

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К ВЫПОЛНЕНИЮ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ
ПО РАЗДЕЛУ «СТАТИКА»
ДИСЦИПЛИНЫ «ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА»
для студентов заочной
формы обучения

Днепропетровск
2004

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К ВЫПОЛНЕНИЮ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ
ПО РАЗДЕЛУ «СТАТИКА»
ДИСЦИПЛИНЫ «ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА»
для студентов заочной
формы обучения

Утверждено к изданию учебно-методическим
управлением университета

1. Демидович П.В., Мещеряков Н.М., Митрополит А.И. Механика. М.: Наука, 1974. 174 с.
2. Гур С.М. Курс лекций по теоретической механике. М.: Наука, 1978. 400 с.
3. Сборник заданий для самостоятельной работы по теоретической механике. Киев: А.С.Видавництво, 1974. 300 с.

Днепропетровск
НГУ
2004

Методичні вказівки до виконання домашніх завдань з розділу "Статика" дисципліни "Теоретична механіка" для студентів заочної форми навчання / Уклад.: В.Д. Кірнос, Н.В. Матисіна, В.А. Ропай, І.А. Шуляк. – Дніпропетровськ: Національний гірничий університет, 2004. - 28 с.

Укладачі: В.Д. Кірнос, Н.В. Матисіна, І.А. Шуляк,
кандидати техн. наук, доценти,
В.А. Ропай, д-р техн. наук, професор

Відповідальний за випуск зав. кафедри БТ та ПМ С.Є. Блохін, д-р техн. наук, проф.

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

В данной методической работе приведены контрольные задачи к разделу «Статика» и даны примеры их выполнения.

Перед выполнением задач необходимо изучить теоретический материал (см. Рабочая программа раздела «Статика»). Особое внимание следует уделить вопросам векторной алгебры:

1. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА РАЗДЕЛА «СТАТИКА»

Основные понятия и аксиомы статики. Система сходящихся сил

Предмет статики. Основные понятия и определения. Аксиомы статики. Связи и их реакции. Геометрический и аналитический способы задания сил. Сходящаяся система сил. Условия равновесия.

Произвольная система сил

Момент силы относительно центра как вектор. Момент силы относительно оси. Сложение параллельных сил. Пара сил. Равновесие системы пар. Теорема о параллельном переносе сил. Приведение пространственной системы сил к данному центру. Главный вектор и главный момент. Условия равновесия системы сил. Частные случаи приведения системы сил к простейшему виду. Теорема Вариньона о моменте равнодействующей. Равновесие плоской и пространственной систем сил. Распределение и сосредоточение силы. Трения скольжения, качения и верчения. Равновесие конструкций.

Центр параллельных сил и центр тяжести

Центр параллельных сил. Центр тяжести твердого тела. Координаты центра тяжести однородных тел. Способы определения координат центров тяжести тел.

Список литературы

1. Добровольский В.В., Никитин Н.И., Дерников А.П. Курс теоретической механики. – М.: Высш. шк., 1974. – 527 с.
2. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. – М.: Наука, 1970. – 470 с.
3. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике. /Под ред. А.А. Яблонского.-М.: Высш.шк., 1973. – 383 с.

2. ЗАДАЧИ И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

2.1. Задача С1

Жесткая рама (рис.С1.0 – С1.9, табл.С1) закреплена в точке А шарнирно, а в точке В прикреплена или к невесомому стержню с шарнирами на концах, или к шарнирной опоре на катках.

На раму действует пара сил с моментом $M=60$ кН·м и две силы, значения, направления и точки приложения которых указаны в таблице (например, в

условиях №1 на раму действует сила F_2 под углом 15° к горизонтальной оси, приложенная к точке E и т.д.).

Определить реакции связей в точках A, B, вызываемые действующими нагрузками. При окончательных расчетах принять $a=0,3$ м.

Указания.

Задача С1 – на равновесие тела под действием произвольной плоской системы сил. Уравнение моментов будет более простым (содержать меньше неизвестных), если брать моменты относительно точки, где пересекаются линии действия двух реакций связей. При вычислении момента силы F часто удобно разложить ее на составляющие F' и F'' , для которых плечи легко определяются, и воспользоваться теоремой Вариньона, тогда

