

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ГІРНИЧИЙ УНІВЕРСИТЕТ



МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ДО ВИКОНАННЯ
ІНДИВІДУАЛЬНОГО ЗАВДАННЯ
З ДИСЦИПЛІНИ
«ТЕХНІЧНА МЕХАНІКА»

Дніпропетровськ
2007

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ГІРНИЧИЙ УНІВЕРСИТЕТ

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ДО ВИКОНАННЯ
ІНДИВІДУАЛЬНОГО ЗАВДАННЯ
З ДИСЦИПЛІНИ
«ТЕХНІЧНА МЕХАНІКА»
студентами денної і
заочної форм навчання**

Дніпропетровськ
НГУ
2007

Методичні вказівки до виконання індивідуального завдання з дисципліни “Технічна механіка” студентами денної і заочної форм навчання/ Уклад.: І.А. Шуляк, В.Я. Кіба, Г.Д. Пахомов. – Д.: Національний гірничий університет, 2007. – 20 с.

Укладачі: І.А. Шуляк, канд. техн. наук, доц. (підбір варіантів вихідних даних);
В.Я. Кіба, асист. (приклад розрахунку ферми);
Г.Д. Пахомов, асист. (приклад розрахунку елементів ферми).

Методичні вказівки містять варіанти індивідуальних завдань з дисципліни “Технічна механіка”. Завдання включають розрахунок статично визначеної ферми, розрахунок на міцність заклепочних і зварних з’єднань елементів ферми, а також розрахунок на статичну міцність стиснутих елементів. У завданні наведений приклад розрахунку з докладними поясненнями і посиланнями на літературу.

Затверджено на засіданні кафедри БТ і ПМ (протокол № 3 від 15.03.07 р.).

Відповідальний за випуск зав. кафедри БТ і ПМ С.Є. Блохін, д-р техн. наук, проф.

ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

Мета даних методичних вказівок – показати на конкретних прикладах застосування методів теоретичної механіки та опору матеріалу для розрахунку ферм і її елементів. У методичні вказівки включено докладні пояснення, необхідні для самостійного виконання студентом його варіанта індивідуального завдання.

Перед початком роботи над завданням треба освоїти теоретичний матеріал, зазначений у списку літератури.

ВИХІДНІ ДАНІ ДЛЯ ВИКОНАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНОГО ЗАВДАННЯ

Для заданої симетрично навантаженої ферми, стрижні якої складаються з двох рівнобоких кутиків (рис. 1), необхідно:

1. Знайти опорні реакції.
2. Методом вирізання вузлів визначити зусилля у всіх її стрижнях.
3. У стрижнях другої (третьої) панелі ферми перевірити знайдені зусилля методом перерізів.
4. З умови міцності знайти площу поперечного перерізу кутиків, що утворюють нижній пояс ферми $[\sigma] = 1,6 \cdot 10^5 \text{ кН/м}^2$, а з таблиць сортаменту прокатної сталі вибрати розміри кутиків.
5. З урахуванням поздовжнього вигину, вважаючи кінці стрижнів шарнірно опертими, визначити розміри кутиків, що утворюють верхній пояс ферми: вибрати розміри кутиків з таблиць сортаменту.
6. Знайти кількість заклепок для з’єднання заданого стрижня з косинкою (рис. 2), узявши її товщину рівною 10 або 12 мм; діаметр заклепки на зріз $[\tau_{cp}] = 100 \text{ кН/м}^2$, на зминання $[\sigma_{cm}] = 280 \text{ кН/м}^2$.
7. Визначити довжину зварних швів для кріплення цього стрижня до косинки (рис. 3); допустима напруга на зріз зварного шва $[\tau_{cp}] = 110 \text{ кН/м}^2$.

Дані для виконання розрахунку взяті з табл. 1.

