

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ



ДОЛГОВ О.М.

КОМПОЗИЦІЙНІ МАТЕРІАЛИ

ДЕМОНСТРАЦІЙНИЙ МАТЕРІАЛ ДО ЛЕКЦІЙНИХ ЗАНЯТЬ

ДНІПРО - 2022
НТУ
«Дніпровська політехніка»

1. ЗАГАЛЬНІ ПОНЯТТЯ МЕХАНІКИ КОМПОЗИЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ

1.1. Уявлення про композити

Композитом називається неоднорідний (гетерогенний) матеріал, що складається з двох або кількох взаємно нерозчинних компонентів (фаз).

Відповідно до цього визначення до композитів відносяться дисперсійно-зміцнені сплави, бетони, метали з покриттям тощо. Полікристалічні тіла, що складаються з однієї речовини, також можна віднести до цього класу матеріалів, розглядаючи гранули з різною орієнтацією як різні фази. Нарешті, сюди можна віднести і однорідні матеріали з пустотами (останні можна трактувати як включення з нульовим модулем пружності).

Задля зручності одну з фаз називатимемо матрицею (або сполучною), а інші - включеннями (або армуючими елементами). Композиційні матеріали зазвичай класифікуються формою включень. Найпоширенішими серед них є макрочастинки (гранули), короткі (або розірвані) волокна, довгі безперервні волокна (нитки), а також шари.

Композити, армовані елементами, які мають всі розміри одного порядку, називаються гранульованими. Матеріали, які можна віднести до гранульованих композитів, дуже різноманітні за своєю природою. Композити, армовані елементами, два виміри яких набагато більше третього, називаються плоскотекстурованих.

І, нарешті, відзначимо волокнисті композити, які набули найбільшого поширення в сучасних силових конструкціях. Вони складаються з порівняно податливої матриці, армованої високоміцними волокнами з високими значеннями модуля пружності та межі міцності.

Тут розрізняють два основних типи: композити з безперервними волокнами та композити з короткими (розірваними) волокнами. У свою чергу в першому із зазначених типів довгі волокна можуть бути розташовані строго паралельні один одному, або сплетені в тканину, просочену полімерним сполучним. Проте текстильна переробка помітно знижує міцність та жорсткість матеріалу.

1.2. Властивості композитів, їх переваги та недоліки

Інтерес до цих матеріалів обумовлений тим, що властивий їм комплекс властивостей та особливостей суттєво відрізняє їх від традиційних конструкційних матеріалів. Це насамперед висока міцність та низька щільність, а також можливість керування механічними та фізичними характеристиками при створенні матеріалу конструкції. Властивості композитів залежать насамперед від властивостей вихідних компонентів: армуючих елементів та матриці. Крім того, їх з'єднання дає ефект синергізму, пов'язаний з появою у композиції властивостей, не характерних для ізольованих вихідних компонентів.

Композити відрізняються широким спектром корисних, а в деяких відносинах і унікальних властивостей та їх раціональне поєднання дозволяє отримувати ефективні конструкції з високим ступенем вагової досконалості та заданою анізотропією фізико-механічних характеристик матеріалу. Питання реалізації властивостей пов'язане з управлінням характеристиками композитів у процесі виготовлення конструкції шляхом зміни орієнтації волокон та поєднання шарів із різних матеріалів. Це дозволяє отримувати матеріали з необхідними властивостями та характеристиками.

У принципі для кожної конструкції може бути розроблений матеріал, найповніше відповідний її призначенню, полю діючих навантажень і умов експлуатації. У цьому плані композити аналогічні природним матеріалам, у яких раціональне поєднання якостей сформувалося в процесі тривалої еволюції.

Спрямований характер властивостей композитів одночасно означає, що поряд з високими характеристиками в одних напрямках вони мають низькі в інших. Тому зробити яку завгодно погану конструкцію з будь-якого гарного композиту набагато простіше, ніж зробити її з металу.

Однак вірний облік особливостей композитів дозволяє отримувати конструкції, що мають високий рівень вагової досконалості, не досяжної при використанні традиційних матеріалів.

Як показують експериментальні дані, конструкції з композитів не мають складних проблем із забезпеченням тривалого ресурсу за умов витривалості.

Існуючий досвід створення конструкцій з полімерних композиційних матеріалів вказує на досить широкий діапазон їх жорсткості та міцності, джерелом якого є нестабільність вихідних компонентів, відхилення у виконанні технологічних процесів, недостатня культура виробництва та ін. Цей факт враховується введенням додаткового коефіцієнта безпеки щодо розрахункового навантаження, величина якого залежить від коефіцієнта варіації механічних властивостей композиту.

Проблема міцності сполук є однією з основних при використанні композиційних полімерних матеріалів у складних складових конструкціях. Тут застосовують клейові та механічні сполуки, проте перспективними є клейові та клеє-механічні сполуки як більш відповідні щодо будови та структури композиту. Високоміцні механічні з'єднання композитних деталей можуть бути отримані при використанні голкових сполук, що містять велику кількість металевих кріпильних елементів малого діаметра. Збільшення площі зрізу та зминання дозволяє отримувати з'єднання, міцність яких становить 80...90% міцності матеріалу в регулярній зоні.

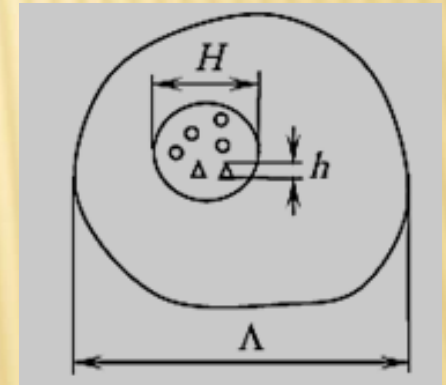
До інших недоліків композиційних матеріалів слід віднести гігроскопічність (тобто схильність вбирати вологу) і токсичність. Крім того, композиційні матеріали мають низьку експлуатаційну технологічність, низьку ремонтпридатність і високу вартість експлуатації. Це пов'язано з необхідністю застосування спеціальних трудомістких методів, спеціальних інструментів для доопрацювання та ремонту виробів із композитів. Часто такі об'єкти взагалі не підлягають будь-якій доробки та ремонту.

1.3. Предмет та завдання курсу

Механіка композиційних матеріалів - це один з основних розділів. лов сучасної механіки твердого тіла, що деформується. Предметом механіки композитів є, по-перше, розробка моделей та методів для передбачення властивостей композиту за відомими властивостями його компонентів з метою проектування найкращого для поставленого завдання композиту, по-друге, дослідження процесів деформування та руйнування виробів з композиційних матеріалів та розробка методів розрахунку та оптимального проектування таких виробів. Ці два напрями механіки композитів тісно пов'язані між собою, тим більше, що, як правило, композитний матеріал проектується та створюється одночасно з виробом.

Значне місце у механіці композитів належить технологічним завданням. На відміну від властивостей традиційних матеріалів, технологія яких добре відпрацьована і стійка, властивості композитів досить чутливі до малих змін технологічного режиму, а самі технологічні прийоми відрізняються великою різноманітністю. У принципі проектування матеріалу, виробу та технологічного процесу має становити одне ціле.

Задачі механіки композитів розрізняють також за рівнями опису, які відрізняються характерним масштабом довжини. Нижній (мікроскопічний) рівень - це рівень структурної неоднорідності. Його масштаб h дорівнює характерному розміру частинки включення, діаметру волок або товщині армуючого шару. Типовими задачами, що виникають на цьому рівні, є визначення концентрації напруг біля межі двох компонентів, задачі локального руйнування тощо.



Наступним рівнем розгляду є той, на якому стає можливим є заміна гетерогенного (неоднорідного) матеріалу еквівалентним йому, у певному сенсі, гомогенним (однорідним) матеріалом. Відповідний масштаб позначимо через H . Він характеризує розмір «представницького» обсягу, тобто такого обсягу, в якому всі усереднені за обсягом компоненти тензорів напруг і деформацій дорівнюють відповідним величинам, обчисленим для композиту вцілому. Таким чином, під представницьким обсягом розуміють область композиту, найменший розмір якої набагато більше характерних розмірів включень.

Одна з центральних задач механіки композитів - обчислення ефективних (макроскопічних) характеристик композиту за заданими характеристиками компонентів - пов'язана з переходом з рівня опису h на рівень опису H .

Зрештою, найвищий рівень – це той, масштаб якого L дорівнює характерному розміру виробу або відстані, на якому напруги та деформації змінюються помітно.

Для досить великих виробів та за відсутності занадто гострих концентраторів можна прийняти $h \ll H \ll L$. У цьому випадку розрахунок виробу може бути проведений в наступному порядку. На першому етапі (рівень h) вирішується задача мікромеханіки для суттєво гетерогенного матеріалу.

Потім обчислюють ефективні показники композиту, тобто. здійснюється перехід з рівня h на рівень H . Наступний етап - вирішення крайової задачі для тіла із знайденими ефективними характеристиками (рівень L). Якщо мета полягає у визначенні згладжених полів напруг, деформацій і переміщень, то на цьому етапі вирішення задачі закінчується.

Якщо необхідно знайти структурні напруги і деформації, слід повернутися до рівня L .

Механіка композитів пов'язана з механікою багат шарових конструкцій. Композити, що широко застосовуються на практиці, мають шарувату структуру, причому шари часто суттєво відрізняються за жорсткістю. Прикладом можуть бути вироби з волокнистих композитів, утворені поздовжньо-поперечною намоткою.

2. КОНСТРУКЦІЙНІ ВЛАСТИВОСТІ КОМПОЗИЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ

Вивчаючи напружений та деформований стан анізотропних тіл під час дії зовнішнього навантаження, необхідно знати узагальнені визначення конструктивних властивостей таких матеріалів.

Механічні характеристики композита визначаються співвідношенням властивостей армуючих елементів і матриці, а також міцністю зв'язків між ними. Ефективність і працездатність такого матеріалу залежать від правильного вибору вихідних компонентів і технологій їх суміщення. Ці фактори повинні забезпечити міцний зв'язок між зазначеними компонентами зі збереженням їх початкових характеристик.

У результаті поєднання високоміцних волокон і матриці утворюється комплекс властивостей композита, який відображає не тільки початкові характеристики, а й додатково включає властивості, яких окремо взяті компоненти не мають.

Наявність поверхонь розділу між армуючими елементами істотно підвищує тріщиностійкість композиційних матеріалів. На відміну від металів, підвищення статичної міцності не призводить до зниження характеристик в'язкості руйнування композиційних матеріалів, а, як правило, підвищує їх.

У цьому розділі розглянуті основні властивості армуючих елементів, матеріалів матриць і композитів, створених на їх основі.