$$m_0(F) = m_0(F') + m_0(F'')$$

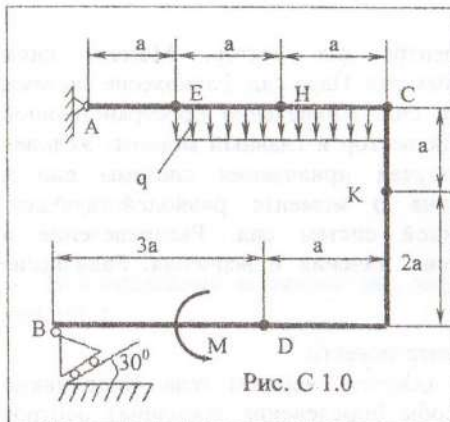


Рис. С 1.0

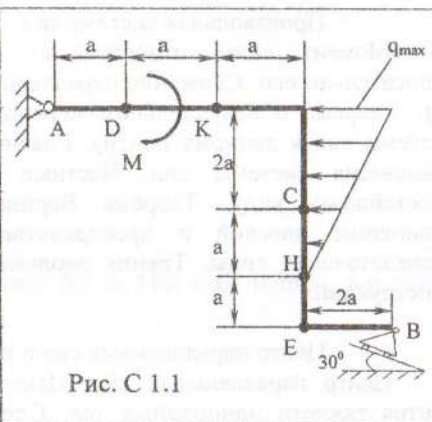


Рис. С 1.1

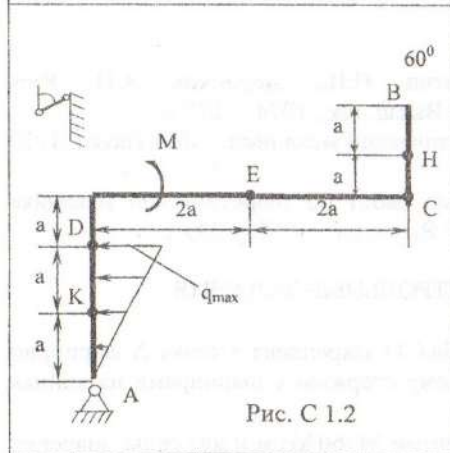


Рис. С 1.2

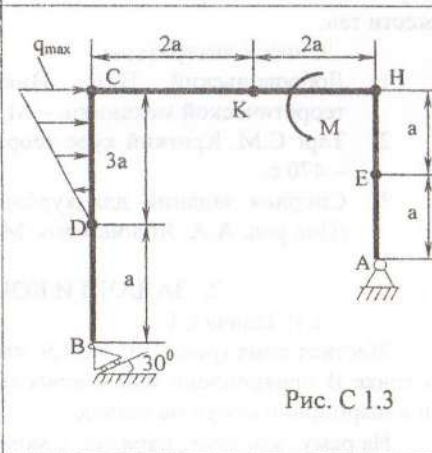


Рис. С 1.3

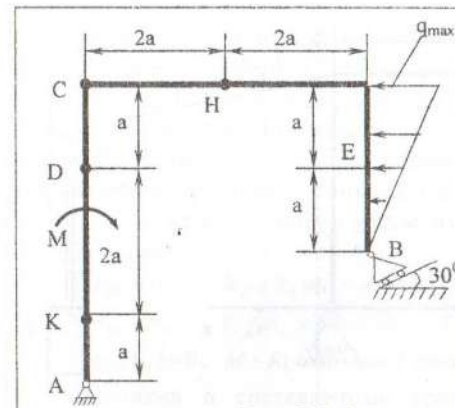


Рис. С 1.4

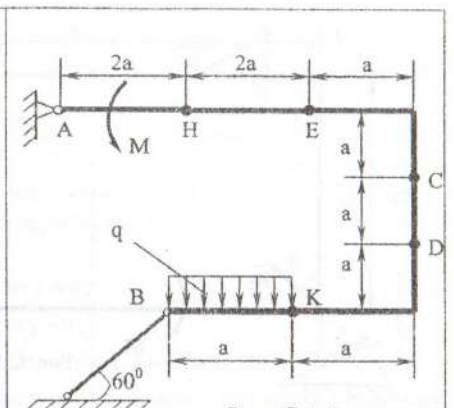


Рис. С 1.5

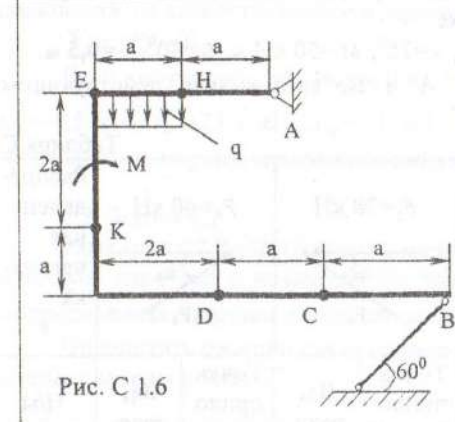


Рис. С 1.6

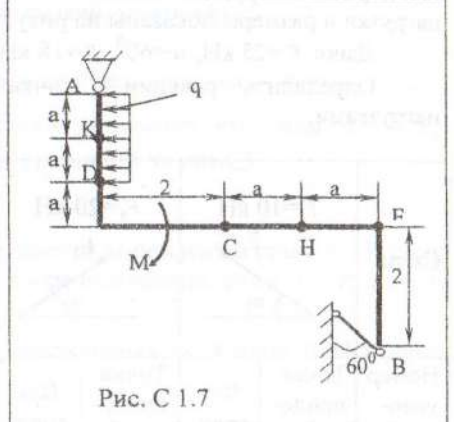


Рис. С 1.7

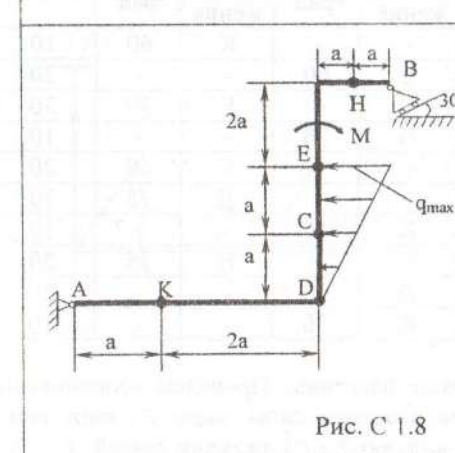


Рис. С 1.8

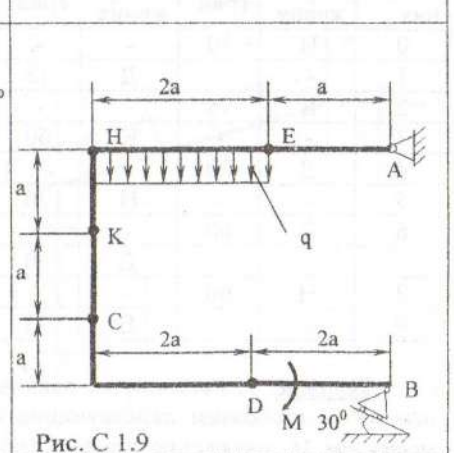
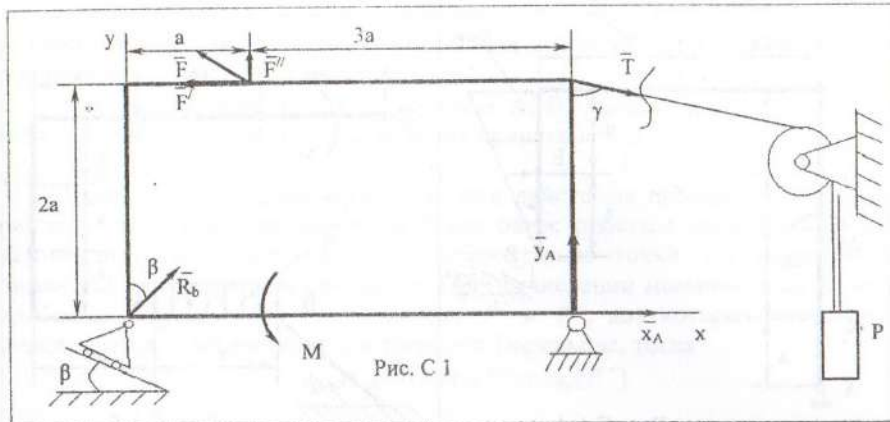


Рис. С 1.9



Пример С1. Жесткая пластинка ABCD (рис.С1) имеет в точке А неподвижную шарнирную опору, а в точке В – подвижную на катках. Все действующие нагрузки и размеры показаны на рисунке.

Дано: $F=25$ кН, $\alpha=60^\circ$, $P=18$ кН, $\gamma=75^\circ$, $M=50$ кН·м, $\beta=30^\circ$, $a=0,5$ м.

Определить: реакции в точках А и В, вызываемые действующими нагрузками.

Таблица С1

Силы	$F_1=10$ кН		$F_2=20$ кН		$F_3=30$ кН		$F_4=40$ кН		Распределенная нагрузка q
Номер условия	Точка приложения	α_1 , град	Точка приложения	α_2 , град	Точка приложения	α_3 , град	Точка приложения	α_4 , град	Н/м
0	Н	30	-	-	-	-	К	60	10
1	-	-	Д	15	Е	60	-	-	20
2	К	75	-	-	-	-	Е	30	30
3	-	-	К	60	Н	30	-	-	10
4	Д	30	-	-	-	-	Е	60	20
5	-	-	Н	30	-	-	Д	75	30
6	Е	60	-	-	К	15	-	-	10
7	-	-	Д	60	-	-	Н	15	20
8	Н	60	-	-	Д	30	-	-	30
9	-	-	Е	75	К	30	-	-	10

Решение. 1. Рассмотрим равновесие пластины. Проведем координатные оси XU и изобразим действующие на пластину силы: силу F , пару сил с моментом M , натяжение троса T (по модулю $T=P$), реакции связей X_A, Y_A и

R_B (реакцию неподвижной шарнирной опоры А изображаем двумя ее составляющими, реакция шарнирной опоры на катках направлена перпендикулярно опорной плоскости).

2. Для полученной плоской системы сил составим три уравнения равновесия. При вычислении момента силы F относительно точки А воспользуемся теоремой Вариньона, т.е. разложим силу F на составляющие F' и F'' ($F'=F \cos \alpha$, $F''=F \sin \alpha$) и учтем, что $m_A(F)=m_A(F')+m_A(F'')$.

Получим:

$$\sum F_{KX}=0, \quad X_A + R_B \sin \beta - F \cos \alpha + T \sin \gamma = 0; \quad (1)$$

$$\sum F_{KY}=0, \quad Y_A + R_B \cos \beta + F \sin \alpha - T \cos \gamma = 0; \quad (2)$$

$$\sum m_A(F_K)=0, \quad M - R_B \cos \beta \cdot 4a + F \cos \alpha \cdot 2a - F \sin \alpha \cdot 3a - T \sin \gamma \cdot 2a = 0. \quad (3)$$

Подставив в составленные уравнения числовые значения заданных величин и решив эти уравнения, определим искомые реакции. Для проверки правильности результатов необходимо составить еще одно уравнение равновесия, не задействованное в решении задачи, например,

$$\sum m_B(F_K)=0.$$

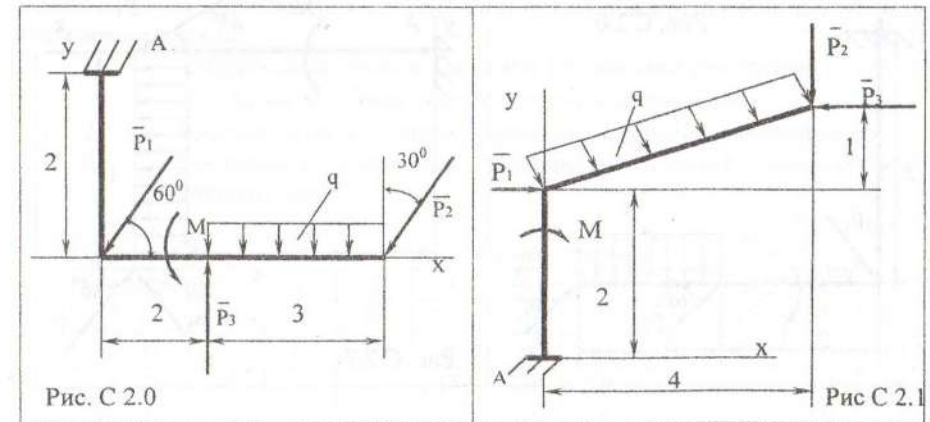
Если получилось тождество $0=0$, то задача решена верно. Ответ:

$X_A=-8,5$ кН; $Y_A=-23,3$ кН; $R_B=7,3$ кН. Знаки указывают, что силы X_A и Y_A направлены в сторону, противоположную, указанной на рис.С1.