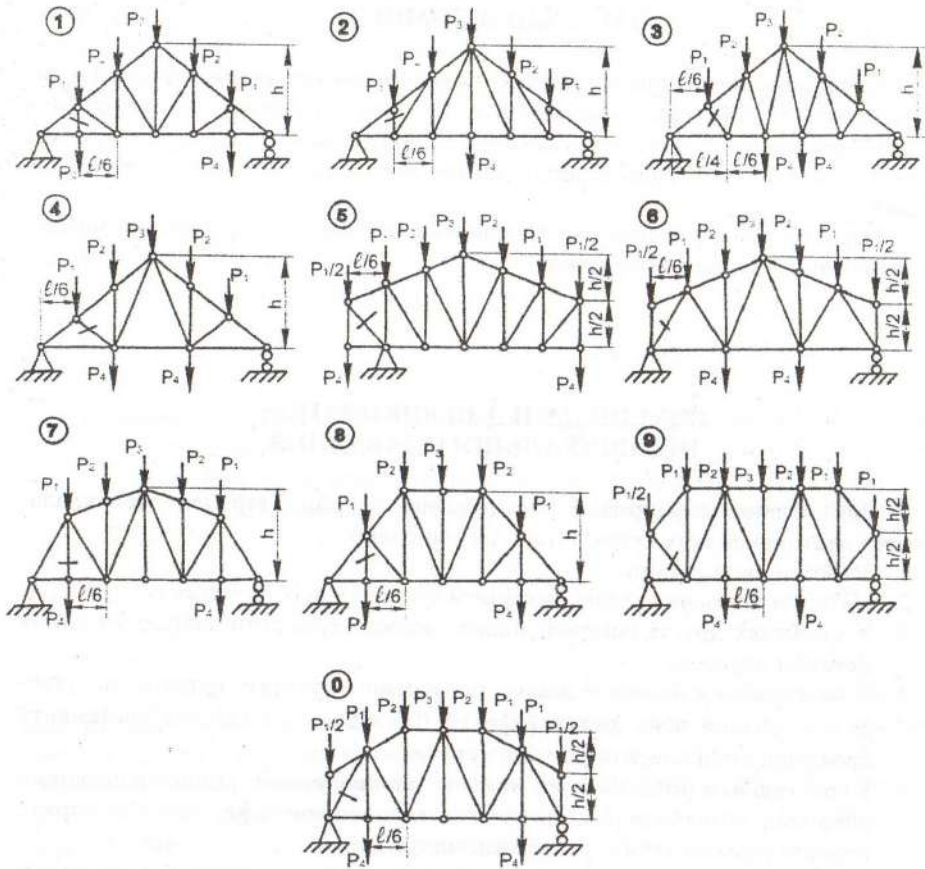


Рис. 1

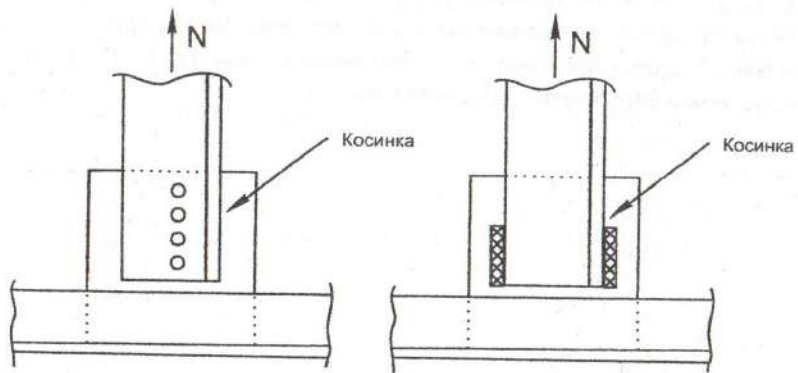


Рис. 2

Рис. 3

Варіанти вихідних даних для виконання курсової роботи

Варіант	Схема ферми	L, м	h, м	P ₁ , кН	P ₂ , кН	P ₃ , кН	P ₄ , кН
1	1	30	5	20	0	40	100
2	1	24	4	0	20	50	100
3	1	18	3	20	40	0	100
4	2	30	5	80	30	40	20
5	2	24	4	80	40	20	20
6	2	18	3	80	20	50	20
7	3	30	5	30	80	40	20
8	3	24	4	40	80	40	20
9	3	18	3	30	80	50	20
10	4	30	5	20	80	40	20
11	4	24	4	30	80	40	20
12	4	18	3	20	80	50	20
13	5	30	5	0	110	60	10
14	5	24	4	0	110	70	10
15	5	18	3	0	110	80	10
16	6	30	5	20	80	40	20
17	6	24	4	20	80	50	20
18	6	18	3	20	80	60	20
19	7	30	5	20	30	20	100
20	7	24	4	30	40	20	100
21	7	18	3	20	50	20	100
22	8	30	5	10	20	30	100
23	8	24	4	20	30	40	100
24	8	18	3	10	40	50	100
25	9	30	5	20	20	40	100
26	9	24	4	20	30	50	100
27	9	18	3	20	30	40	100
28	0	30	5	20	0	60	100
29	0	24	4	20	50	0	100
30	0	18	3	20	0	80	100

1. РОЗРАХУНОК ФЕРМИ

Основні визначення

Фермою називається жорстка конструкція з прямолінійних стрижнів, що з'єднуються на кінцях шарнірами. Місця з'єднання стрижнів ферми називаються вузлами.

Відзначимо, що не кожне шарнірне з'єднання стрижнів є фермою. Ферма, насамперед, являє собою жорстку стрижневу систему, тобто під дією прикладених до вузлів сил стрижні не повинні змінювати свого взаємного положення.

Щоб одержати найпростішу жорстку ферму, достатньо з'єднати шарнірами три стрижні (рис. 4, а).

Якщо з'єднати шарнірами чотири стрижні, то одержимо не ферму, а механізм (рис. 4, б). В цьому випадку під дією прикладених до вузлів сил стрижні зможуть відносно переміщатися.

У ферм можуть бути зайві стрижні або не бути взагалі. Ферма не має зайвих стрижнів, якщо при знятті хоча б одного з них вона втрачає властивості жорсткості. Така ферма показана на рис. 5, а. Прибравши діагональний стрижень, ми одержимо механізм (рис. 5, б).

Найпростіша ферма, зображена на рис. 6, а, має один зайвий стрижень. Прибравши діагональний стрижень, ми одержимо жорстку конструкцію, що складається з двох трикутників (рис. 6, б).

У плоскій фермі без зайвих стрижнів, що утворена із стрижневих трикутників, має місце така залежність між кількістю стрижнів k і кількістю вузлів n

$$k=2n-3.$$

Якщо $k < 2n - 3$, то система шарнірно з'єднаних кінцями стрижнів буде змінюваною стрижневою системою. Вона не є фермою. Якщо $k > 2n - 3$, то ферма має зайві стрижні. Слід відзначити, що умова $k=2n-3$ повинна зберігатися як для всієї ферми у цілому, так і для окремих її частин. Ця умова є необхідною, але не завжди достатньою. Наприклад, для ферми, зображеної на рис. 7, умова $k=2n-3$ ($9 = 2 \cdot 6 - 3$) дотримана, отже, ферма не має зайвих стрижнів. Однак стрижні розставлені неправильно і права частина ферми не є жорсткою.

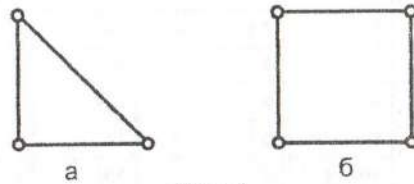


Рис. 4

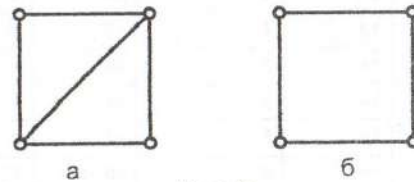


Рис. 5

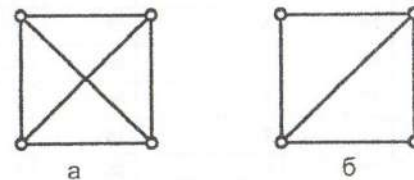


Рис. 6

Звичайно ферму встановлюють на дві опори, одна з яких повинна бути нерухомою, а друга – рухомою (на котках).

Ферма, що не має зайвих стрижнів, є статично визначеною, оскільки при названих вище типах опор величини опорних реакцій і зусилля у всіх її стрижнях можуть бути знайдені з рівнянь статyki.

Ферма із зайвими стрижнями – статично невизначена, зусилля у всіх її стрижнях не можуть бути знайдені з рівнянь статyki. Розрахунок такого типу ферм вивчає дисципліна "Будівельна механіка".

У даних методичних вказівках ми розглядатимемо тільки плоскі статично визначені ферми. При їх розрахунку приймають такі припущення:

1. Стрижні у вузлах з'єднуються ідеальними шарнірами.
2. Вага стрижнів не враховується.
3. Усі активні сили прикладаються до ферми тільки в її вузлах.

У реально існуючих фермах стрижні з'єднуються між собою не шарнірно, а щільно, за допомогою зварки або заклепок і, звичайно, мають вагу. Проте взяті припущення дозволяють проводити розрахунок реальних ферм найпростіше (стрижні ферми випробувуватимуть тільки поздовжні зусилля) й одержувати результати, достатньо близькі до дійсних.