2.1. Армуючі елементи (волокна)

У сучасних композитах використовуються тонкі $(5 - 200) \cdot 10^{-6}$ м неперервні й короткі волокна, які є армуючими елементами і служать основою для виготовлення ниток, джгутів, стрічок і тканин із різними типами плетіння. Волокна повинні задовольняти комплекс експлуатаційних і технологічних вимог. До перших належать умови міцності, жорсткості й стабільності під час експлуатації. Технологічність волокон визначається можливістю створення високопродуктивних процесів виготовлення виробів на їх основі. Розглянемо типи волокон.

2.1.1. Скляні волокна. Неперервні скляні волокна утворюються з розплавленої скломаси шляхом витягування струменя на виході із фільєр до діаметра $(5 - 20) \cdot 10^{-6}$ м і швидкого охолодження. Границя міцності отриманих після витягування скляних волокон становить 2 – 6 ГПа і визначається насамперед складом скломаси, технологією їх витяжки і подальшої обробки. Модуль пружності волокна становить 50 – 130 ГПа (сталь – 200 ГПа), густина 2500 – 2600 кг/м³.

Скляні волокна із непошкодженою поверхнею мають граничну міцність 5 – 6 ГПа. Температура істотно впливає на міцність скляних волокон. Наприклад, границя міцності промислових алюмоборосилікатних волокон при зниженні температури до -196°C зростає у півтора-два рази, а з підвищенням температури знижується, причому найбільш інтенсивно після 300°C . Модуль пружності скляних волокон із підвищенням температури знижується неістотно.

Саме зі скляними волокнами англійський вчений А.Гріфітс у 1920 році провів експерименти, поклавши початок механіці крихкого руйнування. Ці експерименти теоретично й експериментально обґрунтували основну властивість тонких волокон, а саме – висока міцність у порівнянні із міцністю монолітного матеріалу.

Як відомо, теоретична міцність матеріалу, передбачувана фізикою твердого тіла, значно (на декілька порядків) перевищує міцність реальних матеріалів, що спостерігається експериментально.

Загалом теоретична границя міцності скла, за оцінкою Гріфітса, становить приблизно 14 ГПа, а для скляних стержнів діаметром 10^{-3}м майже у 100 разів менша – 0,14 ГПа. Така різниця викликана перш за все впливом поверхневих дефектів – тріщинами, які істотно знижують міцність реальних матеріалів.

При зменшенні діаметрів скляних волокон починаючи від $3 \cdot 10^{-5} \text{ м}$ границя міцності різко збільшується, наближаючись до теоретичного значення. Таким чином, використання тонких волокон як армуючих елементів характеристики в'язкості руйнування пов'язане з їх високою міцністю. У зв'язку з цим як характеристики волокон і взагалі матеріалів використовується так звана питома міцність $k_{\sigma} = \frac{\sigma_B}{\gamma}$, де σ_B – границя міцності матеріалу, а γ – його питома вага. Питома міцність вимірюється в одиницях довжини і має просте фізичне значення, вона дорівнює довжині волокна, що руйнується під дією власної ваги. Сталевий дріт, який має таку саму міцність, як і скляне волокно, за питомою міцністю поступається йому більше ніж утричі. За аналогією із питомою міцністю вводиться питома модуль пружності $k_E = \frac{E}{\gamma}$.

2.1.2. Вуглецеві волокна. Процес виготовлення вуглецевих волокон полягає в послідовному температурному та механічному впливі на вихідні органічні волокна, що призводить до їх карбонізації, графітизації і вдосконалення структури.

На першому етапі нагрівання вихідних розтягнутих волокон відбувається до температури близько 220° C , що призводить до утворення поперечних хімічних зв'язків між макромолекулами полімеру.

Другий етап – нагрівання до 1000°C – дозволяє отримати карбонізовані волокна на 80 – 95 %, що складаються із елементарного вуглецю і мають достатньо високу міцність.

На третьому етапі обробки при температурі $1500 - 2500^{\circ}\text{C}$ виходить кінцевий продукт – графітізоване вуглецеве волокно із кристалічною структурою, близькою до структури графіту. Залежно від технологій отримання модуль пружності вуглецевих волокон знаходиться в межах 220 – 700 ГПа, границя міцності 2 – 3,5 ГПа. Високомодульні вуглецеві волокна отримують унаслідок розтягування такого волокна при температурі 2700°C .

2.1.3. Борні волокна. Ці волокна одержують осадженням бору на розігріту вольфрамову нитку діаметром $(12 - 16) \cdot 10^{-6}$ м. При такому процесі навколо нитки формується борна оболонка, що частково прореагувала із матеріалом нитки. Промисловість випускає волокна діаметром $(100 - 200) \cdot 10^{-6}$ м, що мають границю міцності при розтягуванні 2– 4 ГПа, модуль пружності 370 – 430 ГПа і густину 2500 – 2700 кг/м³. Борні волокна добре поєднуються як і з полімерною, так і з кристалічною матрицею. Їх основною перевагою є висока жорсткість, міцність при стисканні. До недоліків можна віднести високу вартість, низький рівень технологічності, крихкість. Крім того, борні волокна мають високу чуттєвість до концентраторів напружень.

2.1.4. Високомодульні органічні волокна. Прогрес у галузі створення синтетичних матеріалів дозволив отримати армуючі волокна, здатні конкурувати з неорганічними волокнами. Високомодульні органічні волокна одержують із полімерів концентрованих розчинів шляхом формуванням крізь фільтри. Далі волокна пропускають крізь ванни осадження, де видаляється основна частина розчинника, після чого здійснюють орієнтаційну витяжку і фіксацію структури волокон. Залежно від складу полімера і методу формування одержують органічні волокна, що мають густину 1400 – 1450 кг/м³, границя міцності при розтягуванні 1,8 – 3,0 ГПа і модуль пружності 70 – 130 ГПа. Волокно зберігає вихідні характеристики до 180°С, а при підвищенні температури, не плавлячись, карбонізується. Криогенні температури не викликають крихкості волокна. При достатньо високому модулі пружності й великому граничному подовженні (до 2%) органічні волокна мають високу ударну в'язкість і малу чутливість до пошкодження. За питомою міцністю та жорсткістю вони переважають скляні волокна і заміняють їх при створенні балонів високого тиску і в інших елементах, матеріал яких працює на розтягання. При стисканні композити на основі органічних волокон значно поступаються склопластику.

Характеристики волокон, що найбільш застосовується в наш час, наведені у табл. 2.1. Можна відмітити, що за питомою жорсткістю високомодульні вуглецеві волокна, перевершують всі інші. При цьому найбільшу питому міцність мають високоміцні вуглецеві волокна й органічні волокна. Борні та вуглецеві волокна мають високу питому міцність і високий питомий модуль пружності.

Найбільш перспективними на сьогодні вважаються вуглецеві волокна.

Таблиця 2.1 – Фізико-механічні характеристики волокон

Параметри	Скляні	Вуглецеві		Борні	Органічні	Сталеві
		високо-модульні	високоміцні			
Густина·10 ⁻³ , кг/м ³	2,5	1,95	1,76	2,5	1,45	7,8
Модуль пружності, ГПа	89	400	260	400	120	210
Границя міцності, ГПа (розтягання)	3,5	2,1	3,3	3,5	2,8	2,9
Питома жорсткість·10 ⁻⁶ , м	3,6	20,3	14,7	16	8,3	2,7
Питома міцність·10 ⁻³ , м	140	108	187	140	193	37

2.2. Матриці

У композиційних матеріалах армуючі елементи з'єднані ізотропною полімерною або металевою матрицею, яка забезпечує монолітність матеріалу, фіксує форму виробу, сприяє спільній роботі волокон і перерозподіляє навантаження при руйнуванні частини волокон. Раціональна конструкція композита (його мікроструктура) вимагає цілком визначених співвідношень між жорсткістю волокон і деформаціями у матриці.

У сучасних композиціях ці умови виконуються не повністю. Основним змістом технологічних і експлуатаційних показників є суміщення армуючих волокон із матрицею і кінцеве формоутворення виробу.

2.2.1. Термореактивні полімерні матриці. В'яжучі матеріали цього типу утворюються зі смоли, отверджувача і розчинника, який інколи вводять для зниження в'язкості й поліпшення процесу просочення системи армуючих елементів. У початковому стані в'яжуча композиція – це в'язка рідина, яка в результаті полімеризації при нормальній або підвищеній температурі затвердіває і переходить у нерозчинну і неплавку матрицю.

У виробництві конструкцій із композиційних матеріалів найбільш широке застосування отримали: полімерні, фенолформальдегідні, епоксидні, кремнійорганічні, поліамідні в'язучі.

П о л і м е р н і в'язучі твердіють при нормальній і підвищеній температурі, мають підвищену стійкість до води, мінеральних масел, неорганічних кислот, багатьох органічних розчинників, гарні діелектричні властивості. До переваг можна віднести малу в'язкість полімерів, що забезпечує простоту зв'язку з волокнами, здатність твердіти в широкому температурному інтервалі без застосування високого тиску.

Ф е н о л ф о р м а л ь д е г і д н і в'язучі твердіють при температурах 160 – 200 °С і тиску порядку 30 – 40 МПа. Одержані при цьому полімери стабільні при довгому (декілька діб) нагріванні до 200 – 250 °С. До недоліків можна віднести їх крихкість і велику об'ємну усадку під час твердіння.

Е п о к с и д н і в'язучі мають комплекс сприятливих властивостей, що визначили їх широке застосування у виробництві конструкцій з композитів. До позитивних властивостей можна віднести високі механічні адгезійні характеристики, технологічність. Твердіння смоли можна здійснити у широкому інтервалі температур, яке відбувається без виділення летких речовин і з малою об'ємною усадкою 1 – 5 %. Отверділі епоксидні в'язучі можуть експлуатуватися при температурі до 150 °С.

Кремнійорганічні в'язучі характеризуються працездатністю в широкому інтервалі температур (від -200°C до $+350^{\circ}\text{C}$), стійкістю до дії органічних розчинників, мінеральних кислот. Недоліки: відносно низькі механічні властивості у порівнянні з іншими в'язучими, необхідність створення тисків при формуванні виробу.

Поліамідні в'язучі охолоджуються при високих температурах $300 - 350^{\circ}\text{C}$. Переваги: висока теплостійкість, високі механічні характеристики, стійкість до дії механічних засобів.

Для виготовлення конструкцій із композиційних матеріалів застосовуються такі технологічні процеси: метод укладки, вакуумне й автоклавне формування, метод намотки.

Деякі характеристики розглянутих в'язучих (матриць) наведені в табл. 2.2.