2.2. Задача С2

Рама (рис.С2.0-С2.9) одним концом жестко закреплена в точке А. На раму действует пара сил с моментом M , три сосредоточенных силы P_1, P_2 и P_3 и распределенная нагрузка интенсивностью q .

Определить реакции связи (в точке защемления), т.е. в точке А. Исходные данные сведены в табл.С2.



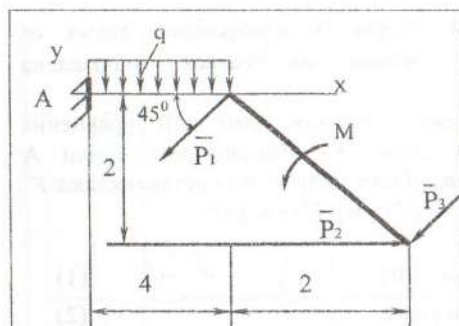


Рис. С 2.2

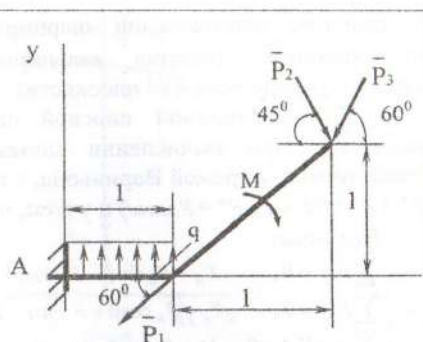


Рис. С 2.3

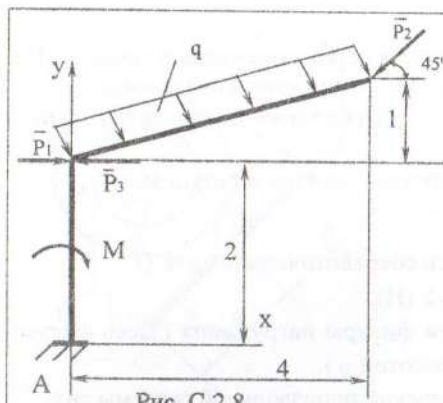


Рис. С 2.8

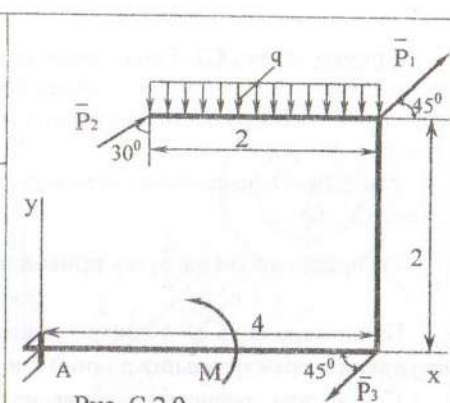


Рис. С 2.9

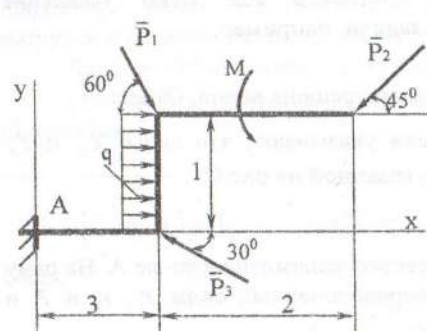


Рис. С 2.4

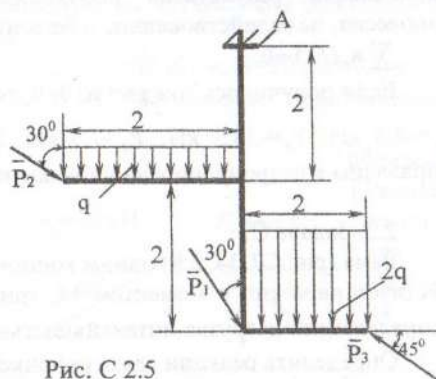


Рис. С 2.5

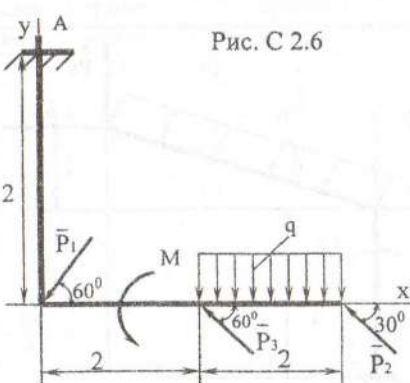


Рис. С 2.6

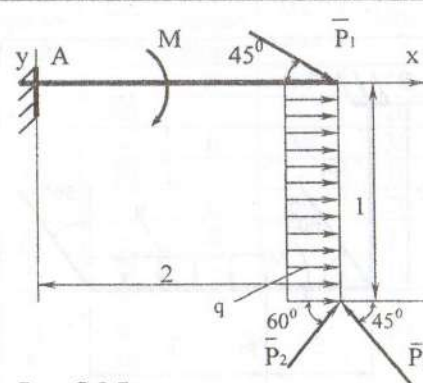
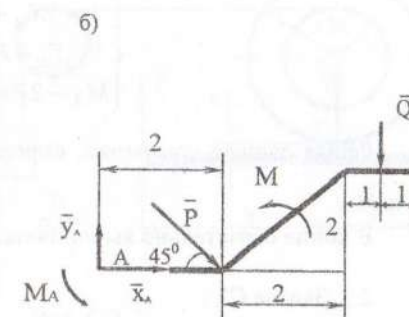
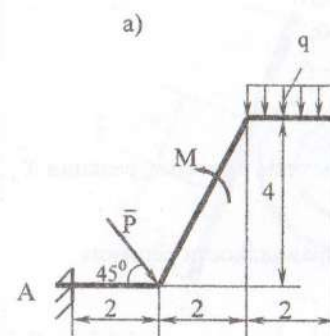


Рис. С 2.7

Рис. С 2



Указания. Решение задачи С2 аналогично решению С1. При решении задачи (плоская произвольная система сил) будем придерживаться следующей последовательности:

1. Отбрасываем связь и заменяем ее действие реакциями X_A , Y_A и M_A . Здесь M_A - реактивный момент в защемлении.
2. Распределенную нагрузку приводим к сосредоточенной силе.
3. Составляем уравнения равновесия плоской произвольной системы сил.

Таблица С2

Силовые факторы	Номер условия									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P_1, \text{Н}$	10	15	20	-	30	10	-	15	20	30
$P_2, \text{Н}$	-	10	10	20	-	-	30	10	-	15
$P_3, \text{Н}$	10	-	-	15	20	30	-	-	10	15
$M, \text{Н}\cdot\text{м}$	10	15	20	30	10	15	20	30	10	15
$q, \text{Н}/\text{м}$	10	15	20	30	10	15	20	30	20	30

Пример задачи С2. Рама одним концом жестко закреплена в точке А. На нее действует пара сил с моментом M , сосредоточенная сила P и распределенная нагрузка интенсивностью q . Необходимо определить реакции связей (рис.С 2,а).

