar{E}_{2i} \alpha_{2i} (\sin^2 \varphi_i + \mu_{12i} \cos^2 \varphi_i) \right];$$

$$A_{T2} = \sum_{i=1}^n \delta_i \left[ \bar{E}_{1i} \alpha_{1i} (\sin^2 \varphi_i + \mu_{21i} \cos^2 \varphi_i) + \bar{E}_{2i} \alpha_{2i} (\mu_{12i} \sin^2 \varphi_i + \cos^2 \varphi_i) \right];$$

Підставляючи значення, отримаємо:

$$A_{T1} = \{0,32(-188179 \cdot 2,49 + 10338 \cdot 20,9 \cdot 0,25) + 0,24(10338 \cdot 20,9 - 1881179 \cdot 2,49 \cdot 0,014) + 0,96[58140 \cdot 7,43(0,049 \sin^2 60^\circ + \cos^2 60^\circ) + 9956 \cdot 26,5(\sin^2 60^\circ + 0,288 \cos^2 60^\circ)]\} 10^{-6} = 244737 \cdot 10^{-6};$$

$$A_{T2} = \{0,32(-188179 \cdot 2,49 \cdot 0,014 + 10338 \cdot 20,9) + 0,24(10338 \cdot 20,9 \cdot 0,25 - 1881179 \cdot 2,49) + 0,96[58140 \cdot 7,43(\sin^2 60^\circ + 0,049 \cos^2 60^\circ) + 9956 \cdot 26,5(0,288 \sin^2 60^\circ + \cos^2 60^\circ)]\} 10^{-6} = 401684 \cdot 10^{-6};$$

$$\alpha_X = \frac{244737 \cdot 64061 - 401684 \cdot 12722}{75309 \cdot 64061 - 12722^2} 10^{-6} = 2,27 \cdot 10^{-6};$$

$$\alpha_Y = \frac{401684 \cdot 75309 - 244737 \cdot 12722}{75309 \cdot 64061 - 12722^2} 10^{-6} = 5,82 \cdot 10^{-6}.$$

## 2.10. Температурні напруження в шарах КМ:

$$\sigma_{1i}^T = E_1 \Delta T [\alpha_X \cos^2 \varphi_i + \alpha_Y \sin^2 \varphi_i - \alpha_1 + \mu_{21} (\alpha_X \sin^2 \varphi_i + \alpha_Y \cos^2 \varphi_i - \alpha_2)];$$

$$\sigma_{2i}^T = E_2 \Delta T [\alpha_X \sin^2 \varphi_i + \alpha_Y \cos^2 \varphi_i - \alpha_2 + \mu_{12} (\alpha_X \cos^2 \varphi_i + \alpha_Y \sin^2 \varphi_i - \alpha_1)];$$

$$\tau_{12i}^T = G_{12} \Delta T (\alpha_Y - \alpha_X) \sin 2\varphi_i;$$

Температурні напруження в 1-му шарі:

- вуглепластик:

$$\varphi_1 = 0^\circ; \quad \Delta T = -150^\circ;$$

$$\begin{aligned} \sigma_{11}^T &= E_1 \Delta T [\alpha_X - \alpha_1 + \mu_{21} (\alpha_Y - \alpha_{21})] = \\ &= -188179 \cdot 150 [2,27 - (-2,49) + 0,014(5,82 - 20,9)] \cdot 10^{-6} = -128 \text{ МПа}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{21}^T &= E_{21} \Delta T [\alpha_Y - \alpha_{21} + \mu_{12} (\alpha_X - \alpha_{11})] = \\ &= -10338 \cdot 150 [5,82 - 20,9 + 0,25(2,27 + 2,49)] \cdot 10^{-6} = 21,5 \text{ МПа}; \end{aligned}$$

$$\tau_{121}^T = 0.$$

Температурні напруження в 2-му шарі:

- вуглепластик:

$$\varphi_2 = 90^\circ;$$

$$\begin{aligned}\sigma_{12}^T &= E_{12} \Delta T [\alpha_Y - \alpha_{12} + \mu_{212} (\alpha_X - \alpha_{22})] = \\ &= -188179 \cdot 150 [5,82 - (-2,49) + 0,014(2,27 - 20,9)] \cdot 10^{-6} = -228 \text{ МПа};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{22}^T &= E_{22} \Delta T [\alpha_X - \alpha_{22} + \mu_{122} (\alpha_Y - \alpha_{12})] = \\ &= -10338 \cdot 150 [2,27 - 20,9 + 0,25(5,82 + 2,49)] \cdot 10^{-6} = 25,7 \text{ МПа};\end{aligned}$$

$$\tau_{122}^T = 0.$$

Температурні напруження в 3-му і 4-му шарах:

- склопластик:

$$\varphi_3 = -\varphi_4 = 60^\circ;$$

$$\begin{aligned}\sigma_{13}^T = \sigma_{14}^T &= -58140 \cdot 150 [2,27 \cos^2 60^\circ + 5,82 \sin^2 60^\circ - 7,43 + \\ &+ 0,049(2,27 \sin^2 60^\circ + 5,82 \cos^2 60^\circ - 26,5)] \cdot 10^{-6} = 31,8 \text{ МПа};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{23}^T = \sigma_{24}^T &= -9956 \cdot 150 [2,27 \sin^2 60^\circ + 5,82 \cos^2 60^\circ - 26,5 + \\ &+ 0,288(2,27 \cos^2 60^\circ + 5,82 \sin^2 60^\circ - 7,43)] \cdot 10^{-6} = 35,9 \text{ МПа};\end{aligned}$$

$$\tau_{123}^T = -\tau_{124}^T = -3778 \cdot 150 \cdot 10^{-6} (5,82 - 2,27) \sin 120^\circ = -1,7 \text{ МПа}.$$

*2.11. Визначаємо деформації шарів в зв'язаній системі координат по формулах:*

$$\varepsilon_{1i} = \varepsilon_x \cos^2 \varphi_i + \varepsilon_y \sin^2 \varphi_i + \gamma_{xy} \sin \varphi_i \cos \varphi_i;$$

$$\varepsilon_{2i} = \varepsilon_x \sin^2 \varphi_i + \varepsilon_y \cos^2 \varphi_i - \gamma_{xy} \sin \varphi_i \cos \varphi_i;$$

$$\gamma_{12i} = (\varepsilon_y - \varepsilon_x) \sin 2\varphi_i + \gamma_{xy} \cos 2\varphi_i.$$

Для досліджуваної структури:

$$i = 1; \quad \varphi_1 = 0^\circ;$$

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon_x = -2,93 \cdot 10^{-3};$$

$$\varepsilon_{21} = \varepsilon_y = -6,54 \cdot 10^{-3};$$

$$\gamma_{121} = \gamma_{xy} = -3,176 \cdot 10^{-3};$$

$$i = 2; \varphi_2 = 90^\circ:$$

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_y = -6,54 \cdot 10^{-3};$$

$$\varepsilon_{22} = \varepsilon_x = -2,93 \cdot 10^{-3};$$

$$\gamma_{122} = -\gamma_{xy} = 3,176 \cdot 10^{-3};$$

$$i = 3; \varphi_3 = 60^\circ:$$

$$\varepsilon_{13} = (-2,93 \cos^2 60^\circ - 6,54 \sin^2 60^\circ - 3,176 \sin 60^\circ \cos 60^\circ) \cdot 10^{-3} = -0,007;$$

$$\varepsilon_{23} = (-2,93 \sin^2 60^\circ - 6,54 \cos^2 60^\circ + 3,176 \sin 60^\circ \cos 60^\circ) \cdot 10^{-3} = -0,00246;$$

$$\gamma_{123} = [(-6,54 + 2,93) \sin 120^\circ - 3,176 \cos 120^\circ] \cdot 10^{-3} = -0,00157;$$

$$i = 4; \varphi_4 = -60^\circ:$$

$$\varepsilon_{14} = (-2,93 \cos^2(-60^\circ) - 6,54 \sin^2(-60^\circ) - 3,176 \sin(-60^\circ) \cos(-60^\circ)) \cdot 10^{-3} = -0,0043;$$

$$\varepsilon_{24} = (-2,93 \sin^2(-60^\circ) - 6,54 \cos^2(-60^\circ) + 3,176 \sin(-60^\circ) \cos(-60^\circ)) \cdot 10^{-3} = -0,0052;$$

$$\gamma_{123} = [(-6,54 + 2,93) \sin(-120^\circ) - 3,176 \cos(-120^\circ)] \cdot 10^{-3} = 0,0047;$$