Розрахунок ферм зводиться до визначення опорних реакцій і зусиль в її стрижнях. Опорні реакції визначаються звичайними методами статyki. Зусилля в стрижнях ферм аналітично можуть бути визначені одним з таких методів – методом вирізання вузлів або методом перерізів.

2. ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНОГО ЗАВДАННЯ

2.1 Визначення опорних реакцій для ферм

При визначенні опорних реакцій ферму розглядають як тверде тіло. Як приклад визначимо опорні реакції ферми, зображеної на рис. 8.

У точці A – шарнірна нерухома опора. Реакція такої опори проходить через вісь шарніра і може мати будь-які напрями в площині креслення. При розв'язанні задач цю реакцію подають її складовими X_A і Y_A , паралельними відповідним осям координат.

У точці B – шарнірно рухома опора. Реакція такої опори направлена відповідно нормалі до поверхні, на яку спираються котки опори. В даному випадку вона вертикальна.

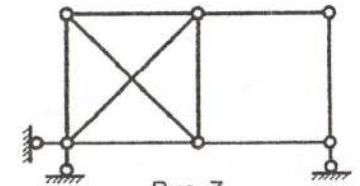


Рис. 7

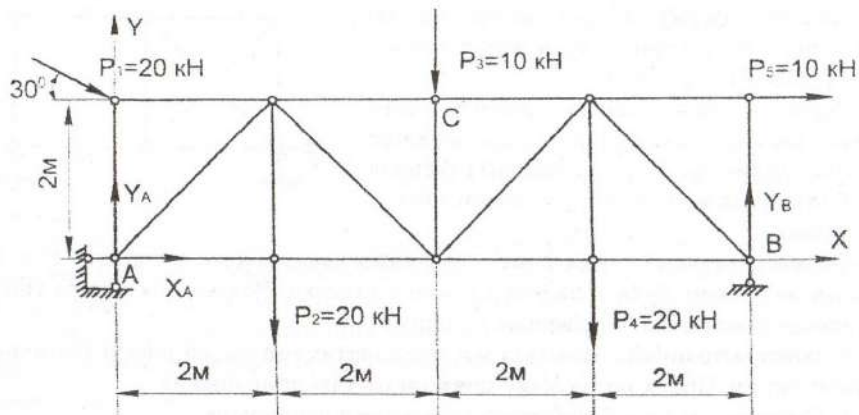


Рис. 8

Реакції у точках A і B визначимо, склавши три рівняння рівноваги для всієї ферми

$$\sum F_{kx} = P_1 \cos 30^\circ + X_A + P_5 = 0; \quad (1)$$

$$\sum F_{ky} = -P \cos 60^\circ - P_3 + Y_A - P_2 - P_4 + Y_B = 0; \quad (2)$$

$$\sum M_A = -P \cos 30^\circ \cdot 2 - P_2 \cdot 2 - P_3 \cdot 4 - P_4 \cdot 6 - P_5 \cdot 2 + Y_B \cdot 8 = 0. \quad (3)$$

З першого рівняння рівноваги визначимо X_A

$$X_A = -P_1 \cos 30^\circ - P_5 = -20 \cdot 0,866 - 10 = -27,32 \text{ кН.}$$

Знак «мінус» вказує на те, що насправді реакція направлена в протилежний бік. У подальших розрахунках, при визначенні зусиль у стрижнях ферми, ми її направлятимемо ліво.

З третього рівняння визначимо Y_B

$$Y_B = \frac{P_1 \cos 30^\circ \cdot 2 + P_2 \cdot 2 + P_3 \cdot 4 + P_4 \cdot 6 + P_5 \cdot 2}{8} = \frac{20 \cdot 0,866 \cdot 2 + 20 \cdot 2 + 10 \cdot 4 + 20 \cdot 6 + 10 \cdot 2}{8} = 31,83 \text{ кН.}$$

Підставивши значення Y_B в друге рівняння, визначимо величину Y_A

$$Y_A = P_1 \cos 60^\circ + P_3 + P_2 + P_4 + Y_B = 20 \cdot 0,866 + 10 + 20 + 20 - 31,83 = 28,17 \text{ кН.}$$

Знайшовши опорні реакції, необхідно зробити перевірку правильності їх визначення. Для цього потрібно взяти моменти всіх сил, діючих на ферму, відносно будь-якої точки площини. До цього рівняння увійдуть і моменти від знайдених вище опорних реакцій. Якщо реакції знайдені правильно, то рівняння моментів перетворюється на тотожність ($0=0$). Щоб до рівняння моментів увійшли всі три знайдені реакції, у даній задачі візьмемо моменти всіх сил відносно точки C .

$$\sum M_C = P_1 \cos 60^\circ \cdot 4 + X_A \cdot 2 - Y_A \cdot 4 + P_2 - P_4 \cdot 2 + Y_B \cdot 4 = 0.$$

Підставивши в це рівняння значення реакцій X_A , Y_A і Y_B одержимо тотожність $0=0$

$$20 \cdot 0,5 \cdot 4 - 27,32 \cdot 2 - 28,17 \cdot 4 + 20 \cdot 2 - 20 \cdot 2 + 31,83 \cdot 4 = 0; \\ 40 - 54,64 - 112,68 + 127,32 = 0, \text{ або } 0 = 0.$$

2.2 Визначення зусиль у стрижнях ферми методом вирізання вузлів (I спосіб)

Метод полягає в послідовному вирізанні вузлів ферми і розгляді умов рівноваги вирізаних вузлів. Послідовно вирізаються ті вузли ферми, які містять не більш ніж два невідомих зусилля.

Хід розрахунків розглянемо на прикладі визначення зусиль у стрижнях ферми, зображеної на рис. 9.

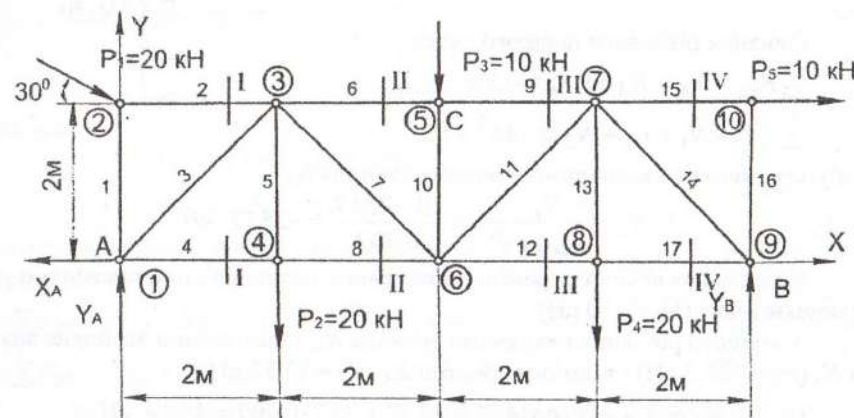


Рис. 9

Пронумеруємо вузли і стрижні ферми арабськими цифрами. Цифри, що позначають номери вузлів, візьмемо в кружечки. Подумки виріжемо другий вузол ферми. Перший вузол розглядати не слід, оскільки в ньому сходяться три стрижні, зусилля в яких невідомі. Розглянемо рівновагу вирізаного вузла 2.