Решение. Отбрасываем связь и ее действие заменяем реакциями X_A, Y_A и M_A (рис.С 2, б).

Распределенную нагрузку приводим к сосредоточенной силе \bar{Q}

$$Q = q \cdot 2 \text{ (Н)}.$$

Приложена сила Q в центре тяжести фигуры нагружения (здесь фигура нагружения – прямоугольник длиной 2 и высотой q).

Составляем уравнения равновесия плоской произвольной системы сил:

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0; \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0; \quad \sum_{i=1}^n M_A(F_i) = 0.$$

Уравнения равновесия для данной задачи будут:

$$\begin{cases} X_A + P \cos 45^\circ = 0; \\ Y_A - P \sin 45^\circ - Q = 0; \\ M_A - 2P \sin 45^\circ + M - 5Q = 0. \end{cases}$$

Решая данные уравнения, определим неизвестные искомые реакции \bar{X}_A, \bar{Y}_A и M_A .

В конце обязательно выполняется проверка правильности решения.

2.3. Задача С3

Определить минимальное значение силы \bar{P} и реакции опор в точках О, А, В системы тел, находящихся в покое. Схемы варианта представлены на рис.С3.0-С3.9, а необходимые данные в табл. С3.

Таблица С3

Номер условия	G	Q	a	b	e	α	Кoeff. трения f
	кН						
0	1,0	10	0,20	0,15	0,01	20	0,25
1	1,1	12	0,10	0,20	0,01	45	0,25
2	1,5	16	0,20	0,30	0,05	40	0,15
3	1,6	18	0,15	0,40	0,05	45	0,15
4	2,0	20	0,20	0,50	0,10	50	0,20
5	1,9	24	0,40	0,60	0,10	60	0,20
6	1,5	20	0,10	0,70	0,05	70	0,15
7	1,3	12	0,15	0,20	0,05	30	0,15
8	1,7	15	0,50	0,30	0,01	45	0,25
9	1,8	20	0,10	0,50	0,01	30	0,25