2.12. Визначаємо напруження в шарах по формулах:

$$\sigma_{1i} = E_{1i}(\varepsilon_{1i} + \mu_{21}\varepsilon_{2i});$$

$$\sigma_{2i} = E_{2i}(\varepsilon_{2i} + \mu_{12}\varepsilon_{1i});$$

$$\tau_{12i} = G_{12i}\gamma_{12i};$$

В 1-му шарі:

$$\sigma_{11} = 188179(-2,93 - 0,014 \cdot 6,54)10^{-3} = -568,6 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{21} = 10338(-6,54 - 0,25 \cdot 2,93)10^{-3} = -75,2 \text{ МПа};$$

$$\tau_{121} = 3966(-3,176)10^{-3} = -12,6 \text{ МПа}.$$

В 2-му шарі:

$$\sigma_{12} = 188179(-6,54 - 0,014 \cdot 2,93)10^{-3} = -1238,4 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{22} = 10338(-2,93 - 0,25 \cdot 6,54)10^{-3} = -47,2 \text{ МПа};$$

$$\tau_{122} = 3966 \cdot 3,176 \cdot 10^{-3} = 12,6 \text{ МПа}.$$

В 3-му шарі:

$$\sigma_{13} = 58140(-0,007 + 0,049 \cdot (-0,00246)) = -414 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{23} = 9956(-0,00246 - 0,288 \cdot 0,007) = -44,6 \text{ МПа};$$

$$\tau_{123} = 3778(-0,00157) = -5,9 \text{ МПа}.$$

В 4-му шарі:

$$\sigma_{14} = 58140(-0,0043 + 0,049 \cdot 0,0052) = -264,3 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{24} = 9956(-0,0052 - 0,288 \cdot (-0,0043)) = -64,1 \text{ МПа};$$

$$\tau_{124} = 3778 \cdot 0,047 = 17,8 \text{ МПа}.$$

### 2.13. На основі даного критерію оцінюємо міцність КМ

По критерію максимальних напружень міцність оцінюється по рівняннях:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{1i} \leq F_{1i}, \\ \sigma_{2i} \leq F_{2i}, \\ \tau_{12i} \leq F_{12i}, \end{array} \text{ де } \left. \begin{array}{l} F_{1i} = F_{1P}, \text{ если } \sigma_{1i} \geq 0 \\ F_{1i} = F_{1C}, \text{ если } \sigma_{1i} < 0 \\ F_{2i} = F_{2P}, \text{ если } \sigma_{2i} \geq 0 \\ F_{2i} = F_{2C}, \text{ если } \sigma_{2i} < 0 \end{array} \right\}$$

По критерію максимальних деформацій міцність оцінюється по рівняннях

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{1i} \leq \frac{F_{1i}}{E_1}, \\ \varepsilon_{2i} \leq \frac{F_{2i}}{E_2}, \\ \gamma_{12} \leq \frac{F_{12}}{G_{12}}, \end{array} \text{ де } \left. \begin{array}{l} F_{1i} = F_{1P}, \text{ если } \varepsilon_{1i} \geq 0 \\ F_{1i} = F_{1C}, \text{ если } \varepsilon_{1i} < 0 \\ F_{2i} = F_{2P}, \text{ если } \varepsilon_{2i} \geq 0 \\ F_{2i} = F_{2C}, \text{ если } \varepsilon_{2i} < 0 \end{array} \right\}$$

По критерію Мізеса-Хілла міцність оцінюється по рівнянню:

$$\frac{\sigma_{1i}^2}{F_{1i}^2} - \frac{\sigma_{1i}\sigma_{2i}}{F_{1i}^2} + \frac{\sigma_{2i}^2}{F_{2i}^2} + \frac{\tau_{12}^2}{F_{12i}^2} \leq 1.$$

При цьому значення  $F_{1i}$  і  $F_{2i}$  визначаються аналогічно критерію максимальних напружень.

Розділивши праву частину будь-якого з критеріїв на ліву, можна отримати значення запасу міцності: шар з найменшим запасом міцності руйнуватиметься першим.

Якщо значення запасу міцності менше одиниці, матеріал не задовольняє умові міцності.

Мінімальним допустимим коефіцієнтом запасу міцності можна також задатися.