Вузол зображений на рис. 10. Позначимо зусилля в стрижнях 1 і 2 через N_1 і N_2 . Для даного вузла надалі всі зусилля в стрижнях, що утворюють вузол, завжди направлятимемо від вузла.

Сили N_1 , N_2 і P_1 , діючі на другий вузол, перетинаються в одній точці. Для такої системи сил можна скласти два рівняння рівноваги:

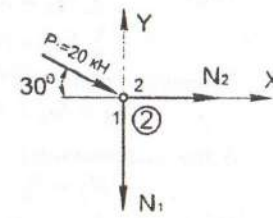


Рис. 10

$$\sum F_{kx} = N_2 + P_1 \cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = -N_1 - P_1 \cos 60^\circ = 0.$$

З першого рівняння визначимо зусилля N_2

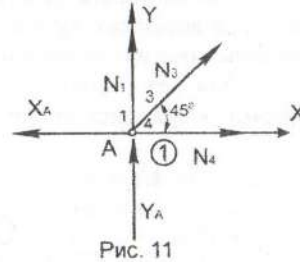
$$N_2 = -P_1 \cos 30^\circ = -20 \cdot 0,866 = -17,32 \text{ кН},$$

а з другого – N_1

$$N_1 = -P_1 \cos 60^\circ = -20 \cdot 0,5 = -10 \text{ кН}.$$

Від'ємні знаки зусиль N_1 і N_2 показують, що відповідні стрижні стиснені. Знайдені зусилля запишемо в табл. 2.

Розглянемо далі перший вузол. Він зображений на рис. 11. Тут доречно відзначити, що відповідно до прийнятих розмірів ферми похилі стрижні утворюють з горизонтом кути в 45° .



Рівняння рівноваги першого вузла

$$\sum F_{kx} = N_4 + N_3 \cos 45^\circ - X_A = 0;$$

$$\sum F_{ky} = N_1 + Y_A + N_3 \cos 45^\circ = 0.$$

З другого рівняння визначимо невідоме зусилля N_3

$$N_3 = \frac{-N_1 - Y_A}{\cos 45^\circ} = \frac{10 - 28,17}{0,707} = -25,17 \text{ кН}.$$

У цей вираз величину раніше знайденого зусилля N_1 підставляють з урахуванням знака ($N_1 = -10$ кН).

З першого рівняння визначимо зусилля N_4 , підставивши знайдене значення N_3 ($N_3 = -25,7$ кН) і величину реакції X_A ($X_A = 27,32$ кН):

$$N_4 = X_A - N_3 \cos 45^\circ = 27,32 + 25,7 \cdot 0,707 = 45,49 \text{ кН}.$$

Знайдені зусилля запишемо в табл. 2.

У третьому вузлі невідомі зусилля в трьох стрижнях: 5, 6, 7 (N_2 і N_3 знайдені раніше). Тому перейдемо до розгляду рівноваги четвертого вузла. Четвертий вузол зображений на рис. 12. Запишемо рівняння рівноваги для цього вузла

$$\sum F_{kx} = N_8 - N_4 = 0;$$

$$\sum F_{ky} = N_5 - P_2 = 0.$$

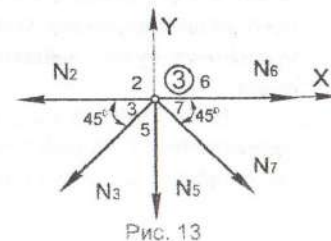
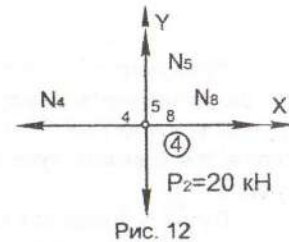
З першого рівняння

$$N_8 = N_4 = 45,49 \text{ кН}.$$

З другого рівняння

$$N_5 = P_2 = 20 \text{ кН}.$$

Після визначення N_5 перейдемо до розгляду рівноваги третього вузла (рис. 13).



Рівняння рівноваги для вузла

$$\sum F_{kx} = N_6 - N_2 + N_7 \cos 45^\circ - N_3 \cos 45^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = -N_3 \cos 45^\circ - N_5 - N_7 \cos 45^\circ = 0.$$

З другого рівняння

$$N_7 = \frac{-N_3 \cos 45^\circ - N_5}{\cos 45^\circ} = \frac{25,7 \cdot 0,707 - 20}{0,707} = -2,588 \text{ кН}$$

З першого рівняння

$$N_6 = N_2 - N_7 \cos 45^\circ + N_3 \cos 45^\circ =$$

$$= -17,32 + 2,588 \cdot 0,707 - 25,7 \cdot 0,707 = -33,66 \text{ кН}.$$

Аналогічно попередньому знайдені зусилля N_7 і N_6 запишемо в табл. 2. Подумки виріжемо п'ятий вузол (рис. 14).

Для п'ятого вузла

$$\sum F_{kx} = N_9 - N_6;$$

$$\sum F_{ky} = -P_3 - N_{10}.$$

Звідси

$$N_9 = N_6 = -33,66 \text{ кН};$$

$$N_{10} = -P_3 = -10 \text{ кН}.$$

Розглянемо далі рівновагу шостого вузла (рис. 15)

$$\sum F_{kx} = N_{12} - N_8 + N_{11} \cos 45^\circ - N_7 \cos 45^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = N_{10} + N_{11} \cos 45^\circ + N_7 \cos 45^\circ = 0.$$

Зусилля в стрижнях 7, 8 і 10 знайдені раніше. З другого рівняння визначимо N_{11}

$$N_{11} = \frac{-N_{10} - N_7 \cos 45^\circ}{\cos 45^\circ} = \frac{10 + 2,588 \cdot 0,707}{0,707} = -16,73 \text{ кН}.$$