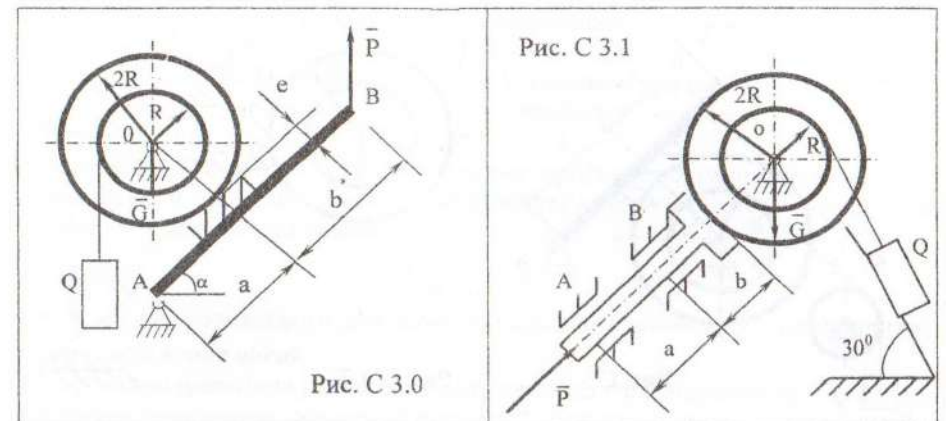


Рис. С 3.0

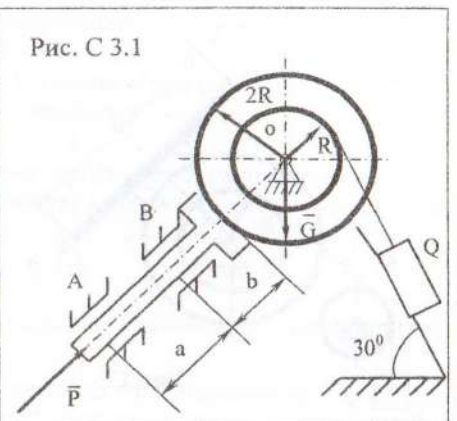


Рис. С 3.1

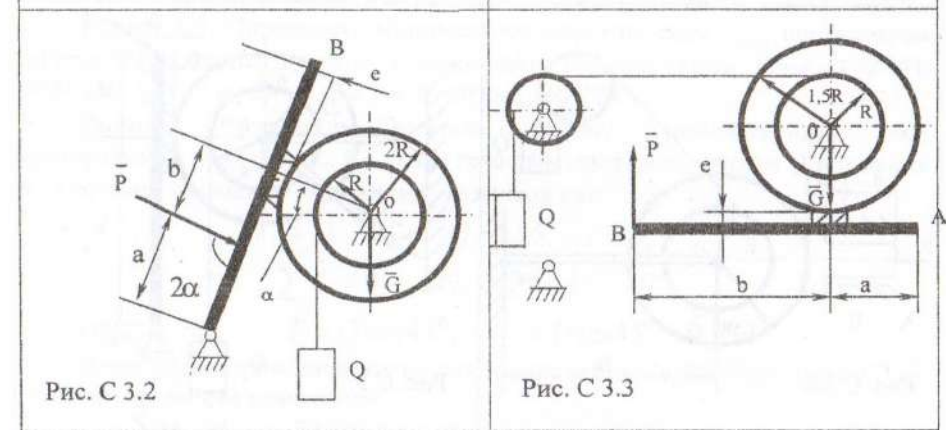


Рис. С 3.2

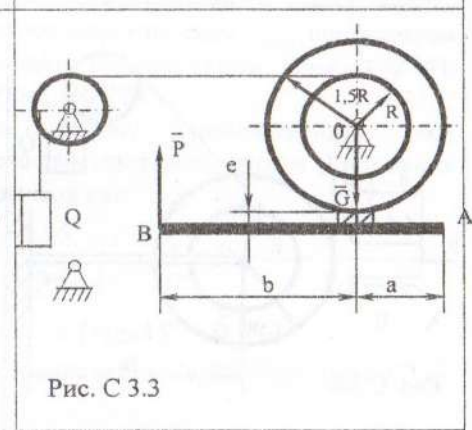


Рис. С 3.3

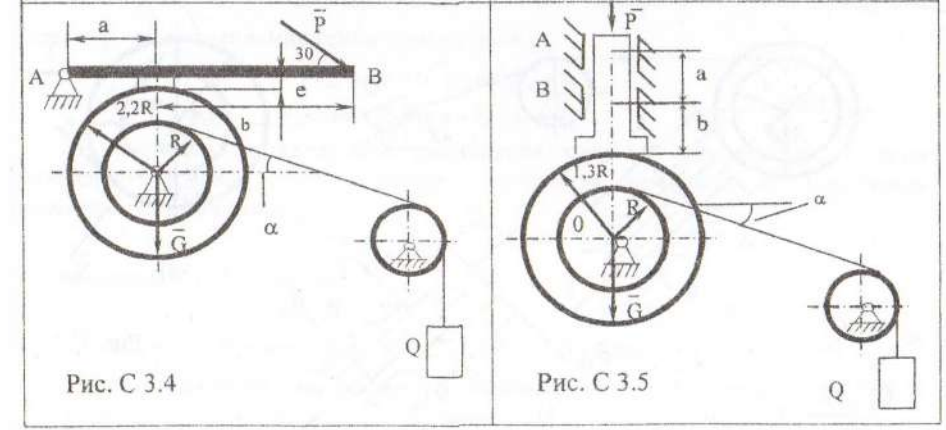


Рис. С 3.4

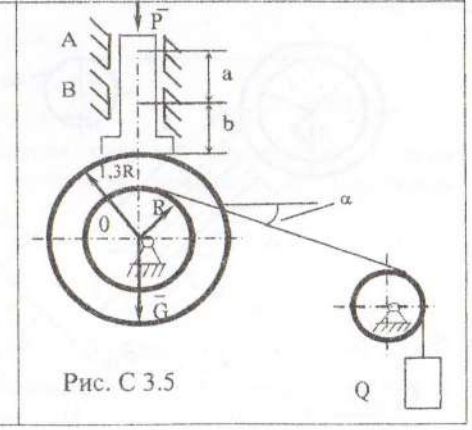
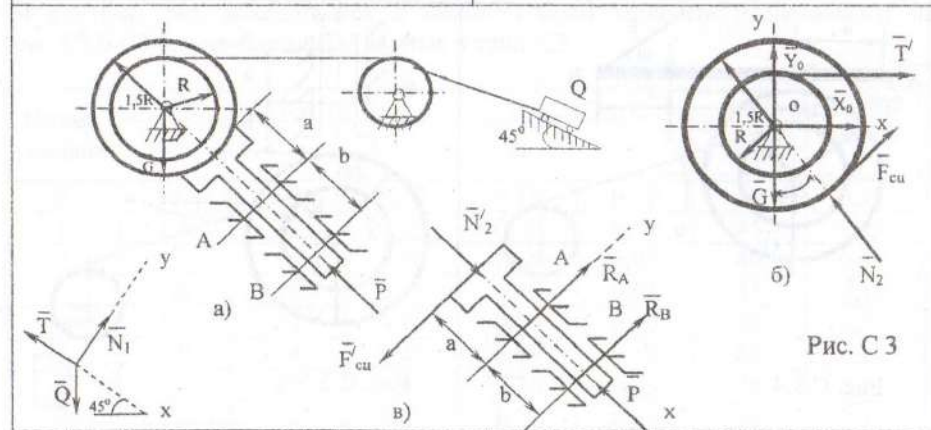
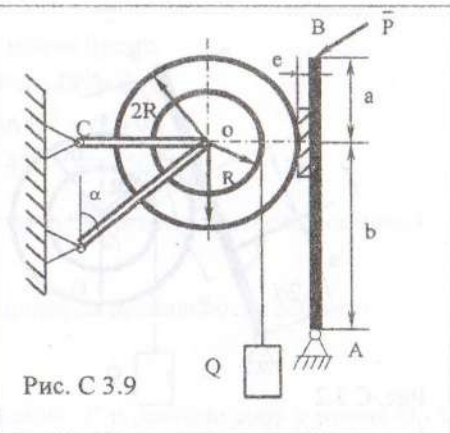
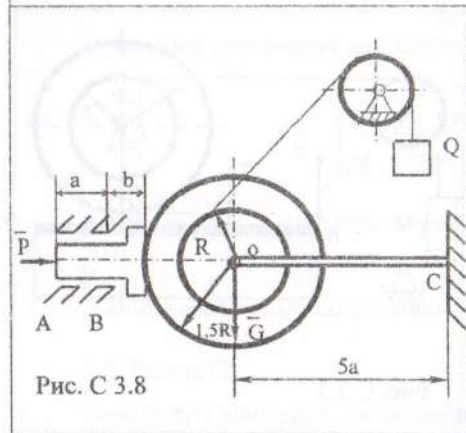
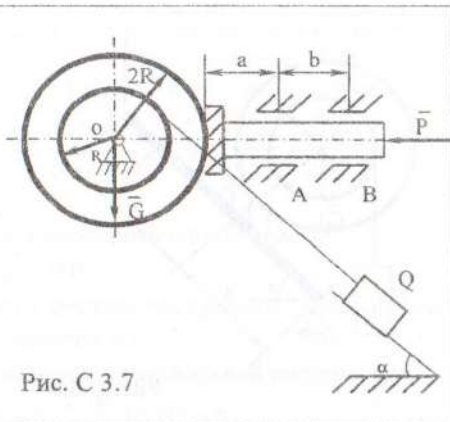
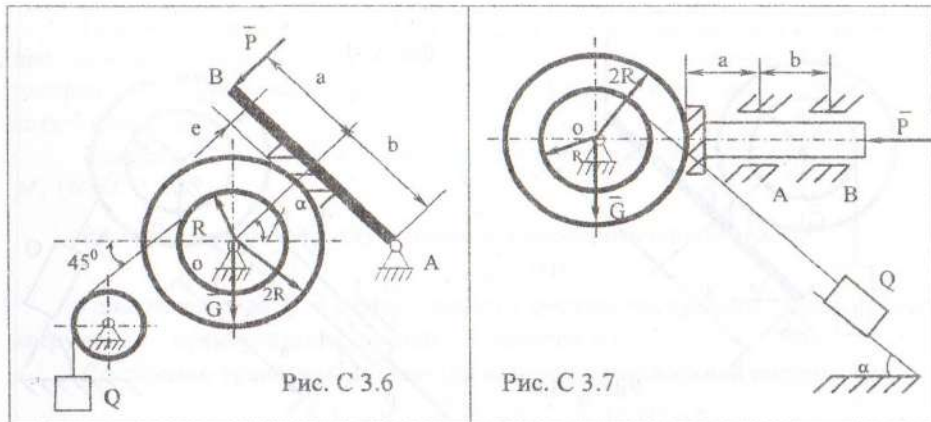


Рис. С 3.5



Указания. При решении задачи на равновесие тел с учетом трения скольжения необходимо придерживаться следующей последовательности:

1. Систему тел разбиваем на отдельные тела, при этом отбрасываем связи внешние и внутренние. Для внутренних - учитываем, что они попарно равны и противоположно направлены согласно принципу равенства действия и противодействия.
2. Необходимо помнить, что в состоянии предельного равновесия сила P минимальна, а сила сцепления (трения покоя) между тормозной колодкой и барабаном определяется равенством

$$F_{mp} = f_0 N,$$

где N - сила нормального давления колодки на барабан, f_0 - коэффициент трения скольжения покоя.

3. Составляем уравнения равновесия для каждого тела в отдельности.
4. Систему полученных уравнений решаем относительно неизвестных реакций.

Пример С3. Определить минимальное значение силы P_{min} , при котором система тел находится в покое, а также найти реакции связей. Дано: $G=2$ кН; $Q=20$ кН; $f_0=0,1$; $\alpha=20^\circ$, $a=10$ см; $b=20$ см (рис. С3).

Решение. Рассмотрим вначале систему уравновешенных сил, приложенных к телу Q (рис. С3,а). На тело действует сила тяжести Q и реакция N_1 . Составим уравнения равновесия указанных сил:

$$\begin{aligned} \sum X_i &= 0; & Q \cos 45^\circ - T &= 0; \\ \sum Y_i &= 0; & N_1 - Q \sin 45^\circ &= 0. \end{aligned}$$

Отсюда $T = Q \cos 45^\circ$; $N_1 = Q \sin 45^\circ$.

Далее рассмотрим равновесие сил, приложенных к барабану (рис. С3,б). Составим уравнения равновесия:

$$\sum M_{o_0} = 0; \quad -TR + F_{cu} \cdot 1,5R = 0. \quad (1)$$

Здесь F_{cu} - сила сцепления (сила трения покоя).

$$\sum X_i = 0; \quad T + F_{cu} \cos \alpha - N_2 \sin \alpha + X_0 = 0; \quad (2)$$

$$\sum Y_i = 0; \quad N_2 \cos \alpha + F_{cu} \sin \alpha + Y_0 - G = 0. \quad (3)$$

В состоянии предельного равновесия сила P минимальна, а сила сцепления (трения покоя) между тормозной колодкой и барабаном определяется равенством

$$F_{cu} = f_0 N_2. \quad (4)$$

Из уравнений (1)-(4) получим:

$$\begin{aligned} F_{cu} &= T/1,5; & N_2 &= F_w / f; \\ X_0 &= -T - F_{cu} \cos \alpha + N_2 \sin \alpha; & Y_0 &= -N_2 \cos \alpha - F_{cu} \sin \alpha + G. \end{aligned}$$

Для определения минимального значения силы P и реакций опор A и B (эти реакции перпендикулярны оси симметрии штока) рассмотрим равновесие сил, приложенных к штоку тормозного устройства (рис.С3,в). Трением в этом случае пренебрегаем:

$$\begin{aligned} \sum M_{A_0} &= 0; & F'_{cy} \cdot a + R_b \cdot b &= 0; \\ \sum X_i &= 0; & N_2 - P_{\min} &= 0; \\ \sum Y_i &= 0; & R_A + R_b - F'_{cy} &= 0. \end{aligned}$$

Решая эти уравнения, получаем:

$$R_b = \frac{-F'_{cy} a}{b}; \quad P_{\min} = N_2'; \quad R_A = -R_b + F'_{cy}.$$

Учитывая заданные в условиях числовые значения, получим:

$$\begin{aligned} N_1 &= 14,1 \text{ кН}; & F_{cy} &= 9,4 \text{ кН}; \\ N_2 &= 94 \text{ кН}; & Y_0 &= 9,2 \text{ кН}; \\ X_0 &= -89,6 \text{ кН}; & R_b &= -4,7 \text{ кН}; \\ R_A &= 14,1 \text{ кН}; & P_{\min} &= 94 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Правильность решения проверяем, составляя уравнение для всей конструкции, считая ее одним телом.