Оскільки в даному випадку необхідно використовувати критерій максимальних деформацій, то значення запасу міцності можна розраховувати по формулах:

Для 1-го шару:

$$n_{11} = \frac{F_{1C1}}{E_{11}|\varepsilon_{11}|} = \frac{1562}{187520 \cdot 2,93 \cdot 10^{-3}} = 2,84 > 1;$$

$$n_{21} = \frac{F_{2C1}}{E_{21}|\varepsilon_{21}|} = \frac{204}{10302 \cdot 6,54 \cdot 10^{-3}} = 3,12 > 1;$$

$$n_{121} = \frac{F_{121}}{G_{121}|\gamma_{121}|} = \frac{40,3}{3966 \cdot 3,176 \cdot 10^{-3}} = 3,2 > 1;$$

Для 2-го шару:

$$n_{12} = \frac{F_{1C2}}{E_{12}|\varepsilon_{12}|} = \frac{1562}{187520 \cdot 6,54 \cdot 10^{-3}} = 1,27 > 1;$$

$$n_{22} = \frac{F_{2C2}}{E_{22}|\varepsilon_{22}|} = \frac{204}{10302 \cdot 2,93 \cdot 10^{-3}} = 6,76 > 1;$$

$$n_{122} = \frac{F_{121}}{G_{122}|\gamma_{122}|} = \frac{40,3}{3966 \cdot 3,176 \cdot 10^{-3}} = 3,2 > 1$$

Для 3-го шару:

$$n_{13} = \frac{F_{1C3}}{E_{13}|\varepsilon_{13}|} = \frac{802}{57320 \cdot 0,007} = 2 > 1;$$

$$n_{23} = \frac{F_{2P3}}{E_{23}|\varepsilon_{23}|} = \frac{85,5}{9815 \cdot 0,00246} = 3,5 > 1;$$

$$n_{123} = \frac{F_{123}}{G_{123}|\gamma_{123}|} = \frac{69,9}{3778 \cdot 0,00157} = 11,8 > 1$$

Для 4-го шара:

$$n_{14} = \frac{F_{1P4}}{E_{14}|\varepsilon_{14}|} = \frac{860}{57320 \cdot 0,0043} = 3,5 > 1;$$

$$n_{24} = \frac{F_{2C4}}{E_{24}|\varepsilon_{24}|} = \frac{200}{9815 \cdot 0,0052} = 3,9 > 1;$$

$$n_{124} = \frac{F_{124}}{G_{124}|\gamma_{124}|} = \frac{69,9}{3778 \cdot 0,0047} = 3,9 > 1$$

З аналізу отриманих результатів витікає, що даний матеріал задовольняє критерію міцності.

#### 2.14. Визначаємо сумарні напруження в шарах КМ

$$\sigma_{1i\Sigma} = \sigma_{1i} + \sigma_{1i}^T;$$

$$\sigma_{2i\Sigma} = \sigma_{2i} + \sigma_{2i}^T;$$

$$\tau_{12i\Sigma} = \tau_{12i} + \tau_{12i}^T;$$

$$\sigma_{11\Sigma} = -568,6 - 128 = -696,6 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{21\Sigma} = -75,2 + 21,5 = -53,7 \text{ МПа};$$

$$\tau_{121\Sigma} = -12,6 + 0 = -12,6 \text{ МПа}.$$

$$\sigma_{12\Sigma} = -1238,4 - 227 = -1465,4 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{22\Sigma} = -47,2 + 25,7 = -21,5 \text{ МПа};$$

$$\tau_{122\Sigma} = -12,6 + 0 = -12,6 \text{ МПа}.$$

$$\sigma_{13\Sigma} = -414 + 31,8 = -382,2 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{23\Sigma} = -44,6 + 35,9 = -8,7 \text{ МПа};$$

$$\tau_{123\Sigma} = -5,9 - 1,7 = -7,6 \text{ МПа}.$$

$$\sigma_{14\Sigma} = -264,8 + 31,8 = -233 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{24\Sigma} = -64,1 + 35,9 = -28,2 \text{ МПа};$$

$$\tau_{124\Sigma} = 17,8 + 1,7 = 19,5 \text{ МПа}.$$

2.15. Сумарні деформації в шарах можуть бути визначені по формулах:

$$\varepsilon_{1i\Sigma} = \frac{1}{E_{1i}} (\sigma_{1i\Sigma} - \mu_{12i} \sigma_{2i\Sigma});$$

$$\varepsilon_{2i\Sigma} = \frac{1}{E_{2i}} (\sigma_{2i\Sigma} - \mu_{21i} \sigma_{1i\Sigma});$$