Підставивши знайдене значення N_{11} в перше рівняння, визначимо N_{12}

$$N_{12} = N_8 - N_{11} \cos 45^\circ + N_7 \cos 45^\circ =$$

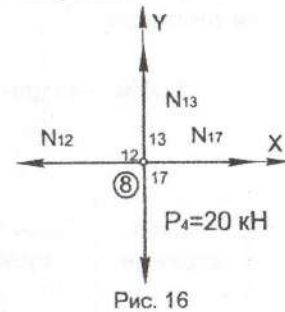
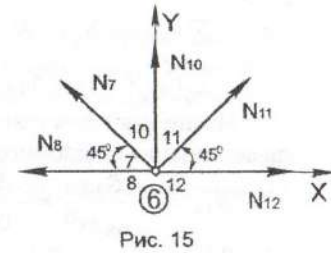
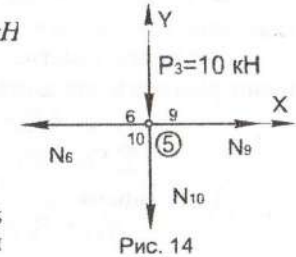
$$= 45,49 - 16,73 \cdot 0,707 - 2,588 \cdot 0,707 = 31,83 \text{ кН}.$$

Подумки виріжемо восьмий вузол і розглянемо його рівновагу (рис. 16)

$$\sum F_{kx} = N_{17} - N_{12} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = N_{13} - P_4 = 0.$$

Звідки



$$N_{17} = N_{12} = 31,83 \text{ кН};$$

$$N_{13} = P_4 = 20 \text{ кН}.$$

Зусилля в стрижнях 15 і 14 можуть бути знайдені з розгляду рівноваги сьомого вузла або рівноваги десятого і дев'ятого вузлів. Останній варіант більш кращий, оскільки при розгляді рівноваги дев'ятого і десятого вузлів може бути визначено і зусилля в стрижні 16.

Виріжемо десятий вузол (рис. 17). Рівняння рівноваги для цього вузла

$$\sum F_{kx} = P_5 - N_{15} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = N_{16} = 0.$$

З цих виразів

$$N_{15} = P_5 = 10 \text{ кН};$$

$$N_{16} = 0.$$

Вирізаний дев'ятий вузол зображений на рис. 18.

Запишемо рівняння рівноваги для цього вузла

$$\sum F_{kx} = -N_{17} - N_{14} \cos 45^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = N_{16} + N_{14} \cos 45^\circ + Y_B = 0.$$

Перше рівняння рівноваги використовуємо для визначення невідомого зусилля N_{14}

$$N_{14} = -\frac{N_{17}}{\cos 45^\circ} = -\frac{31,83}{0,707} = -45,02 \text{ кН}.$$

Друге – може бути використане для визначення правильності знайдених раніше зусиль N_{16} і N_{14} . При підстановці останніх ми повинні одержати тотожність

$$0 - 45,02 \cdot 0,707 + 31,83 = 0; \quad 0 = 0.$$

Знайдені в стрижнях ферми зусилля наведені в табл. 2.

Зусилля в стрижнях ферми

Номер стрижня	Позначення зусилля	Зусилля, знайдене методом вирізання вузлів, кН	Зусилля, знайдене методом перерізів, кН
1	2	3	4
1	N1	-10	-
2	N2	-17,32	-17,32
3	N3	-25,7	-25,7
4	N4	45,49	45,49

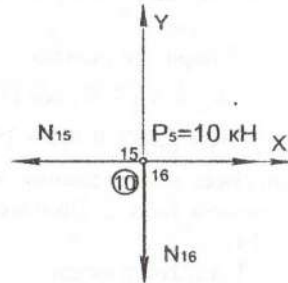


Рис. 17

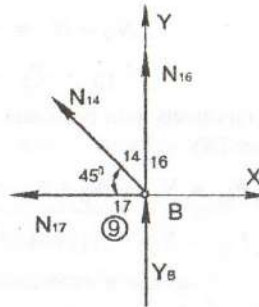


Рис. 18

Таблиця 2

Продовження табл. 2

1	2	3	4
5	N5	20	20
6	N6	-33,66	-33,66
7	N7	-2,588	-2,588
8	N8	45,49	45,49
9	N9	-33,66	-33,66
10	N10	-10	-
11	N11	16,73	16,73
12	N12	31,83	31,83
13	N13	20	-
14	N14	-45,02	-45,02
15	N15	10	10
16	N16	0	-
17	N17	31,83	31,83

2.3 Визначення зусиль у стрижнях ферми методом перерізів (II спосіб)

Цим методом зручно користуватися для визначення зусиль в окремих стрижнях ферми. Ідея методу полягає у тому, що ферму розділяють на дві частини перерізом, що проходить через три стрижні, в яких необхідно визначити зусилля.

Розглядають рівновагу однієї з частин ферми, замінюючи дію відкинutoї частини невідомими силами, які направляють уздовж розрізаючих стрижнів від вузлів. Потім складають рівняння рівноваги. При цьому точки, відносно яких записуються рівняння моментів, або осі, на які проєктуються зусилля, беруться так, щоб до кожного рівняння увійшло тільки одне невідоме.

Визначимо зусилля в перерізах ферми I-I, II-II, III-III, IV-IV (рис. 19). Розігнемо ферму перерізом I-I, праву частину подумки відкинемо і розглянемо рівновагу її лівої частини (рис. 19).

Невідомі зусилля в стрижнях 2, 3 і 4 направимо від відповідних вузлів.

Узявши моменти усіх сил відносно точки A (моменти сил N_3 і N_4 відносно цієї точки дорівнюють нулю), визначимо величину зусилля N_2

$$\sum M_A = -P_1 \cos 30^\circ \cdot 2 - N_2 \cdot 2 = 0.$$

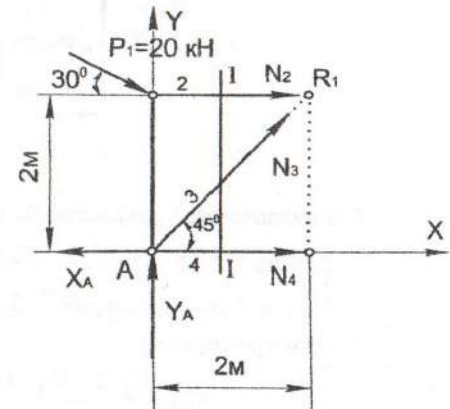


Рис. 19

З рівняння

$$N_2 = -\frac{P_1 \cos 30^\circ \cdot 2}{2} = -17,32 \text{ кН.}$$

Узявши моменти всіх сил, діючих на дану частину ферми відносно точки R_1 , запишемо

$$\sum M_{R1} = N_4 \cdot 2 - Y_A \cdot 2 - X_A \cdot 2 + P_1 \cos 60^\circ \cdot 2 = 0.$$

Звідки

$$N_4 = \frac{Y_A \cdot 2 + X_A \cdot 2 - P_4 \cos 60^\circ \cdot 2}{2} = \frac{28,17 \cdot 2 + 27,32 \cdot 2 - 20 \cdot 0,5 \cdot 2}{2} = 45,49 \text{ кН.}$$

Для визначення N_3 візьемо суму проекцій усіх сил на вісь Y

$$\sum F_{ky} = -P_1 \cos 60^\circ + N_3 \cos 45^\circ + Y_A = 0.$$

Звідси

$$N_3 = \frac{P_1 \cos 60^\circ - Y_A}{\cos 45^\circ} = \frac{20 \cdot 0,5 - 28,17}{0,707} = -25,7 \text{ кН.}$$

Перейдемо до другого перерізу. Аналогічно попередньому розглянемо рівновагу лівої частини ферми (рис. 20).