2.4. Задача С4

Определить опорные реакции плоской фермы, а также найти усилия в стержнях левой (правой) ее части. Схемы вариантов представлены на рис. С4.0-С4.9, а исходные данные сведены в табл. С4.

Пример С4. Расчетная схема фермы показана на рис. С4. Определить опорные реакции плоской фермы и найти усилия в стержнях.

Решение. Условия равновесия для данной плоской системы сил:

$$\sum F_x = 0; \quad \sum M_A = 0; \quad \sum M_B = 0.$$

Таблица С4

Параметры	Варианты									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_1 , кН	5	7	2	6	9	1	8	3	1	4
P_2 , кН	3	2	6	1	7	5	2	9	4	8
P_3 , кН	2	4	3	9	3	7	8	1	6	5
a , м	2	3	1	4	5	1	3	2	5	4
α , град	60	45	30	30	60	45	45	60	45	30
β , град	30	45	60	90	30	45	60	90	120	135

Составим уравнения равновесия:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= P_2 \sin \alpha + R_{Ax} - P_1 \sin \beta = 0; \\ \sum M_A &= -P_2 \cos \alpha - P_3 \sin \alpha \cdot 3a - P_2 \cdot 2a + R_{By} \cdot 3a + P_1 \cos \beta \cdot 4a + P_1 \sin \beta \cdot 6a - P_1 \cdot a \cdot \tan \alpha = 0; \\ \sum M_B &= -R_A \cdot 3a + P_2 \cos \alpha \cdot 2a - P_2 \sin \alpha \cdot 3a - P_3 a + P_1 \sin \beta \cdot 6a - P_1 \cos \beta \cdot a = 0. \end{aligned}$$

Решая уравнения равновесия, определим неизвестные реакции опор R_A , R_{Ax} , R_{By} . Затем производим аналитическую проверку правильности решения на основании уравнений равновесия.

$$\sum F_y = R_A - P_2 \cos \alpha - P_3 + R_{By} + P_1 \cos \beta = 0.$$

При необходимости можно провести графическую проверку (рис.С4,а) построением силового многоугольника. Здесь проверяем равенство нулю главного вектора системы сил

$$\sum F_i = P_2 + P_3 + P_1 + R_A + R_{Ax} + R_{By} = 0.$$

Для определения усилий в стержнях фермы предварительно пронумеруем все стержни арабскими цифрами. Узлы обозначим заглавными буквами (рис.С4). Усилия в стержнях направляем вдоль стержня от узла, если стержень растянут, и к узлу, если он сжат. При решении воспользуемся методом вырезания узлов. Суть метода в том, что из фермы мысленно вырезается узел, в котором сходятся два стержня, и рассматривается его равновесие под действием активных сил и реакций разрезанных стержней. Из двух уравнений равновесия, полученной плоской системы сходящихся сил определим искомые реакции стержней. Последовательно переходя от узла к узлу, рассматриваем равновесие каждого из них. При этом в каждом узле должно быть не более двух неизвестных усилий.

Для определения усилий в стержнях 1 и 2 мысленно вырезаем (по линии 1-1) узел «К». Действие отброшенной части фермы на узел «К» компенсируем усилиями S_1 и S_2 , которые направляем от узла вдоль стержней (рис. С4,б), предполагая, что они растянуты. Рассматриваем равновесие данного узла. Здесь действует сила P_1 и реакции связей S_1 , S_2 .

Уравнения равновесия:

$$\begin{cases} \sum F_x = -P_1 \sin \beta - S_2 \cos \alpha = 0; \\ \sum F_y = P_1 \cos \beta - S_2 \sin \alpha - S_1 = 0. \end{cases}$$

Решая данные уравнения, определяем неизвестные усилия S_1 и S_2 . Если получены отрицательные значения, то это говорит о том, что данный стержень сжат.

Выполняем графическую проверку правильности полученных результатов построением силового треугольника (рис. С4,в).

Решая данные уравнения, определяем неизвестные усилия S_1 и S_2 . Если получены отрицательные значения, то это говорит о том, что данный стержень сжат.

Выполняем графическую проверку правильности полученных результатов построением силового треугольника (рис.С4,в).