$$\gamma_{12i\Sigma} = \frac{\tau_{12i\Sigma}}{G_{12i}}.$$

Тоді

$$n_{1i\Sigma} = \frac{F_{1i}}{|\sigma_{1i\Sigma} - \mu_{12i} \sigma_{2i\Sigma}|};$$

$$n_{2i\Sigma} = \frac{F_{2i}}{|\sigma_{2i\Sigma} - \mu_{21i} \sigma_{1i\Sigma}|};$$

$$n_{12i\Sigma} = \frac{F_{12i}}{|\tau_{12i\Sigma}|}.$$

Підставляючи значення, отримаємо: для 1-го шару

$$n_{11\Sigma} = \frac{1562}{|-696,6 + 0,25 \cdot 53,7|} = 2,29 > 1;$$

$$n_{21\Sigma} = \frac{204}{|-53,7 + 0,014 \cdot 696,6|} = 4,64 > 1;$$

$$n_{121\Sigma} = \frac{40,3}{|12,6|} = 3,2 > 1.$$

для 2-го шару

$$n_{12\Sigma} = \frac{1562}{|-1465,4 + 0,25 \cdot 21,5|} = 1,07 > 1;$$

$$n_{22\Sigma} = \frac{204}{|-21,5 - 0,014 \cdot 1465,4|} = 4,86 > 1;$$



$$n_{122\Sigma} = \frac{40,3}{|12,6|} = 3,2 > 1.$$

для 3-го шару

$$n_{13\Sigma} = \frac{802}{|-382,2 - 0,288 \cdot 8,7|} = 2,08 > 1;$$

$$n_{23\Sigma} = \frac{85,5}{|-8,7 + 0,049 \cdot 382,2|} = 8,5 > 1;$$

$$n_{123\Sigma} = \frac{69,9}{|7,6|} = 9,2 > 1.$$

для 4-го шару

$$n_{14\Sigma} = \frac{860}{|-233 + 0,288 \cdot 28,2|} = 3,8 > 1;$$

$$n_{24\Sigma} = \frac{200}{|-28,2 + 0,049 \cdot 233|} = 11,9 > 1;$$

$$n_{124\Sigma} = \frac{69,9}{|19,57|} = 3,58 > 1.$$

З аналізу отриманих результатів можна зробити висновок про те, що температурні напруження можуть відігравати як позитивну, так і негативну дію на міцність КМ, але, оскільки загальний запас міцності КМ оцінюється по найбільш слабій ланці, то при заданих умовах навантаження врахування температурних напружень знизило коефіцієнт запасу міцності КМ.

## Література

1. Фрегер Г.Е., Игнатъев Б.Б., Меликбемян А.Х. и др. Механика композиционных материалов: Учеб. пособие. - Луганск. Изд-во Восточноукр. ун-та, 1998, - 140с.
2. Гайдайчук В.Е., Карпов В.С. Композиционные материалы в конструкциях летательных аппаратов: Учеб. пособие. - Харьков: ХАИ, 1986. - 76с.
3. Фрегер Г.Е., Игнатъев Б.Б., Коструб В.А., Чесноков В.В. Методические рекомендации к расчетно-проектировочным заданиям и лабораторным работам по курсу "Механика композиционных материалов": Учеб. пособие. - Луганск: Изд-во Восточноукр. гос. ун-та, 1998 - 48 с.
4. Карпинос Д.М., Тучинский Л.И., Вишняков Л.Р. Новые композиционные материалы. - К.: Выща школа, 1997. - 312 с.
5. Физико-механические и эксплуатационные свойства композиционных материалов. Учеб. пособие/ В.Е. Гайдайчук, Я.С. Карпов - Харьков, ХАИ, - 1987. - 72с.
6. Композиционные материалы: Учеб. пособие / В.Е. Гайдайчук, Я.С. Карпов, В.Ф. Несвит - Харьков, ХАИ, - 1987. - 53 с.
7. Фрегер Г. Е., Аптекарь М. Д., Игнатъев Б. Б. и др. Основы механики и технологии композиционных материалов. – К.: Аристей, 2004. – 524 с.
8. Пахаренко В. А., Яковлева Р. А., Пахаренео А. В. Переработка полимерных композиционных материалов. – К.: Воля, 2006. – 552 с.