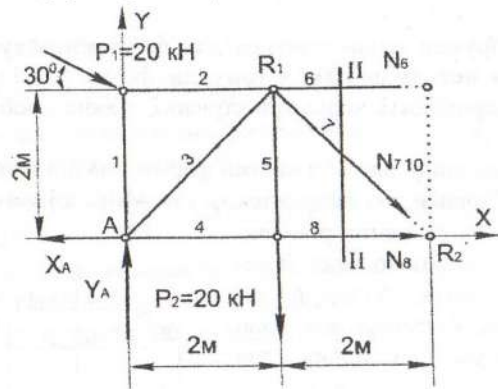


Рис. 20

Для визначення N_6 візьемо момент відносно точки R_2 , для N_8 - точки R_1

$$\sum M_{R2} = -N_6 \cdot 2 + P_2 \cdot 2 - Y_A \cdot 4 - P_1 \cos 30^\circ \cdot 2 + P_1 \cos 60^\circ \cdot 4 = 0;$$

$$\sum M_{R1} = N_8 \cdot 2 + P_1 \cos 60^\circ \cdot 2 - Y_A \cdot 2 - X_A \cdot 2 = 0.$$

З першого рівняння

$$N_6 = \frac{P_2 \cdot 2 - Y_A \cdot 4 - P_1 \cos 30^\circ \cdot 2 + P_1 \cos 60^\circ \cdot 4}{2} = \frac{20 \cdot 2 - 28,17 \cdot 4 - 20 \cdot 0,866 \cdot 2 + 20 \cdot 0,5 \cdot 4}{2} = -33,66 \text{ кН.}$$

З другого рівняння

$$N_8 = \frac{-P_1 \cos 60^\circ \cdot 2 + Y_A \cdot 2 + X_A \cdot 2}{2} = \frac{-20 \cdot 0,5 \cdot 2 + 28,17 \cdot 2 + 27,32 \cdot 2}{2} = 45,49 \text{ кН.}$$

N_7 визначимо із суми проекцій усіх сил на вісь Y

$$\sum F_{ky} = Y_A - P_1 \cos 60^\circ - P_2 - N_7 \cos 45^\circ = 0.$$

Звідси

$$N_7 = \frac{Y_A - P_1 \cos 60^\circ - P_2}{\cos 45^\circ} = \frac{28,17 - 20 \cdot 0,5 - 20}{0,707} = -2,588 \text{ кН.}$$

Зусилля в стрижнях 9, 11, 12 (переріз III-III) і 15, 14, 17 (переріз IV-IV) зручно визначити, розглядаючи рівновагу правої частини ферми.

Розітнемо ферму перерізом III-III на дві частини. Ліву відкинемо і розглянемо рівновагу її правої частини (рис. 21).

Для визначення N_9 візьемо момент усіх сил відносно точки R_2 , а для визначення N_{12} - відносно точки R_3 .

Зусилля N_{11} визначимо, якщо прирівняємо до нуля суму проекцій усіх сил на вісь Y

$$\sum M_{R2} = N_9 \cdot 2 + Y_B \cdot 4 - P_5 \cdot 2 - P_4 \cdot 2 = 0;$$

$$\sum M_{R3} = -N_{12} \cdot 2 + Y_B \cdot 2 = 0;$$

$$\sum F_{ky} = -N_{11} \cdot \cos 45^\circ - P_4 + Y_B = 0.$$

З першого рівняння

$$N_9 = \frac{-Y_B \cdot 4 + P_5 \cdot 2 + P_4 \cdot 2}{2} = \frac{-31,83 \cdot 4 + 10 \cdot 2 + 20 \cdot 2}{2} = -33,66 \text{ кН,}$$

з другого

$$N_{12} = \frac{Y_B \cdot 2}{2} = 31,83 \text{ кН,}$$

з третього

$$N_{11} = \frac{-P_4 + Y_B}{\cos 45^\circ} = \frac{-20 + 31,83}{0,707} = 16,73 \text{ кН.}$$

Визначимо зусилля в стрижнях перерізу IV-IV. Ця частина ферми показана на рис. 22.

Рівняння моментів сил відносно точок B і R_3 мають вигляд

$$\sum M_B = N_{15} \cdot 2 - P_5 \cdot 2 = 0;$$

$$\sum M_{R3} = -N_{17} \cdot 2 + Y_B \cdot 2 = 0.$$

Рівняння проекцій сил на вісь Y запишеться у вигляді

$$\sum F_{ky} = N_{14} \cdot \cos 45^\circ + Y_B = 0.$$

З першого рівняння

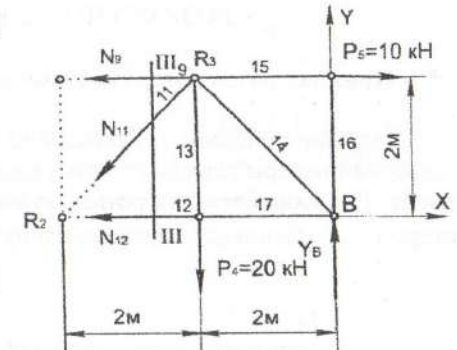


Рис. 21

$$N_{15} = \frac{P_5 \cdot 2}{2} = 10 \text{ кН},$$

з другого

$$N_{17} = \frac{Y_B \cdot 2}{2} = 31,83 \text{ кН}.$$

З рівняння проєкцій сил

$$N_{14} = -\frac{Y_B}{\cos 45^\circ} = -\frac{31,83}{0,707} = -45,02 \text{ кН}.$$

Знайдені методом перерізів зусилля в стрижнях ферми запишемо в табл. 2; величини цих зусиль збігаються з визначеними раніше.