Рис. С 4.0

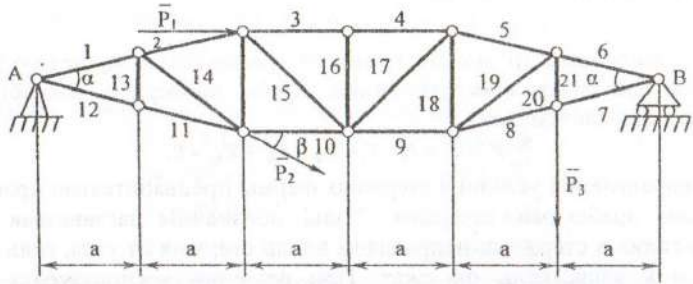


Рис. С 4.1

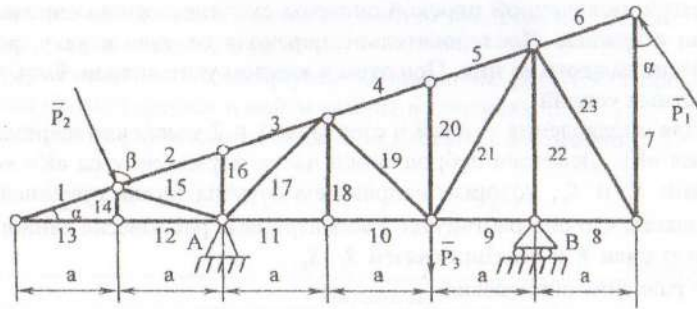


Рис. С 4.2

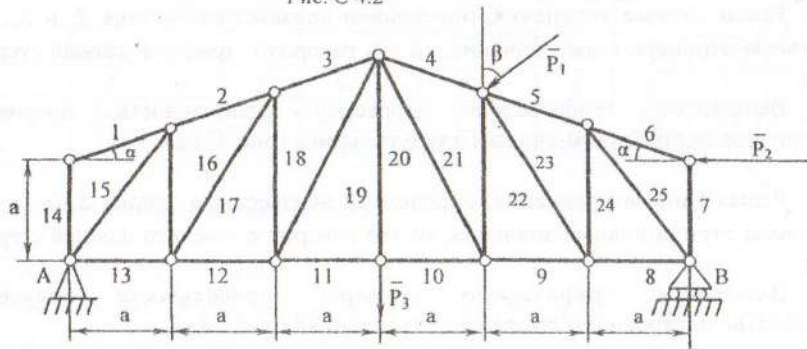


Рис. С 4.3

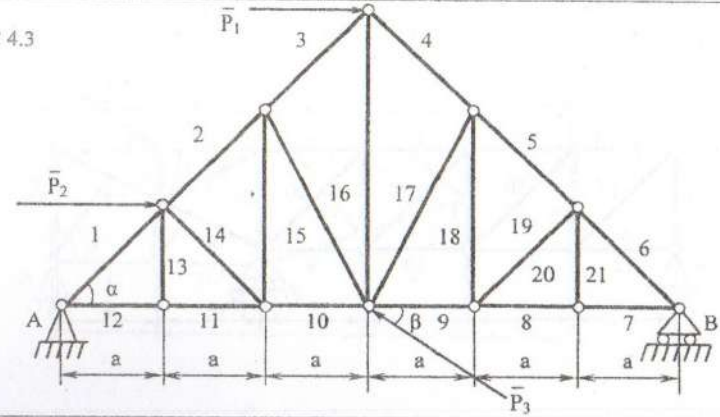


Рис. С 4.4

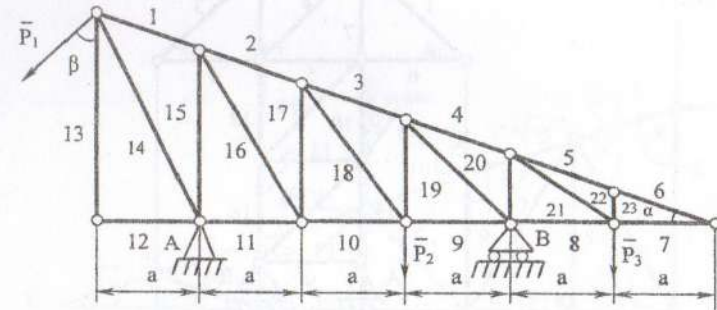


Рис. С 4.5

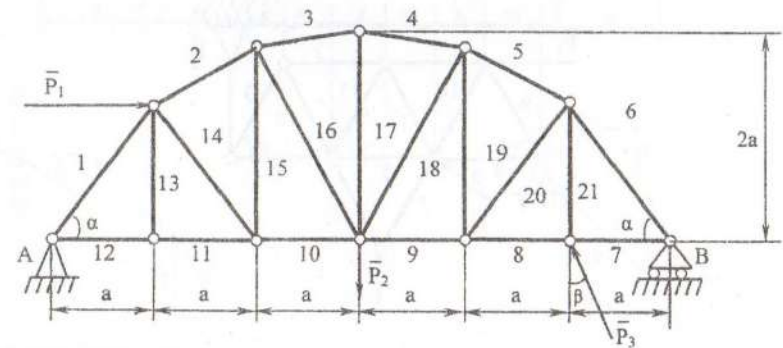


Рис. С 4.6

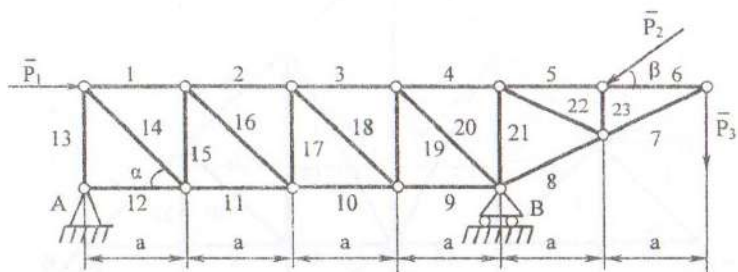


Рис. С 4.7

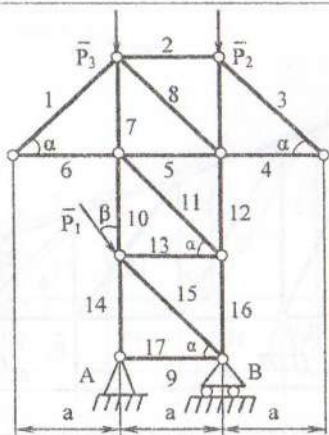


Рис. С 4.8

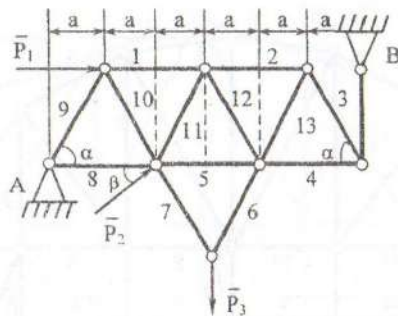
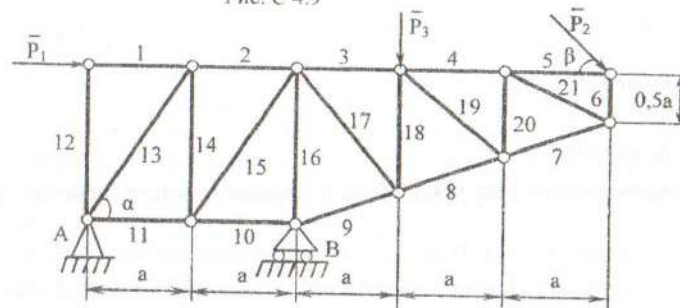
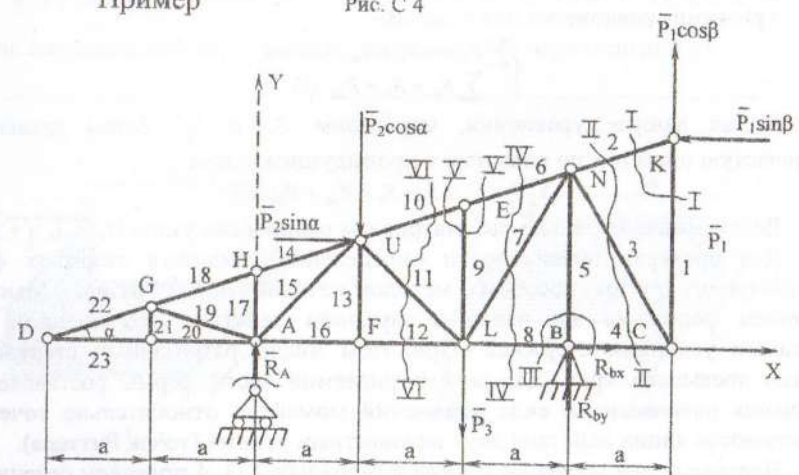


Рис. С 4.9

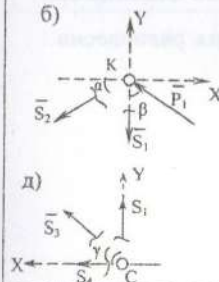


Пример

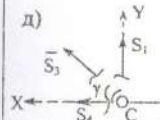
Рис. С 4



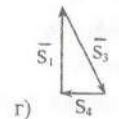
б)



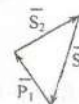
д)



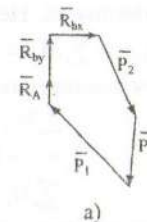
г)



в)



а)



$$\sum F_i = P_1 + S_1 + S_2 = 0.$$

Переходим к узлу «С». В нем сходятся стержни 1, 3, 4. Усилия в двух из них неизвестны.

Уравнения равновесия для узла «С»:

$$\begin{cases} \sum F_x = S_4 + S_3 \cos \gamma = 0; \\ \sum F_y = S_1' - S_3 \sin \gamma = 0. \end{cases}$$

Расчетная схема приведена на рис. С4,д. Угол γ находим из треугольника BNC

$$\sum F_i = P_1 + S_1 + S_2 = 0.$$

Решив уравнения равновесия, получим искомые S_3 и S_4 . Графическая проверка равновесия узла «С» показана на рис. С4,г.

Для определения усилий в стержнях 5 и 3 целесообразно вырезать узел «В» и рассмотреть его равновесие.

Уравнения равновесия для узла «В»:

$$\begin{cases} \sum F_x = -S_8 + R_{Bx} + S_1' = 0; \\ \sum F_y = S_5 + R_{By} = 0. \end{cases}$$

Решив данные уравнения, определим S_5 и S_8 . Затем производим графическую проверку по аналогии с предыдущим узлом

$$\sum F_i = S_4 + S_5 + S_8 + R_{By} + R_{Bx} = 0.$$

Далее последовательно рассматриваем равновесие узлов N, E, L и т.д.