Таблиця 2.2 – Фізико-механічні характеристики матриці

Параметри	Полі- мерні	Фенол- фор- маль- дегідні	Епо- ксидні	Кремній- органічні	<u>Полі- амідні</u>
Границя міцності, МПа: розтягання – стискання –	30-70 80-150	40-70 100-125	35-100 90-160	25-50 60-100	90-95 250- 280
Модуль пружності, ГПа	2,8-3,8	7-11	2,4-4,2	6,8-10	3,2-5,0
Густина · 10 ⁻³ , кг/м ³	1,2-1,35	1,2-1,3	1,2-1,3	1,35-1,4	1,4- 1,43
Теплостійкість, °С	50-80	140-180	130-150	250-280	250- 320
Відносне подовження, %	1-5	0,4-0,5	2-9	0,3-0,5	1-2,5
Загальна усадка, %	5-10	15-25	1-5	15-20	3-20

2.2.2. Термопластичні полімерні матриці. При цьому застосовують термопластичні матеріали, які при нагріванні розплавляються і під час подальшого процесу охолодження твердіють. Як термопластичні матриці застосовуються нейлон-6, поліфеніленсульфід, співполімер етилену, полісульфон, поліефір термопластичний.

2.2.3. Вуглецеві матриці. Композити на основі вуглецевої матриці одержують у результаті спеціальної обробки (карбонізації) систем, утворених із вуглецевих волокон і фенольних смол.

Затверділу смолу піддають піролізу в інертному середовищі або у вакуумі. Піроліз, як правило, супроводжується осіданням і збільшенням пористості, що викликає подальше ущільнення матриці. Процес здійснюють при відносно високій температурі, порядку 1000 – 1500 °С. Основні переваги композитів із вуглецевою матрицею полягають у високій теплостійкості, стійкості до теплового удару й опромінення, інертності. Ці матеріали мають високі механічні характеристики. До недоліків відносяться складність технологічного процесу виробництва.

2.2.4. Металеві матриці. Останні роки суттєве поширення мають металеві композиційні матеріали, що утворюються високомодульними борними або вуглецевими волокнами і пластичною металевою матрицею. Ці матеріали жорсткіші й міцніші порівняно з композитами, які виготовляють на основі полімерних матриць.

Для утворення металевої матриці широко використовують сплави на основі алюмінію, що має густину 2700 кг/м³, модуль пружності 70 ГПа і температуру плавлення 700°С. До основних недоліків металевої матриці можна віднести складність технологічного процесу виробництва елементів конструкцій на її основі.

2.3. Структурні особливості й механічні властивості композитів

До типових структур композитів, утворених у результаті суміщення армуючих елементів і матриць, можна віднести: орієнтовані матеріали, армовані прямолінійними волокнами (рис. 2.1 а); композити, армовані тканинами (рис. 2.1 б); матеріали, хаотично армовані неперервними (рис. 1.1 в) або хаотично розміщеними волокнами (рис. 2.1 г); просторово армовані системи (рис. 2.1 д).

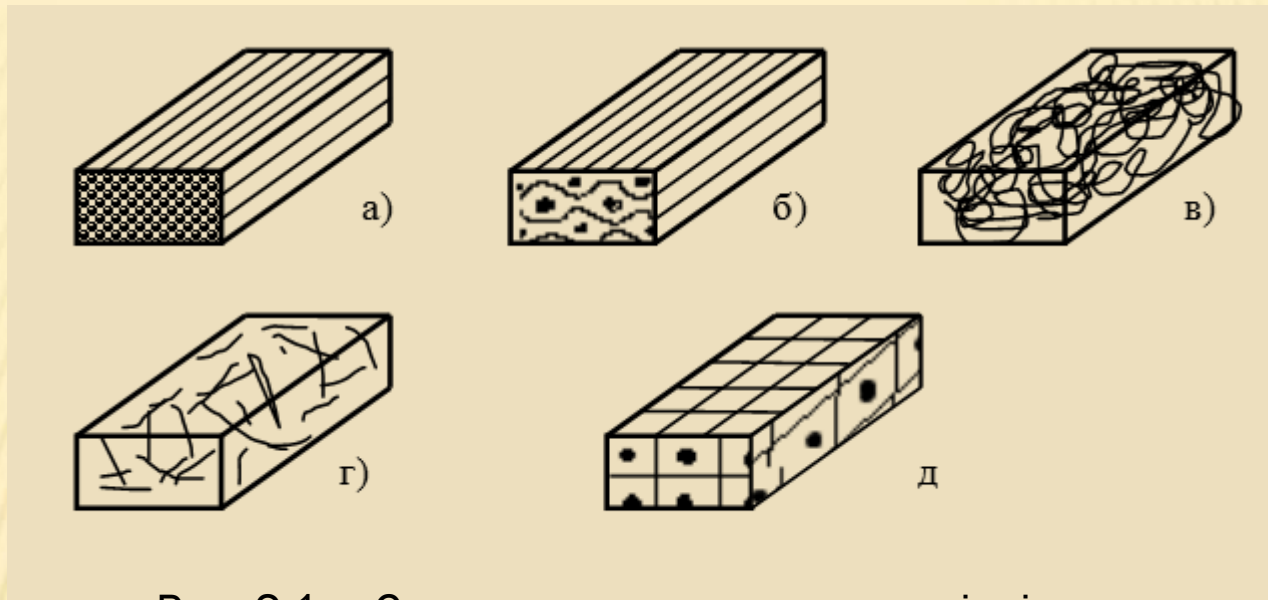


Рис. 2.1 – Структура армованих матеріалів

У конструкції перелічені композити мають два рівні неоднорідності:

- мікронеоднорідність, що пов'язана із наявністю двох фаз (волокно і матриця);
- макронеднорідність, що пов'язана із наявністю у матеріалі різним чином орієнтованих мікронеоднорідних шарів.

Під час проектування конструкції із композиційних матеріалів зазвичай враховують тільки другий рівень неоднорідності матеріалу, тобто вважається, що він складається із сукупності квазіоднорідних шарів, властивості яких відомі.

Аналіз залежності цих властивостей від характеристик вихідних компонентів у композиції є предметом мікромеханіки композитів, основним завданням якої є визначення ефективних моделей пружності, тобто коефіцієнтів, що зв'язують усереднені за об'ємом напруження і деформації. До цього моменту розроблено велику кількість мікромоделей композитів, армованих прямолінійними волокнами, які можна розбити на такі групи:

1-ша група – моделі, що враховують тільки пружні властивості та об'ємний зміст компонентів;

2-га група – самоспряжені моделі, де композит подається у вигляді одного волокна, оточеного нескінченним середовищем, що володіє властивостями композита;

3-тя група – модель, що враховує форму і передбачуване регулярне розміщення волокон. Ці моделі базуються на спрощених гіпотезах напруженого стану матриці, точних розв'язках задач теорії пружності для ізотропного простору (матриці) з періодично розташованою системою пружних включень (волокон);

4-та група – енергетичні моделі, що базуються на апроксимації розподілення напружень і переміщень у матриці й використанні варіаційних принципів, які дозволяють отримати верхню і нижню границю для ефективних пружних сталей;

5-та група – статистичні моделі, що ґрунтуються на припущенні випадкового розподілення волокон і розв’язанні задач теорії пружності мікронеоднорідних середовищ, структура яких описується кореляційними функціями різних порядків.

Існують моделі для композитів, армованих конструкційними тканинами, де додатково враховується викривлення волокон, пов’язане із переплетенням ниток основи й утоку. Також існують моделі для характеристики армованих матеріалів.

У зв’язку з цим співвідношення мікромеханіки загалом отримані для ідеалізованих моделей, що приблизно відображають реальну структуру матеріалу, і тому вони в основному призначені для орієнтовних оцінок і якісного аналізу впливу мікроструктурних параметрів на властивості композитів.

Для задач розрахунку конструкцій із композиційних матеріалів є більш виправданим експериментально теоретичний підхід, згідно з яким механічні характеристики (пружні сталі, границі міцності) композитів із типовою структурою (рис.2 а) визначають за допомогою відповідних випробувань спеціальних зразків.

Розглянемо особливості структури і властивості композитів із типовими схемами армування.

2.3.1. Орієнтовані матеріали, армовані неперервними волокнами. Переваги і високі механічні характеристики композитів найбільш істотно реалізуються в орієнтованих матеріалах, армованих паралельними волокнами, тобто в так званих односпрямованих шарах, або моношарах (рис. 2.2 а). Шляхом укладання таких шарів у різних напрямках утворюються шаруваті композити (рис. 2.2 б).

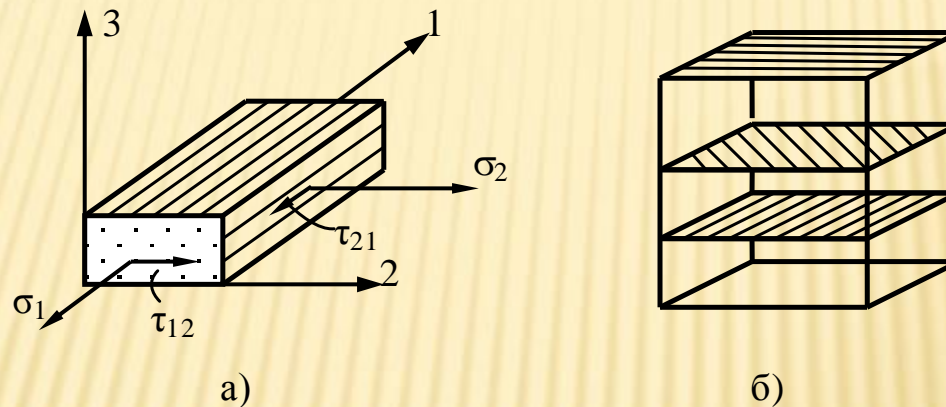


Рис. 2.2 – Багат шаровий композит із односпрямованих шарів

Незважаючи на велику різноманітність структур багат шарових композитів, що визначаються кількістю шарів, товщиною шару і їх взаємною орієнтацією, властивості таких композитів в основному визначаються властивостями односпрямованого шару. Орієнтовні характеристики властивостей односпрямованих композитів наведені у табл. 2.3.