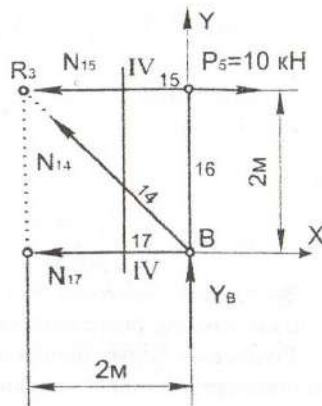
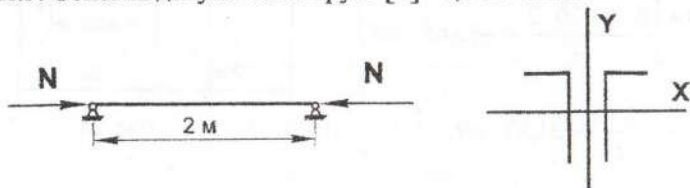


Рис. 22

3. РОЗРАХУНОК ЕЛЕМЕНТІВ ФЕРМИ

3.1. Приклад розрахунку стрижнів верхнього пояса ферми на міцність

Потрібно підібрати з урахуванням максимальної стискої сили $N = 150$ кН поперечний переріз верхнього пояса ферми, що складається з двох рівнобоких кутиків. Довжина елемента розраховуваного пояса 2 м; кінці шарнірно оперті; матеріал Ст.3. Основна допустима напруга $[\sigma] = 1,6 \cdot 10^5$ кН/м².



Умова міцності даного елемента з урахуванням поздовжнього вигину запишемо у вигляді

$$\sigma = \frac{N}{\varphi F} \leq [\sigma], \quad (4)$$

де N – стискальне зусилля в елементі; F – площа поперечного перерізу елемента; φ – коефіцієнт поздовжнього вигину.

У першому наближенні, урахуваючи $\varphi = 1$, визначимо необхідну площу поперечного перерізу елемента

$$F = \frac{N}{[\sigma]} = \frac{150}{1,6 \cdot 10^5} = 93,75 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2 \approx 9,38 \text{ см}^2.$$

Це мінімальна площа двох рівнобоких кутиків; площа одного кутика дорівнює 4,69 см². Згідно з таблицею сортаменту виберемо кутик 56x56x5 мм, у

якого $F = 5,41 \text{ см}^2$.

Оскільки коефіцієнт φ завжди менший за одиницю, то в другому наближенні збільшимо цю площу перерізу; за таблицею сортаменту візьмемо переріз, що складається з двох кутиків 63x63x6 мм. Тепер

$$F = 2 \cdot 7,28 = 14,56 \text{ см}^2; \quad I_x = 2 \cdot 27,1 = 54,2 \text{ см}^4.$$

Для визначення (за відповідною таблицею) коефіцієнта φ знайдемо:

– радіус інерції перерізу відносно осі X

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{F}} = \sqrt{\frac{54,2}{14,56}} = 1,93 \text{ см};$$

– гнучкість стрижня

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_x} = \frac{1 \cdot 1200}{1,93} = 103,6 \approx 104;$$

Згідно з гнучкістю λ для сталі визначаємо коефіцієнт $\varphi = 0,56$.

Напруга в стрижні

$$\sigma = \frac{N}{\varphi F} = \frac{150}{0,56 \cdot 14,56 \cdot 10^{-4}} = 18,4 \cdot 10^4 \text{ кН/м}^2 = 1,84 \cdot 10^5 \text{ кН/м}^2.$$

Оскільки знайдена напруга більше ніж допустима, тобто $[\sigma] = 1,6 \cdot 10^5$ кН/м², візьмемо два кутики 70x70x6 мм; за таблицею сортаменту для цього перерізу

$$F = 2 \cdot 8,15 = 16,3 \text{ см}^2; \quad I_x = 2 \cdot 37,6 = 75,2 \text{ см}^4;$$

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{F}} = \sqrt{\frac{75,2}{16,3}} = 2,15 \text{ см}; \quad \lambda = \frac{1 \cdot 200}{2,15} = 93;$$

$$\varphi = 0,66.$$

Напруга в стрижні

$$\sigma = \frac{150}{0,66 \cdot 16,3 \cdot 10^{-4}} = 13,9 \cdot 10^4 \text{ кН/м}^2 = 1,39 \cdot 10^5 \text{ кН/м}^2.$$

Діюча напруга набагато менша за допустиму, що не є раціональним; тому зменшимо переріз. Виберемо кутик 70x70x5 мм.

Тепер

$$F = 2 \cdot 6,86 = 13,72 \text{ см}^2; \quad I_x = 2 \cdot 31,9 = 63,8 \text{ см}^4;$$

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{F}} = \sqrt{\frac{63,8}{13,72}} = 2,16 \text{ см}; \quad \lambda = \frac{1 \cdot 200}{2,16} = 92,6; \quad \varphi = 0,68$$

$$\sigma = \frac{N}{\varphi F} = \frac{150}{0,68 \cdot 13,72 \cdot 10^{-4}} = 16,0 \cdot 10^4 \text{ кН/м}^2 = 1,6 \cdot 10^5 \text{ кН/м}^2.$$

Остаточний переріз верхнього пояса ферми візьмемо складеним з двох кутиків 70x70x5 мм. Аналогічно визначають і переріз стисненого розкошу або стояк ферми.

3.2. Приклад розрахунку заклепочних і зварних з'єднань

Визначимо кількість заклепок і довжину зварних швів для з'єднання стрижня ферми з її верхнім і нижнім поясом за допомогою косинки. Припустимо, що в стрижні діє розтяжне зусилля $N = 110$ кН. Знайдемо необхідну площу поперечного перерізу даного стрижня, умову міцності запишемо у вигляді

$$\sigma = \frac{N}{F} \leq [\sigma], \quad (5)$$

де F – площа поперечного перерізу стрижня, що складається з двох рівнобежних кутиків; $[\sigma]$ – допустима напруга для матеріалу стрижня.

З виразу (5)

$$F = \frac{N}{[\sigma]} = \frac{110}{1,6 \cdot 10^5} = 68,75 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2 = 6,88 \text{ см}^2.$$

Необхідна площа поперечного перерізу одного кутика $F=3,44$ см². За таблицею сортаменту прокатої сталі трохи більшу площу перерізу ($F=3,48$ см²) має кутик 45x45x4 мм. Цей кутик з необхідними для подальших розрахунків даними зображений на рис. 23.