Таблиця 2.3 – Фізико-механічні характеристики односпрямованих шарів

Параметри	Скло-пластик	Вугле-пластик	Органо-пластик	Боро-пластик	Вуглець-вуглець	Вуглець-алюміній	Боро-алюміній
Густина·10 ⁻³ , кг/м ³	2,1	1,5	1,38	2,0	1,9	2,2	2,64
Границя міцності, ГПа: при розтяганні вздовж волокон	1,75	1,1	1,8	1,6	1,34	1,1	1,4
при розтяганні впоперек волокон	0,034	0,03	0,03	0,065	0,007	0,045	0,14
при стисканні вздовж волокон	0,65	0,45	0,28	2,4	–	0,6	2,0
при зсуві	0,048	0,03	0,04	0,1	0,03	0,045	0,08
Питома міцність при розтяганні вздовж волокон·10 ⁻³ , м.	83	73	130	80	18	50	53
Модуль пружності, ГПа: вздовж волокон	57	180	72	210	170	200	230
впоперек волокон	9	6,2	4,9	19	19	–	140
Модуль зсуву, ГПа	5,2	5	2	6,2	9	–	63
Питома жорсткість·10 ⁻⁶ , м	2,7	12	5,3	10,5	8,9	9,1	8,8

Із табл. 2.3 випливає, що за поздовжніми характеристиками композити значно перевершують металеві сплави, а за поперечними – істотно їм поступаються. При поперечному стисканні, особливо в площині армування, можуть спостерігатися нелінійні залежності між напруженнями і деформаціями. Ця властивість є винятком, оскільки діаграми деформації односпрямованих матеріалів при розтяганні й стисканні вздовж волокон у першому наближенні можна вважати лінійними практично до руйнування. Однак жорсткості у поперечному напрямі й при зсуві таких матеріалів значно менші за поздовжню і тому відмічена нелінійність у шаруватому пакеті, як правило, має незначний вплив. Таким чином, волокнисті композити задовільно описуються моделлю пружного тіла.

Міцність односпрямованого шару (рис. 2 а) визначається границями міцності при розтяганні й стисканні вздовж і впоперек волокон відповідно, границею міцності при зсуві у площині шару.

Причина вичерпання несучої здатності матеріалу при розтяганні в поздовжньому напрямі полягає в розриві волокон, а при стисканні – у втраті стійкості волокон й утворенні тріщин паралельно волокнам.

Руйнування при розтяганні поперек волокон і при зсуві пов'язане, як правило, із руйнуванням матриці (порушення когезійної міцності) або із відшаруванням матриці від волокна (порушення адгезійної міцності). Руйнування при стисканні поперек волокон відбувається внаслідок сколу матеріалу під кутом до напрямку руйнування.

Руйнування композитів, навіть у випадках простих видів навантаження, є достатньо складним процесом, теоретичний опис якого пов'язаний із великими труднощами, тому визначення границь міцності здійснюється за допомогою експериментальних методів. Для зазначених вище випробувань застосовуються, як правило, плоскі зразки, зразки кільцевої форми і трубчасті профілі.

Якщо в точці композиційного матеріалу спостерігається складний напружений стан, необхідно застосувати найбільш прийнятний критерій міцності з метою оцінки ймовірності руйнування матеріалу в цій точці. Існуючі критерії міцності носять, як правило, феноменологічний характер, тобто є аналітичною апроксимацією експериментальних результатів. У зв'язку з тим, що така апроксимація може здійснюватися неоднозначно, а ступінь її відповідності експериментальним результатам може мати значний діапазон, мають місце багато таких критеріїв, які будуть розглянуті в подальшому.

2.3.2. Матеріали, армовані тканиною. Перевагою таких матеріалів є висока технологічність, особливо під час виготовлення великих виробів.

2.3.3. Композити із хаотичним армуванням. Утворюються із хаотично розміщених неорієнтованих, неперервних або коротких волокон, з'єднаних за допомогою полімерної матриці. Виготовлення виробів здійснюється методом пресування, напилювання. Вироби різного роду: панелі, корпуси човнів, предмети побуту.

2.3.4. Композити із просторовим армуванням. Використовуються багат шарові тканини просторового плетіння із полімерною матрицею. Використання таких композитів дозволяє суттєво (у 2-2,5 рази) підвищити міцність виробу на зсув і поперечне розтягання або стискання порівняно із багат шаровими армованими матеріалами.

3. ВЛАСТИВОСТІ ВОЛОКНИСТИХ КОМПОЗИТІВ

Композиційні матеріали, як правило, анізотропні, що визначає особливу форму зв'язку напружень та деформацій. Для тонкостінних багат шарових конструкцій типовими є плоский напружений стан та згин. Тому практично важливим є перехід від загальних співвідношень для лінійно пружного анізотропного тіла до конкретних форм їх запису для цих напружених станів.

3.1. Ефективні модулі пружності односпрямованого матеріалу

3.1.1. Визначення властивостей композитів методами мікромеханіки

Найбільш ефективними композитами щодо питомих характеристик є орієнтовані матеріали, утворені з безперервних волокон та полімерної або металевої матриці. Такі композити мають два рівні неоднорідності: мікронеоднорідність, пов'язану з наявністю в матеріалі двох фаз (волокон і матриці), і макронеоднорідність, пов'язану з наявністю односпрямованих шарів (або моношарів).

При розрахунку проектування конструкцій зазвичай враховується лише другий рівень неоднорідності матеріалу, тобто. вважається, що він складається з сукупності квазіоднорідних елементарних шарів, властивості яких відомі ні. Визначення цих властивостей є предметом мікромеханіки композитів. Основне завдання полягає у обчисленні ефективних модулів пружності, які визначаються як коефіцієнти, що зв'язують усереднені за обсягом напруги та деформації. Ефективні модулі залежать від форми та розташування волокон та їх об'ємного вмісту в матеріалі.

Розглянемо односпрямований матеріал (Рис. 3.1) та введемо систему координат (1,2). Індекси 1 і 2 надалі завжди будуть визначати величини, що відносяться до навантаження уздовж та поперек волокон відповідно.

Припустимо, що на виділений елемент шару діють деякі середні рівномірно розподілені з його бокових граней напруги, σ_{11} , σ_{22} та σ_{12} які викликають середні деформації ε_{11} , ε_{22} та γ_{12} . Тоді закон Гука для даного плосконапруженого стану, що зв'язує середні деформації та напруги, можна записати у вигляді:

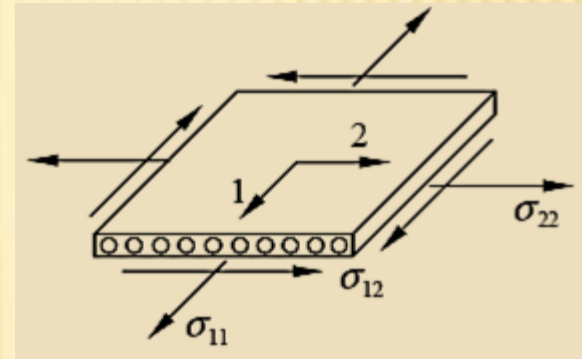


Рис. 3.1. Односпрямований матеріал

$$\varepsilon_{11} = \frac{\sigma_{11}}{E_1} - \mu_{21} \frac{\sigma_{22}}{E_2}; \varepsilon_{22} = \frac{\sigma_{22}}{E_2} - \mu_{12} \frac{\sigma_{11}}{E_1}; \gamma_{12} = \frac{\sigma_{12}}{G_{12}}, \quad (3.1)$$

Де E_1 , E_2 - ефективні (осереднені) модулі пружності уздовж і поперек волокон відповідно; G_{12} - Ефективний модуль зсуву у площині шару; μ_{12} , μ_{21} - ефективні коефіцієнти Пуассона (перший індекс вказує на напрямок діючого навантаження, а другий - напрямок виникаючої при цьому поперечної деформації).

Матеріал, для якого закон Гука має таку форму, називається ортотропним або трансерсально-ізотропним, оскільки для них співвідношення, у разі плоского напруженого стану мають однаковий запис. У формули входять п'ять величин $E_1, E_2, \mu_{12}, \mu_{21}, G_{12}$, що характеризують пружні властивості матеріалу. Однак в силу симетрії властивостей:

$$\mu_{21}E_1 = \mu_{12}E_2. \quad (3.2)$$

Всього є чотири незалежні постійні шари, наприклад, $E_1, E_2, G_{12}, \mu_{12}$. Задача мікромеханіки полягає в тому, щоб зв'язати їх зі властивостями волокна та матриці.

3.1.2. Найпростіша мікромодель кополімеру

Основною характеристикою односпрямованого композиту є відносний об'ємний зміст (або частка) волокон ψ . Цю величину називають також коефіцієнтом армування. Він являє собою відношення об'єму, зайнятого волокнами, до обсягу матеріалу і теоретично може змінюватися від 0 (чисте сполучення) до 0,9 (найбільш щільна упаковка круглих волокон). Відносний об'ємний вміст матриці, очевидно, дорівнює $1 - \psi$.

Розглянута нижче модель враховує тільки об'ємний вміст компонентів, ігнорує форму і розташування волокон. Вона складається з двох смуг, що мають властивості волокна і матриці (Рис. 3.2). При цьому об'ємна частка волокон у модельному матеріалі дорівнює їх об'ємній частині в реальному композиті. Вважатимемо, що волокна і матриця лінійно пружні, а їх зв'язок ідеальний.

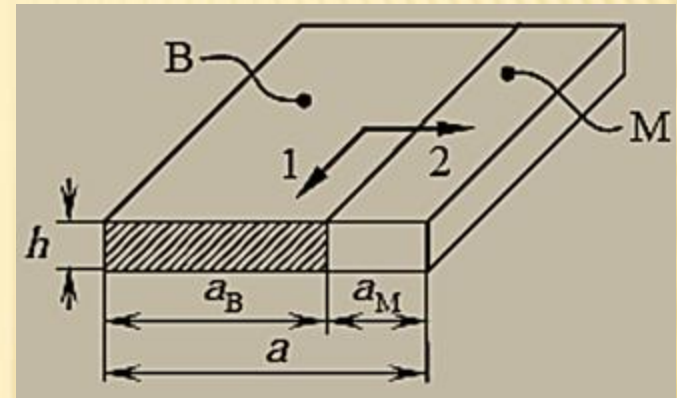


Рис. 3.2 – Найпростіша мікромодель

Для цієї моделі:

$$\psi = \frac{a_B}{a}; 1 - \psi = \frac{a_M}{a}.$$

Нехтуючи для простоти ефектом Пуассона в волокнах і матриці, розглянемо розтяг вздовж волокон. При цьому середні напруження σ_{11} складаються з напружень в волокнах σ_B і матриці σ_M :

$$\sigma_{11} ah = \sigma_B a_B h + \sigma_M a_M h.$$

Або після ділення на ah

$$\sigma_{11} = \sigma_B \psi + \sigma_M (1 - \psi). \quad (3.3)$$

Напруження в волокнах і матриці пов'язані з деформаціями законом Гука:

$$\sigma_B = E_B \varepsilon_B; \sigma_M = E_M \varepsilon_M.$$

Причому, при розтязі вздовж волокон:

$$\varepsilon_B = \varepsilon_M = \varepsilon_{11}.$$

Таким чином, з (3.3) маємо:

$$\sigma_{11} = (E_B \psi + E_M (1 - \psi)) \varepsilon_{11}.$$

Порівнюючи це співвідношення з першим рівнянням (3.1) при $\mu_{21} = 0$, отримуємо:

$$E_1 = E_B \psi + E_M (1 - \psi). \quad (3.4)$$

Ця формула визначає поздовжній модуль пружності композиту і відповідає закону механічної суміші, згідно з яким вклад компонента пропорційний його об'ємній частці. Оскільки $E_B \gg E_M$, то:

$$E_1 \approx E_B \psi,$$

тобто поздовжній модуль пружності композиційного матеріалу визначається модулем пружності волокон та їх відносним вмістом у матеріалі.

Тепер розглянемо розтяг поперек волокон середніми напруженнями σ_{22} . При цьому деформація в поперечному напрямку складається з деформацій волокон і матриці:

$$\varepsilon_{22}a = \varepsilon_B a_B + \varepsilon_M a_M.$$

Звідси:

$$\varepsilon_{22} = \varepsilon_B \psi + \varepsilon_M (1 - \psi).$$

Окремо для волокон і матриці можна записати:

$$\varepsilon_B = \frac{\sigma_B}{E_B} \quad \text{та} \quad \varepsilon_M = \frac{\sigma_M}{E_M}.$$

Згідно очевидній умові рівноваги:

$$\sigma_B = \sigma_M = \sigma_{22}.$$

Тоді :

$$\varepsilon_{22} = \left(\frac{\psi}{E_B} + \frac{1 - \psi}{E_M} \right) \sigma_{22}.$$

Порівнюючи цю формулу з другою рівністю (3.14) при $\mu_{12} = 0$, знаходимо:

$$\frac{1}{E_2} = \frac{\psi}{E_B} + \frac{1 - \psi}{E_M} \quad \text{або} \quad E_2 = \frac{E_B E_M}{\psi E_M + (1 - \psi) E_B}. \quad (3.5)$$

Оскільки $E_B \gg E_M$, першим доданком можна знехтувати, тобто:

$$E_2 \approx \frac{E_M}{1 - \psi}.$$

Таким чином, поперечний модуль пружності матеріалу більше модуля пружності матриці.

Аналогічна залежність має місце і для середнього модуля зсуву:

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{\psi}{G_B} + \frac{1-\psi}{G_M} \quad \text{або} \quad G_{12} = \frac{G_B G_M}{\psi G_M + (1-\psi) G_B}, \quad (3.6)$$

де G_B і G_M – модулі зсуву волокон і матриці.

Більш повний аналіз розглянутої моделі з урахуванням коефіцієнтів Пуасона для волокон і матриці (μ_B, μ_M) дозволяє знайти μ_{12} :

$$\mu_{12} = \mu_B \psi + \mu_M (1 - \psi) \quad (3.7)$$

та уточнити вираз для E_2 :

$$\frac{1}{E_2} = \frac{\psi}{E_B} + \frac{1 - \psi}{E_M} + \frac{(\mu_B \psi + \mu_M (1 - \psi))^2}{E_B \psi + E_M (1 - \psi)}.$$

Відзначимо, що μ_{21} визначається з умов симетрії:

$$\mu_{21} = \mu_{12} \frac{E_2}{E_1}.$$

Для більшості односпрямованих матеріалів $E_1 \gg E_2$, тому, як правило, $\mu_{21} \ll \mu_{12}$.

3.2. Коефіцієнти лінійного температурного розширення

Більшість матеріалів змінюють свої лінійні розміри при нагріванні та охолодженні. Цю зміну можна оцінити за допомогою так званого лінійного коефіцієнта теплового розширення (ЛКТР), який дорівнює відносному подовженню тіла при зміні температури на один градус.

Лінійні коефіцієнти теплового розширення композиційного матеріалу є дуже важливими характеристиками через наявність волокон з позитивним або негативним ЛКТР та матричних матеріалів лише з позитивним ЛКТР. Цей факт призводить до додатковим деформаціям і в деяких випадках до додатковим напруженням.

Для аналізу температурної деформації зазвичай використовується припущення про ізотропне ЛКТР волоконного та матричного матеріалів.

Розглянемо деформацію елемента композиційного матеріалу при його нагріванні на ΔT градусів.

Якщо зв'язок між волокном і матрицею немає (відбувається так звана вільна деформація) компоненти деформуються вільно вздовж осі 1 на $\alpha_B \Delta T$ і $\alpha_M \Delta T$.

Але волокно та матриця деформуються разом на $\alpha_1 \Delta T$. Це призводить до самоврівноваженого температурного стану в елементі композитного матеріалу (рис. 3.3). Ці напруження можна визначити за формулами:

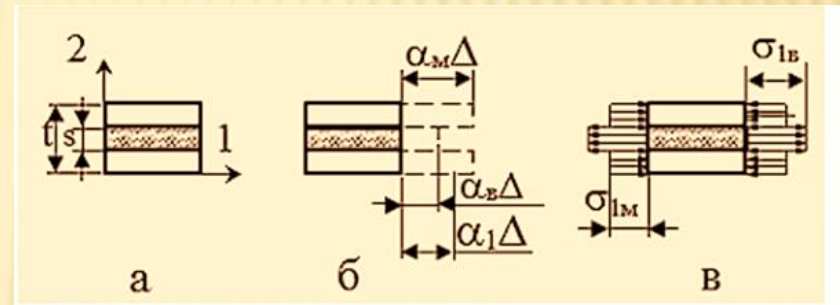


Рис. 3.3

$$\begin{aligned} \sigma_{1B} &= E_B \Delta T (\alpha_1 - \alpha_B); \\ \sigma_{1M} &= E_M \Delta T (\alpha_1 - \alpha_M), \end{aligned} \quad (3.8)$$

де α – коефіцієнт лінійного теплового розширення.

Рівняння рівноваги в проекції на вісь 1 має наступний вигляд за відсутністю зовнішніх сил:

$$\sigma_{1B}\psi + \sigma_{1M}(1 - \psi) = 0. \quad (3.9)$$

Після підстановки у формулу та перетворень можна знайти:

$$\alpha_1 = \frac{E_B\alpha_B\psi + E_M\alpha_M(1 - \psi)}{E_B\psi + E_M(1 - \psi)}. \quad (3.10)$$

Температурне подовження складових компонентів та композиту вздовж осі 2 дорівнює:

$$\Delta_B = \alpha_B\Delta T \cdot S; \Delta_M = \alpha_M\Delta T(t - s); \Delta_2 = \Delta T[\alpha_B S + \alpha_M(t - s)].$$

Температурна деформація вздовж осі 2 визначається за формулою:

$$\varepsilon_2^* = \frac{\Delta_2}{t} = \Delta T[(\alpha_B\psi + \alpha_M(1 - \psi))].$$

Крім цієї деформації волокна та матриця отримують додаткову деформацію Пуассона від напруги σ_{1B} і σ_{1M} (рис. 3.3), що призводять до наступної сумарної деформації:

$$\varepsilon_2^{**} = -\mu_B\Delta T(\alpha_1 - \alpha_B)\psi - \mu_M\Delta T(\alpha_1 - \alpha_M)(1 - \psi).$$

Тоді повна деформація вздовж осі 2 дорівнюватиме:

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_2^* + \varepsilon_2^{**} = \Delta T[\alpha_B \psi - \alpha_M(1 - \psi)] - \Delta T[\mu_B \psi(\alpha_1 - \alpha_B) + \mu_M(1 - \psi)(\alpha_1 - \alpha_M)].$$

Враховуючи (3.10) та що $\varepsilon_2 = \alpha_2 \Delta T$, отримаємо:

$$\alpha_2 = \frac{1}{E_B \psi + E_M(1 - \psi)} [(\alpha_B \psi + \alpha_M(1 - \psi))(E_B \psi + E_M(1 - \psi)) + \psi(1 - \psi)(\alpha_M - \alpha_B)(E_B \mu_M - E_M \mu_B)]. \quad (3.11)$$

Отримані формули дозволяють досить точно визначати значення ЛКТР на етапі вибору композиційного матеріалу.

3.3. Приклади визначення фізико-механічних властивостей

односпрямованих шарів композиційного матеріалу

Приклад 1. Для односпрямованого композиційного матеріалу заданої структури (матеріал волокна – скло, $E_B = 90000$ МПа, $\mu_B = 0,28$; матеріал матриці – епоксидна смола, $E_M = 4000$ МПа, $\mu_M = 0,3$, $\alpha_c = 6 \cdot 10^{-6} K^{-1}$, $\alpha_M = 60 \cdot 10^{-6} \cdot K^{-1}$, визначити його фізико-механічні характеристики. Об'ємна місткість волокон $\psi = 0,62$.

Розв'язання

Модуль пружності вздовж волокон: $E_1 = E_B\psi + E_M(1 - \psi)$. (3.4)

$$E_{1c} = 90000 \cdot 0,62 + 4000(1 - 0,62) = 57320 \text{ МПа};$$

Модуль пружності поперек волокон: $E_2 = \frac{E_B \cdot E_M}{\psi \cdot E_M + (1 - \psi) \cdot E_B}$. (3.5)

$$E_{2c} = \frac{90000 \cdot 4000}{4000 \cdot 0,62 + 90000(1 - 0,62)} = 9814,6 \text{ МПа};$$

Модуль зсуву склопластику: $G_{12} = \frac{G_B \cdot G_M}{\psi \cdot G_M + (1 - \psi) \cdot G_B}$, (3.6)

Модулі зсуву для волокна та матриці: $G_B = \frac{E_B}{2 \cdot (1 + \mu_B)}$, $G_M = \frac{E_M}{2 \cdot (1 + \mu_M)}$.

$$G_C = \frac{90000}{2 \cdot (1 + 0,28)} = 35156 \text{ МПа}; \quad G_M = \frac{4000}{2 \cdot (1 + 0,3)} = 1538 \text{ МПа}.$$

$$G_{12} = \frac{35156 \cdot 1538}{1538 \cdot 0,62 + 35156(1 - 0,62)} = 3778,8 \text{ МПа};$$