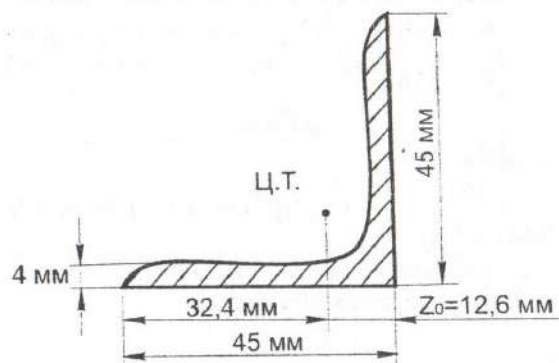


Рис. 23

Умову міцності при зрізі заклепочного з'єднання запишемо у вигляді

$$\tau_{cp} = \frac{N}{nm \frac{\pi d^2}{4}} \leq [\tau_{cp}], \quad (6)$$

де n – необхідна кількість заклепок у з'єднанні, шт.; m – кількість площин зрізу, що приходить на одну заклепку, шт.; d – діаметр заклепки, мм; $[\tau_{cp}]$ – допустима напруга на зріз матеріалу заклепки, МН/м².

З формули (6) при діаметрі заклепки $d = 15$ мм та допустимій напрузі $[\tau_{cp}] = 100$ МН/м² знайдемо необхідну кількість заклепок

$$n = \frac{4N}{\pi d^2 [\tau_{cp}]} = \frac{4 \cdot 110}{2 \cdot 3,14 \cdot (1,5 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 100 \cdot 10^3} = 1,6 \text{ шт.}$$

Умови міцності при з'єднанні заклепочного з'єднання запишемо у вигляді

$$\sigma_{cm} = \frac{N}{F_{cm}} \leq [\sigma_{cm}], \quad (7)$$

де F_{cm} – площа з'єднання заклепок у з'єднанні, см²; $[\sigma_{cm}]$ – допустима напруга для матеріалу заклепки на з'єднанні, МН/м².

Візьмемо товщину косинки рівною 10 мм і $[\sigma_{cm}] = 280$ МН/м². З урахуванням товщини кутика і косинки визначимо площу з'єднання однієї заклепки, а потім і заклепочного з'єднання.

Для визначення площі з'єднання однієї заклепки потрібно подвоєну товщину кутика порівняти з товщиною косинки і меншу з цих двох величин помножити на діаметр заклепки; для n заклепок площа з'єднання буде в n раз більше, тобто

$$F_{cm} = \delta_{\min} d n.$$

У цьому виразі перші два співмножники $\delta_{\min} d$ – площа з'єднання однієї заклепки.

Формулу (7) запишемо у вигляді

$$\sigma_{cm} = \frac{N}{\delta_{\min} d n} \leq [\sigma_{cm}].$$

Звідки необхідна кількість заклепок

$$n = \frac{N}{\delta_{\min} d [\sigma_{cm}]} = \frac{110}{0,8 \cdot 10^{-2} \cdot 1,5 \cdot 10^{-2} \cdot 280 \cdot 10^3} = 3,27 \text{ шт.}$$

Для з'єднання даного стрижня з косинкою поставимо чотири заклепки.

Умову міцності зварного з'єднання при зрізі запишемо у вигляді

$$\tau_{cp} = \frac{N}{0,7l l_w} \leq [\tau_{cp}], \quad (8)$$

де l – товщина кутика, мм; $0,7l$ – висота зварного шва, мм; l_w – необхідна довжина зварного шва, мм; $[\tau_{cp}]$ – допустима напруга зварного шва на зріз, МН/м².

На підставі формули (8) знаходимо загальну довжину зварного шва для приєднання стрижня ферми до косинки

$$l_w = \frac{N}{0,7l [\tau_{cp}]} = \frac{110}{0,7 \cdot 0,4 \cdot 10^{-2} \cdot 110 \cdot 10^3} = 0,36 \text{ м} = 36 \text{ см.}$$

Оскільки даний стрижень складається з двох кутиків, то для кріплення одного з них довжину зварного шва зменшимо в 2 рази, тобто $l_{ш} = 0,18 \text{ м} = 18 \text{ см}$.

Зсувні зусилля з боків кутика розподілені нерівномірно; бік кутика, розташований ближче до його центра, навантажений більше. Ураховуючи такий розподіл зусиль, беруть довжину зварних швів для боків кутика (рис. 24).

Позначивши відстань від центра важкого кутика до його боків через h_1 і h_2 , а довжини зварних швів відповідно через l_1 і l_2 , запишемо пропорцію

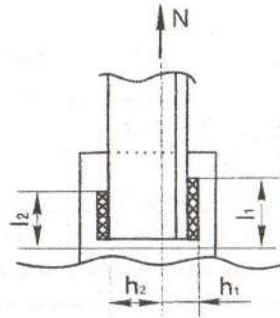


Рис. 24

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{h_2}{h_1} = \frac{32,4}{12,6}, \quad (9)$$

де $h_2 = 32,4 \text{ мм}$ і $h_1 = 12,6 \text{ мм}$ – це відповідні відстані для даного кутика (рис. 23).

З пропорції (9)

$$l_1 = 2,57l_2. \quad (10)$$

Як було відмічено вище, необхідна загальна довжина зварного шва для одного кутика повинна дорівнювати $0,18 \text{ м}$ або 18 см , тобто

$$l_1 + l_2 = 18 \text{ см}. \quad (11)$$

З рівнянь (10) і (11) визначимо величини l_1 і l_2

$$l_1 = 12,86 \text{ см}, \quad l_2 = 5,1 \text{ см}.$$

Округляючи до першого знака після коми, одержимо

$$l_1 = 12,9 \text{ см}, \quad l_2 = 5,1 \text{ см}$$

або

$$l_{ш} = l_1 + l_2 = 12,9 + 5,1 = 18 \text{ см}.$$

Список літератури

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. – М.: Высш. шк., 1974. – 527 с.
2. Беляев Н.М. Соппротивление материалов. – М.: Наука, 1976. – 607 с.

Укладачі:

Шуляк Ігор Андрійович
Кіба В'ячеслав Якович
Пахомов Георгій Дмитрович

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНОГО
ЗАВДАННЯ З ДИСЦИПЛІНИ «ТЕХНІЧНА МЕХАНІКА» СТУДЕНТАМИ
ДЕННОЇ І ЗАОЧНОЇ ФОРМ НАВЧАННЯ

Редактор Ю.В. Рачковська

Підписано до друку 05.11.07. Формат 30x42/4.
Папір офсет. Ризографія. Ум. друк. арк. 1,2
Обл. - вид. арк. 1,2. Тираж 50 прим. Зам. № 61.

Національний гірничий університет
49005, м. Дніпропетровськ, просп. К. Маркса, 19.