Коефіцієнт Пуассона при навантаженні вздовж осі 1:

$$\mu_{12} = \mu_B \cdot \psi + \mu_M(1 - \psi). \quad (3.7)$$

$$\mu_{12c} = 0,28 \cdot 0,62 + 0,3(1 - 0,62) = 0,288;$$

Коефіцієнт Пуассона при навантаженні вздовж осі 2:

$$\mu_{21} = \frac{E_B E_M (\mu_B \psi + \mu_M (1 - \psi))}{E_B \cdot \psi + E_M (1 - \psi) (E_M \psi + E_B (1 - \psi))}.$$

$$\mu_{21c} = \frac{90000 \cdot 4000 (0,28 \cdot 0,62 + 0,3(1 - 0,62))}{90000 \cdot 0,62 + 4000(1 - 0,62)(4000 \cdot 0,62 + 90000(1 - 0,62))} = 0,0492;$$

Перевіряємо виконання рівняння пружного потенціалу:

$$\mu_{21} E_1 = \mu_{12} E_2 .$$

$$9814,6 \cdot 0,288 = 57320 \cdot 0,0493 \quad 2822,7 \approx 2822,7$$

Коефіцієнт лінійно-температурного розширення вздовж волокон:

$$\alpha_1 = \frac{E_B \cdot \alpha_B \psi + E_M \cdot \alpha_M (1 - \psi)}{E_B \psi + E_M (1 - \psi)} . \quad (3.10)$$

$$\alpha_{1c} = \frac{6 \cdot 90000 \cdot 0,62 + 60 \cdot 4000(1 - 0,62)}{90000 \cdot 0,62 + 4000(1 - 0,62)} \cdot 10^{-6} = 7,43 \cdot 10^{-6} K^{-1};$$

Коефіцієнт лінійно - температурного розширення поперек волокон (нехтуючи другим доданком у (3.11)):

$$\alpha_2 = \alpha_B \psi + \alpha_M (1 - \psi).$$

$$\alpha_{2c} = (6 \cdot 0,62 + 60(1 - 0,62)) \cdot 10^{-6} = 26,5 \cdot 10^{-6} K^{-1}$$

Приклад 2.

Для односпрямованого композиційного матеріалу заданої структури (матеріал волокна – вуглець, $E_B = 3 \cdot 10^5$ МПа, $\mu_B = 0,28$; матеріал матриці – епоксидна смола, $E_M = 4000$ МПа, $\mu_M = 0,22$, $\alpha_y = -3 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$, $\alpha_M = 60 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$) визначити його фізико-механічні характеристики. Об'ємна місткість волокон $\psi = 0,62$. Порівняти результати з характеристиками, отриманими у прикладі 1.

Розв'язання

Модуль пружності вздовж волокон: $E_1 = E_B \psi + E_M (1 - \psi)$. (3.4)

$$E_{1y} = 300000 \cdot 0,62 + 4000(1 - 0,62) = 187520 \text{ МПа};$$

Модуль пружності поперек волокон: $E_2 = \frac{E_B \cdot E_M}{\psi \cdot E_M + (1 - \psi) \cdot E_B}$. (3.5)

$$E_{2y} = \frac{300000 \cdot 4000}{4000 \cdot 0,62 + 300000(1 - 0,62)} = 10302,2 \text{ МПа};$$

Модуль зсуву вуглепластику: $G_{12} = \frac{G_B \cdot G_M}{\psi \cdot G_M + (1 - \psi) \cdot G_B}$, (3.6)

Модулі зсуву для волокна та матриці: $G_B = \frac{E_B}{2 \cdot (1 + \mu_B)}$, $G_M = \frac{E_M}{2 \cdot (1 + \mu_M)}$.

$$G_y = \frac{300000}{2 \cdot (1 + 0,22)} = 122951 \text{ МПа}; G_M = \frac{4000}{2 \cdot (1 + 0,3)} = 1538 \text{ МПа}.$$

$$G_{12} = \frac{122951 \cdot 1538}{1538 \cdot 0,62 + 122951(1 - 0,62)} = 3966 \text{ МПа};$$

Коефіцієнт Пуассона при навантаженні вздовж осі 1:

$$\mu_{12} = \mu_B \cdot \psi + \mu_M(1 - \psi). \quad (3.7)$$

$$\mu_{12y} = 0,22 \cdot 0,62 + 0,3(1 - 0,62) = 0,25;$$

Коефіцієнт Пуассона при навантаженні вздовж осі 2:

$$\mu_{21} = \frac{E_B E_M (\mu_B \psi + \mu_M (1 - \psi))}{E_B \cdot \psi + E_M (1 - \psi) (E_M \psi + E_B (1 - \psi))}.$$

$$\mu_{21y} = \frac{300000 \cdot 4000(0,22 \cdot 0,62 + 0,3(1 - 0,62))}{300000 \cdot 0,62 + 4000(1 - 0,62)(4000 \cdot 0,62 + 300000(1 - 0,62))} = 0,0137;$$

Перевіряємо виконання рівняння пружного потенціалу:

$$\mu_{21}E_1 = \mu_{12}E_2.$$

$$10302 \cdot 0,25 = 187520 \cdot 0,0137$$

$$2576 \approx 2569$$

Коефіцієнт лінійно-температурного розширення вздовж волокон:

$$\alpha_1 = \frac{E_B \cdot \alpha_B \psi + E_M \cdot \alpha_M (1 - \psi)}{E_B \psi + E_M (1 - \psi)}. \quad (3.10)$$

$$\alpha_{1y} = \frac{-3 \cdot 300000 \cdot 0,62 + 60 \cdot 4000(1 - 0,62)}{300000 \cdot 0,62 + 4000(1 - 0,62)} \cdot 10^{-6} = -2,49 \cdot 10^{-6} K^{-1};$$

Коефіцієнт лінійно - температурного розширення поперек волокон (нехтуючи другим доданком у (3.11)):

$$\alpha_2 = \alpha_B \psi + \alpha_M (1 - \psi).$$

$$\alpha_{2y} = [-3 \cdot 0,62 + 60(1 - 0,62)] \cdot 10^{-6} = 20,9 \cdot 10^{-6} K^{-1}.$$

3.4. Міцнісні властивості односпрямованого композиту

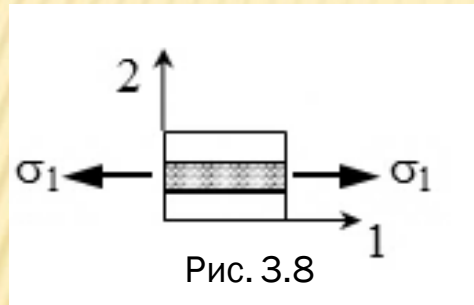
Прогнозування граничної міцності композиційного матеріалу за відомими фізико-механічними характеристиками його компонентів є досить складною проблемою. Це стосується різної та одночасної дії великої кількості факторів. Одним з найбільш важливих з них є наявність дефектів волокна та матриці, розривів на фазових межах, поганого просочення, забрудненості поверхні волокна тощо. Крім вищезгаданих припущень приймаються такі:

- діаграми деформації волокна та матриці $\sigma - \varepsilon$ та $\tau - \gamma$ мають лінійний характер до руйнування;
- міцність КМ вважається вичерпаною, якщо міцність хоча б одного композитного компонента втрачається.

Останнє припущення є дуже умовним через неможливість оцінити залишкову міцність композиту після руйнування одного з компонентів, тобто того, яке навантаження може витримати неруйнований компонент (волокно або матриця).

3.4.1. Межа міцності композитного матеріалу під час розтягування (стиснення) вздовж волокон

Розглянемо елемент композитного матеріалу (рис. 3.8) при розтягуванні вздовж осі 1. Необхідно визначити граничне значення напруги F_{1p} , при якому матеріал руйнується. Індекс "р" відповідає розтягуванню.



Для визначення початкового моменту руйнування композитного матеріалу потрібна наявність діаграм розтягування (стиснення) волокна та матриці.

Якщо $\varepsilon_{OB} < \varepsilon_{OM}$, деформація руйнування композитного матеріалу є деформацією руйнування волокна, тобто.

$$\varepsilon_{1\ limit} = \varepsilon_{OB} = \frac{F_{Bp}}{E_B} = \frac{F_{1p}}{E_1}, \quad (3.12)$$

де F_{Bp} - межа міцності волокна; E_B - модуль пружності волокна; F_{1p} - межа міцності КМ; E_1 - модуль пружності КМ вздовж волокон.

$$\text{Отже, } F_{1p} = \frac{F_{Bp}}{E_B} [E_B \psi + E_M (1 - \psi)]. \quad (3.13)$$

$$\text{Якщо } \varepsilon_{OB} > \varepsilon_{OM}, \text{ тоді } \varepsilon_{1limit} = \varepsilon_{OM} = \frac{F_{Mp}}{E_M} = \frac{F_{1p}}{E_1},$$

$$\text{звідки } F_{1p} = \frac{F_{Mp}}{E_M} [E_B \psi + E_M (1 - \psi)]. \quad (3.14)$$

Межа міцності КМ при стисканні визначається аналогічним чином, але слід мати на увазі, що межа міцності волокон і матриць може бути різною при розтягуванні та стисканні.

$$\text{Якщо } \varepsilon_{OB} < \varepsilon_{OM}, \text{ з (3.13) при } \psi = 0 \text{ впливає: } F_{1p} = F_{Bp} \frac{E_M}{E_B}$$

а не $F_{1p} = F_{IM}$, як має бути.

Цей факт можна пояснити, розглядаючи поняття «межа міцності» для композитного матеріалу, коли розрив невеликої кількості волокон дорівнює руйнації всього матеріалу. Щоб усунути це протиріччя, розглянемо матрицю з отворами без волокон (це справедливо для розірваних волокон). У такому випадку:

$$F_{1p}^* = F_{Mp} (1 - \psi). \quad (3.15)$$

Якщо $\varepsilon_{0B} > \varepsilon_{0M}$, з (3.14) при $\psi = 1$ маємо: $F_{1p} = F_{Mp} \frac{E_B}{E_M}$,

а не $F_{1p} = F_{1B}$, як має бути.

Пояснення цього факту аналогічне до попереднього випадку. Розрив малої величини матриці дорівнює розриву всієї матриці при $\psi \rightarrow 1$. Визначимо межу міцності матеріалу, що складається лише з волокон. Значення цієї остаточної сили може бути виражене співвідношенням:

$$F_{1p}^* = F_{Bp} \psi. \quad (3.16)$$

Враховуючи (3.14) та (3.16), можна записати наступний вираз для граничної міцності реального композиційного матеріалу:

$$F_{1p} = \max \left\{ \frac{F_{Mp}}{E_M} [E_B \psi + E_M (1 - \psi)]; F_{Bp} \psi \right\}. \quad (3.17)$$

При проектуванні конструкції з композитів застосовуються наступні два підходи:

- міцність КМ вичерпана при руйнуванні двох компонентів;
- міцність КМ не вичерпана при руйнуванні лише одного з композитних компонентів, а гранична міцність всього композиту зменшується недостатньо.

Межу міцності односпрямованого композиту при стисканні вздовж волокна можна визначити аналогічним чином.

3.4.2. Межа міцності композитного матеріалу під час розтягування (стиснення) впоперек волокон

Модель КМ як послідовно з'єднаних складових компонентів (волокон та матриці) була використана для визначення модуля пружності КМ впоперек волокон. Тоді несуча здатність вищезгаданої системи складових компонентів при розтягуванні або стисканні визначається найбільш слабкою складовою - матрицею, волокном або їх адгезійною сполукою. Проте, експериментальні випробування це не підтверджують, а показують, що міцність КМ поперек волокон істотно залежить від об'ємної частки його компонентів.

Методи визначення межі міцності композитного матеріалу впоперек волокон описані у науковій літературі. Нижче наведено один із варіантів відповідних формул (без висновків), який досить добре узгоджується з результатами експериментів і використовується при практичних розрахунках.

Міцність на розтягування поперек волокон:

$$F_{2P} = \sigma_{MP} E_2 \left[\frac{2R}{t} \left(\frac{1}{E_B} - \frac{1}{E_M} \right) + \frac{1}{E_M} \right]; \quad \text{де} \quad \frac{2R}{t} = \frac{2\psi}{0,45\pi} \quad (3.18)$$

Міцність на стиск поперек волокон:

$$F_{2C} = F_{2P} \frac{\sigma_{MC}}{\sigma_{MP}} \quad (3.19)$$

3.4.3. Межа міцності композитного матеріалу при зсуві

Щоб отримати залежність межі міцності композитного матеріалу при зсуві від фізико-механічних властивостей його компонентів, необхідно знати діаграму $\tau - \gamma$, щоб уточнити який із складових компонентів починає руйнуватися раніше. Висновок необхідних залежностей не відрізняється від методу визначення міцності композиту вздовж волокон, тому показані лише остаточні результати:

$$F_{12} = \frac{\tau_M}{G_M} \cdot G_{12}, \quad \text{при} \quad \frac{\tau_M}{G_M} < \frac{\tau_B}{G_B}; \quad (3.20)$$

$$F_{12} = \frac{\tau_B}{G_B} \cdot G_{12} \quad \text{при} \quad \frac{\tau_M}{G_M} \geq \frac{\tau_B}{G_B}; \quad (3.21)$$

3.4.4. Приклад визначення міцності односпрямованих КМ

Визначити межу міцності односпрямованого склопластика ($E_c = 0,9 \cdot 10^5$ МПа, $\mu_c = 0,28$) й вуглепластика ($E_y = 3 \cdot 10^5$ МПа, $\mu_y = 0,22$); матеріал матриці – епоксидна смола ($E_M = 4000$ МПа, $\mu_M = 0,3$). Об'ємний вміст волокон $\psi = 0,62$. Межа міцності: матриці $\sigma_{Mp} = 60$ МПа, $\sigma_{Mc} = 140$, МПа, $\tau_M = 30$ МПа; скла $\sigma_{cp} = 1800$ МПа, $\sigma_{cc} = 1300$ МПа, $\tau_c = 650$ МПа; вуглецю $\sigma_{yp} = 3000$ МПа, $\sigma_{yc} = 2500$, МПа, $\tau_y = 1250$ МПа.

Розв'язання

Міцність КМ на розтягування вздовж волокон:

$$F_{1p} = \frac{F_{Mp}}{E_M} [E_B \psi + E_M (1 - \psi)]. \quad (3.14) \quad \text{якщо} \quad \frac{\sigma_{MP}}{E_M} < \frac{\sigma_{BP}}{E_B}; \quad \text{де } F_{Mp} = \sigma_{Mp}$$
$$F_{1p} = \frac{F_{Bp}}{E_B} [E_B \psi + E_M (1 - \psi)]. \quad (3.13) \quad \text{якщо} \quad \frac{\sigma_{MP}}{E_M} \geq \frac{\sigma_{BP}}{E_B}; \quad F_{Bp} = \sigma_{Bp}$$

Тоді для склопластика:

$$F_{1cp} = 0,015 \cdot 57320 = 860 \text{ МПа};$$

вуглепластика:

$$F_{1yp} = 0,01 \cdot 187520 = 1875 \text{ МПа};$$

$$\frac{\sigma_{MP}}{E_M} = \frac{60}{4000} = 0,015; \quad \frac{\sigma_{cp}}{E_c} = \frac{1800}{90000} = 0,02;$$

$$\frac{\sigma_{yp}}{E_y} = \frac{3000}{300000} = 0,01.$$

Міцність КМ вздовж волокон при стисканні:

$$F_{1C} = \frac{\sigma_{MC}}{E_M} [E_B \psi + E_M (1 - \psi)], \quad \text{при} \quad \frac{\sigma_{MC}}{E_M} < \frac{\sigma_{BC}}{E_B};$$

$$F_{1C} = \frac{\sigma_{BC}}{E_B} [E_B \psi + E_M (1 - \psi)], \quad \text{при} \quad \frac{\sigma_{MC}}{E_M} \geq \frac{\sigma_{BC}}{E_B};$$

$$\frac{\sigma_{MC}}{E_M} = \frac{140}{4000} = 0,035; \quad \frac{\sigma_{cC}}{E_c} = \frac{1300}{90000} = 0,014;$$

$$\frac{\sigma_{yC}}{E_y} = \frac{2500}{300000} = 0,008.$$

Тоді для склопластика: $F_{1cC} = 0,014 \cdot 57320 = 802$ МПа;

для вуглепластика: $F_{1yC} = 0,008 \cdot 187520 = 1562$ МПа;

Міцність КМ на розтягування поперек волокон:

$$F_{2P} = \sigma_{MP} E_2 \left[\frac{2R}{t} \left(\frac{1}{E_B} - \frac{1}{E_M} \right) + \frac{1}{E_M} \right]; \quad (3.18) \quad \text{де} \quad \frac{2R}{t} = \frac{2\psi}{0,45\pi}$$

для склопластика: $F_{2cP} = 60 \cdot 9815 \left[\frac{0,62}{0,45 \cdot 3,14} \left(\frac{1}{90000} - \frac{1}{4000} \right) + \frac{1}{4000} \right] = 85,5 \text{ МПа};$

для вуглепластика: $F_{2yP} = 60 \cdot 10302 \left[\frac{0,62}{0,45 \cdot 3,14} \left(\frac{1}{300000} - \frac{1}{4000} \right) + \frac{1}{4000} \right] = 87,6 \text{ МПа}.$

Міцність КМ на стиск поперек волокон: $F_{2c} = F_{2P} \frac{\sigma_{MC}}{\sigma_{MP}} \quad (3.19)$

для склопластика: $F_{2cC} = \frac{85,5 \cdot 140}{60} = 200 \text{ МПа};$

для вуглепластика: $F_{2yC} = \frac{87,6 \cdot 140}{60} = 204 \text{ МПа};$

Міцність КМ на зсув:

$$F_{12} = \frac{\tau_M}{G_M} \cdot G_{12}, \quad \text{при} \quad \frac{\tau_M}{G_M} < \frac{\tau_B}{G_B}; \quad (3.20)$$

$$F_{12} = \frac{\tau_B}{G_B} \cdot G_{12} \quad \text{при} \quad \frac{\tau_M}{G_M} \geq \frac{\tau_B}{G_B}; \quad (3.21)$$

$$\frac{\tau_M}{G_M} = \frac{30}{1538} = 0,0195; \quad \frac{\tau_c}{G_c} = \frac{650}{35156} = 0,0185;$$

$$\frac{\tau_y}{G_y} = \frac{1250}{122951} = 0,010;$$

для склопластика: $F_{12c} = 0,0185 \cdot 3778 = 69,9$ МПа;

для вуглепластика: $F_{12y} = 0,01 \cdot 3966 = 40,3$ МПа;

3.4.5. Питомі характеристики композиційних матеріалів

Питомими характеристиками композиційних матеріалів називають відношення його межі міцності та модуля пружності E до густини або питомої ваги.

Густина КМ:

$\rho = \rho_B \psi + \rho_M (1 - \psi)$, де ρ_B – густина матеріалу волокон, ρ_M – густина матеріалу матриці.

Питома жорсткість КМ вздовж волокон: $\frac{E_1}{\rho}$,

де E_1 - модуль пружності КМ вздовж волокон.

Питома міцність КМ вздовж волокон: $\frac{F_1}{\rho}$,

де F_1 - межа міцності КМ вздовж волокон.

Аналогічно визначаються питомі характеристики КМ впоперек волокон.

3.4.6. Приклад визначення питомих характеристик односпрямованих композиційних матеріалів

Визначити питому жорсткість і питому міцність односпрямованого склопластика і вуглепластика вздовж волокон при розтягуванні. Матеріал матриці – епоксидна смола. Щільність скловолокна $\rho_c = 2580$ кг/м³, щільність вуглеволокна $\rho_y = 1700$ кг/м³. Модулі пружності та міцність КМ взяти з розрахунків, отриманих у 3.4.4.

Щільність
склопластика:

$$\rho_c = 2580 \cdot 0,62 + 1300 \cdot (1 - 0,62) = 2094 \text{ кг/м}^3;$$

вуглепластика:

$$\rho_y = 1700 \cdot 0,62 + 1300 \cdot (1 - 0,62) = 1548 \text{ кг/м}^3;$$

Питома жорсткість і питома міцність

- склопластика:

$$\frac{E_{1c}}{\rho_c} = \frac{57320}{2094} = 27,4 \cdot 10^6 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}$$

$$\frac{F_{1cP}}{\rho_c} = \frac{860}{2094} = 0,41 \cdot 10^6 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}$$

- вуглепластика: $\frac{E_{1y}}{\rho_y} = \frac{187520}{1548} = 121,1 \cdot 10^6 \frac{\text{M}^2}{\text{c}^2}$ $\frac{F_{1yP}}{\rho_y} = \frac{1875}{1548} = 1,21 \cdot 10^6 \frac{\text{M}^2}{\text{c}^2}$

Для порівняння наведемо аналогічні характеристики для сталі 45, що широко використовується в машинобудуванні:

$$\frac{E}{\rho} = \frac{200000}{7800} = 25,6 \cdot 10^6 \frac{\text{M}^2}{\text{c}^2} \qquad \frac{\sigma_T}{\rho} = \frac{360}{7800} = 0,046 \cdot 10^6 \frac{\text{M}^2}{\text{c}^2}$$

Висновок: питома жорсткість та питома міцність КМ вище, ніж у сталі. Це означає, що при рівній міцності (жорсткості) конструктивні елементи КМ будуть легшими за сталеві. Зниження матеріаломісткості елементів конструкції з різних матеріалів при рівній несучій здатності визначається співвідношенням їх питомих характеристик.

3.4.7. Визначення залишкових напружень у компонентах односпрямованого композиційного матеріалу

Використовуючи формули для температурних напружень у волокнах і матриці (3.) і підставивши в них вираз для коефіцієнта лінійного температурного розширення композиту α_1 вздовж волокон (3.10), після перетворень отримаємо:

$$\sigma_{1B}^T = E_B E_M \Delta T (1 - \psi) \frac{\alpha_M - \alpha_B}{E_B \psi - E_M (1 - \psi)} = \frac{E_B E_M \Delta T (1 - \psi) (\alpha_M - \alpha_B)}{E_1} \quad (3.22)$$

$$\sigma_{1M}^T = E_B E_M \Delta T \psi \frac{\alpha_B - \alpha_M}{E_B \psi + E_M (1 - \psi)} = \frac{E_B E_M \Delta T \psi (\alpha_B - \alpha_M)}{E_1} \quad (3.40)$$

де ΔT – перепад температури.

Приклад. Знайти залишкові температурні напруження для склопластика та вуглепластика у волокнах та матриці при зменшенні температури на 150°K . КЛТР скловолокна: $6 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$; вуглеволокна: $-3 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$; матриці (епоксидна смола): $60 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$. Об'ємний вміст волокон $\psi=0,62$. Модулі пружності для волокон та матриці взяти з прикладу 3.4.4.

Розв'язання. Температурні напруження в волокнах (формула (3.22):

- у скловолокнах:
$$\sigma_{Bc}^T = 90000 \cdot 4000(-150)(1-0,62) \frac{(60-6) \cdot 10^{-6}}{90000 \cdot 0,62 + 4000(1-0,62)} = -19,3 \text{ МПа};$$

19,3 МПа < σ_{Bc} , де σ_{Bc} – міцність скловолокна при стисканні $\sigma_{Bc} = 1300$ МПа;

- в углеволокнах:
$$\sigma_{By}^T = 300000 \cdot 4000(-150)(1-0,62) \frac{(60+3) \cdot 10^{-6}}{300000 \cdot 0,62 + 4000(1-0,62)} = -23 \text{ МПа};$$

23 МПа < σ_{By} , де σ_{By} – міцність вуглеволокна при стисканні $\sigma_{By} = 2500$ МПа.

Температурні напруження в матриці (формула (3.23):

- у склопластику:
$$\sigma_{Mc}^T = 90000 \cdot 4000 \cdot (-150) \cdot 0,62 \frac{(6-60) \cdot 10^{-6}}{90000 \cdot 0,62 + 4000 \cdot (1-0,62)} = 31,5 \text{ МПа};$$

31,5 МПа < σ_{Mp} , де σ_{Mp} - міцність матриці при розтягуванні $\sigma_{Mp} = 60$ МПа;

- в углепластику:
$$\sigma_{My}^T = 300000 \cdot 4000 \cdot (-150) \cdot 0,62 \frac{(-3-60) \cdot 10^{-6}}{300000 \cdot 0,62 + 4000 \cdot (1-0,62)} = 37,5 \text{ МПа};$$

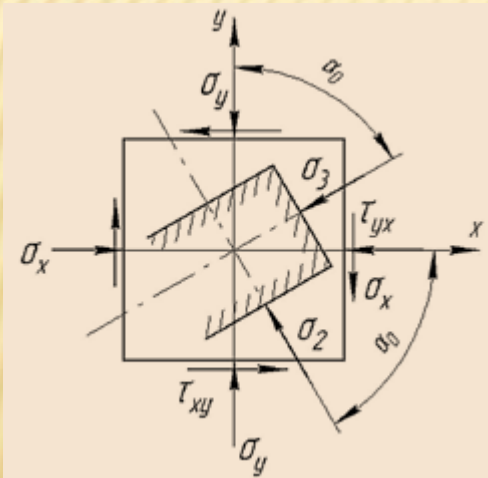
37,5 МПа < 60 МПа.

Висновок: композиційні матеріали із заданими параметрами можуть існувати.

3.6. Приклад проектування шаруватогокомпозиційного матеріалу

Завдання. Сформувати чотиришаровий пакет КМ, що включає два шари вуглепластику $[0^\circ, 90^\circ]$ та два шари склопластику $[\pm 30^\circ]$, під навантаженням, що викликає напруження $\sigma_x = -200$ МПа; $\sigma_y = -300$ МПа; $\tau_{yx} = 30$ МПа; Товщина шарів $\delta_1 = 4\delta_0$, $\delta_2 = 3\delta_0$, $\delta_3 = \delta_4 = 6\delta_0$, $\delta_0 = 0,08$ мм; об'ємний вміст волокон $\psi = 0,62$; матеріал матриці – епоксидна смола. Необхідні дані взяти із прикладів наведених вище.

Розв'язання. Визначимо величини та напрями головних напружень за заданих умов:



$$\sigma_K = \frac{1}{2} \left[\sigma_x + \sigma_y \pm \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \right]; K = 1, 2, 3.$$

$$\sigma_K = \frac{1}{2} \left[-200 - 300 \pm \sqrt{(-200 + 300)^2 + 4 \cdot 30^2} \right] = \frac{-500 \pm 117}{2} = (-250 \pm 59), \text{ МПа.}$$

$$\sigma_2 = -191 \text{ МПа.}$$

$$\sigma_3 = -309 \text{ МПа.}$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2\tau_{yx}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{-2 \cdot 30}{-200 + 300} = -0.6$$

$$\alpha_0 = \frac{1}{2} \operatorname{arctg}(-0.6) \cong -15^\circ$$

З наведених розрахунків формуємо структуру пакета КМ:

Оскільки основне навантаження прикладено під гострим кутом до осі у, то заданий кут 30° відкладаємо від цієї осі. Тоді кут армування 3-го і 4-го шарів, що відраховується від осі х, дорівнюватиме $\varphi_{3,4} = \pm(90^\circ - 30^\circ) = \pm 60^\circ$.

Загальна товщина 3-го і 4-го шарів $12\delta_0$ - більше половини сумарної товщини пакету, тому з метою здешевлення матеріалу їх рекомендується виготовляти з більш дешевого склопластику при збереженні міцності пакету.

Щоб раціонально розташувати 1-й та 2-й шари по відношенню до заданого навантаження, проводимо орієнтовний розрахунок міцності КМ за двома варіантами. Розрахункові формули можна отримати, враховуючи лише міцність КМ у напрямку армування:

$$F_x^* = \frac{1}{\delta_\Sigma} \sum_{i=1}^4 \delta_i F_{1i} \cos^2 \varphi_i ;$$

$$F_y^* = \frac{1}{\delta_\Sigma} \sum_{i=1}^4 \delta_i F_{1i} \sin^2 \varphi_i ;$$

$$F_{1i} = F_{1Pi}, \quad \text{якщо } \sigma_{x,y} > 0 ;$$

$$F_{1i} = F_{1Ci}, \quad \text{якщо } \sigma_{x,y} < 0 .$$

Варіант I: 1-й шар $4\delta_0$ вздовж осі х; 2-й шар $3\delta_0$ перпендікулярно до осі х.

$$F_{X1}^* = \frac{1}{19\delta_0} (1562 \cdot 4\delta_0 \cdot \cos^2 0^\circ + 1562 \cdot 3\delta_0 \cdot \cos^2 90^\circ + 2 \cdot 802 \cdot 6\delta_0 \cdot \cos^2 60^\circ) = 455 \text{ МПа} > 200 \text{ МПа};$$

$$F_{Y1}^* = \frac{1}{19\delta_0} (1562 \cdot 4\delta_0 \cdot \sin^2 0^\circ + 1562 \cdot 3\delta_0 \cdot \sin^2 90^\circ + 2 \cdot 802 \cdot 6\delta_0 \cdot \sin^2 60^\circ) = 627 \text{ МПа} > 300 \text{ МПа};$$

Величини F_{1Pi} , F_{1Ci} взяті з розрахунків наведених у прикладі 3.4.4.

Варіант II: 1-й шар $4\delta_0$ вздовж осі y ; 2-й шар $3\delta_0$ перпендікулярно до осі y .

$$F_{X2}^* = \frac{1}{19\delta_0} (1562 \cdot 3\delta_0 \cdot \cos^2 0^\circ + 1562 \cdot 4\delta_0 \cdot \cos^2 90^\circ + 2 \cdot 802 \cdot 6\delta_0 \cdot \cos^2 60^\circ) = 373 \text{ МПа} > 200 \text{ МПа};$$

$$F_{Y2}^* = \frac{1}{19\delta_0} (1562 \cdot 3\delta_0 \cdot \sin^2 0^\circ + 1562 \cdot 4\delta_0 \cdot \sin^2 90^\circ + 2 \cdot 802 \cdot 6\delta_0 \cdot \sin^2 60^\circ) = 708 \text{ МПа} > 300 \text{ МПа};$$

Запас міцності за I-м варіантом складає:

$$n_{X1} = \frac{F_{X1}^*}{\sigma_X} = \frac{455}{200} = 2,28;$$

$$n_{Y1} = \frac{F_{Y1}^*}{\sigma_Y} = \frac{627}{300} = 2,09;$$

Запас міцності за II-м варіантом $n_{X2} = 1,87$; $n_{Y2} = 2,36$

З аналізу отриманих результатів випливає, що КМ за розглянутими варіантами практично однакові.

Таким чином, попередній розрахунок показує можливу працездатність матеріалу при заданих нормальних напругах. Структура сформованого пакету матеріалу та фізико-механічні властивості шарів наведена в таблиці та на рис.

Номер шару	1	2	3,4
Кут армування φ_i	0	90	± 60
Товщина шару, δ_i , мм	0,32	0,24	0,48
Матеріал	В/п	/п	С/п
E_1 , МПа	187520	187520	57320
E_2 , МПа	10302	10302	9815
G_{12} , МПа	3966	3966	3778
μ_{12}	0,25	0,25	0,288
μ_{21}	0,014	0,014	0,049
$\alpha_1 \cdot 10^{-6}$, K^{-1}	-2,49	-2,49	7,43
$\alpha_2 \cdot 10^{-6}$, K^{-1}	20,9	20,9	26,5
F_{1p} , МПа	1875	1875	8600
F_{1c} , МПа	1562	1562	280
F_{2p} , МПа	87,6	87,6	85,5
F_{2c} , МПа	204	204	200
F_{12} , МПа	40,3	40,3	69,9