Для проверки правильности определения усилий в стержнях фермы воспользуемся другим способом – методом сечений (метод Риттера). Мысленно разрезаем ферму на две части и заменяем действие отброшенной части искомыми усилиями стержней. При этом число разрезанных стержней не должно превышать трех. Для рассматриваемой части фермы составляем три уравнения равновесия в виде уравнений моментов относительно точек, где пересекаются линии действия двух неизвестных усилий (точек Риттера).

Например, для проверки усилий в стержнях 2, 3, 4 проведем сечение П-П через эти стержни и рассмотрим равновесие правой части фермы. Система сил

– плоская произвольная. Неизвестных – 3 (\bar{S}_2 , \bar{S}_3 , \bar{S}_4). Условия равновесия : $\sum M_N = 0$; $\sum M_D = 0$; $\sum M_C = 0$.

Уравнения равновесия:

$$\begin{aligned} \sum M_N &= F_1 \cos \beta \cdot a + P_1 \sin \beta \cdot h_D - S_4 h_4 = 0; \\ \sum M_D &= P_1 \cos \beta \cdot 6a + P_1 \sin \beta \cdot 6a \cdot \operatorname{tg} \alpha + S_3 h_3 = 0; \\ \sum M_C &= P_1 \sin \beta \cdot 6a \cdot \operatorname{tg} \alpha + S_2 \sin \alpha \cdot 6a = 0; \end{aligned}$$

Решая систему уравнений, получаем искомые усилия S_2, S_3, S_4 .

Построив силовой многоугольник для рассмотренной части фермы, проверяем равенство нулю приложенной к ней системы сил, т.е. замкнутость силового многоугольника.

Для определения усилий в стержнях 6, 7, 8 проводим сечение IY-IY и т.д.

2.5. Задача С5

Две однородные прямоугольные тонкие плиты жестко соединены (сварены) под прямым углом друг к другу и закреплены сферическим шарниром (или подпятником) в точке А, цилиндрическим шарниром (подшипником) в точке В и невесомым стержнем 1 (рис.С5.0-С5.7) или же двумя подшипниками в точках А и В и двумя невесомыми стержнями 1 и 2 (рис.С5.8-С5.9); все стержни прикреплены к плитам и к неподвижным опорам шарнирами.

Размеры плит указаны на рисунках, вес большей плиты $P_1=5$ кН, меньшей – $P_2=3$ кН. Каждая из плит расположена параллельно одной из координатных плоскостей (плоскость xu – горизонтальная). На плиты действует пара сил с моментом $M=4$ кНм, лежащая в плоскости одной из плит, и две силы. Значения этих сил, их направления и точки приложения указаны в табл. С5; при этом силы \bar{F}_1 и \bar{F}_4 лежат в плоскостях, параллельных плоскости xu , сила \bar{F}_2 – в плоскости, параллельной xz , а сила \bar{F}_3 – в плоскости, параллельной yz .

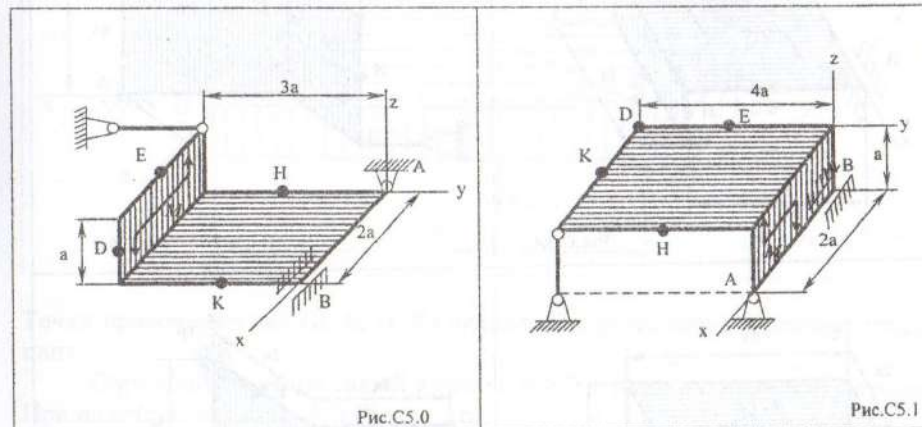


Рис.С5.0

Рис.С5.1

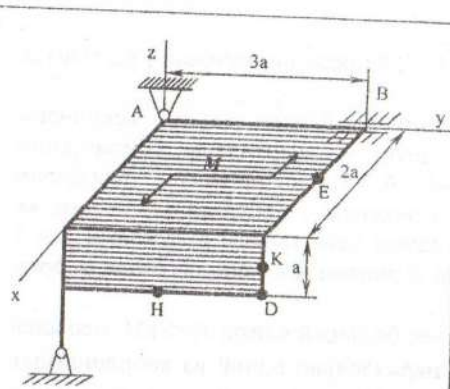


Рис.С5.2

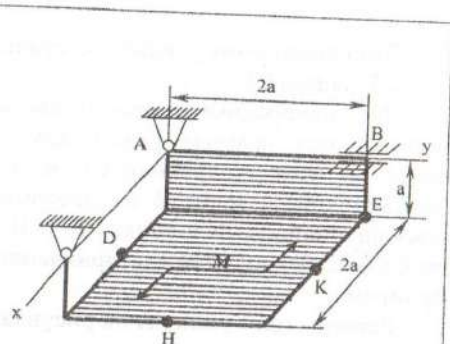


Рис.С5.3

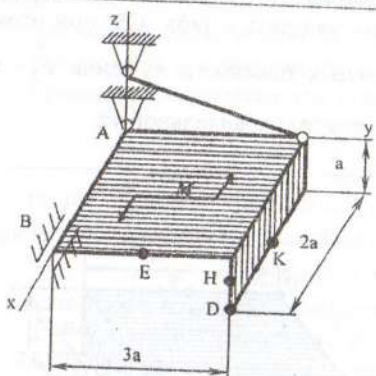


Рис.С5.4

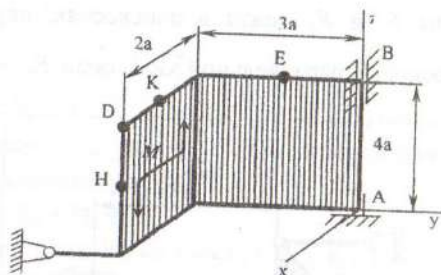


Рис.С5.5

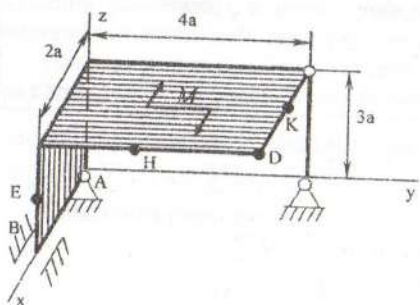


Рис.С5.6

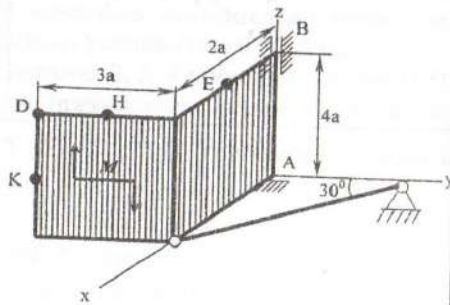


Рис.С5.7

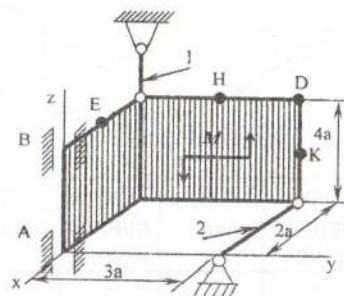


Рис.С5.8

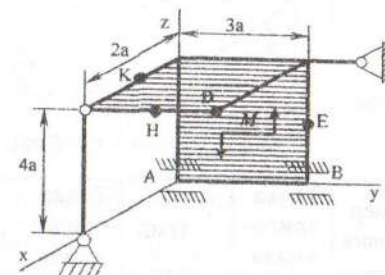


Рис.С5.9

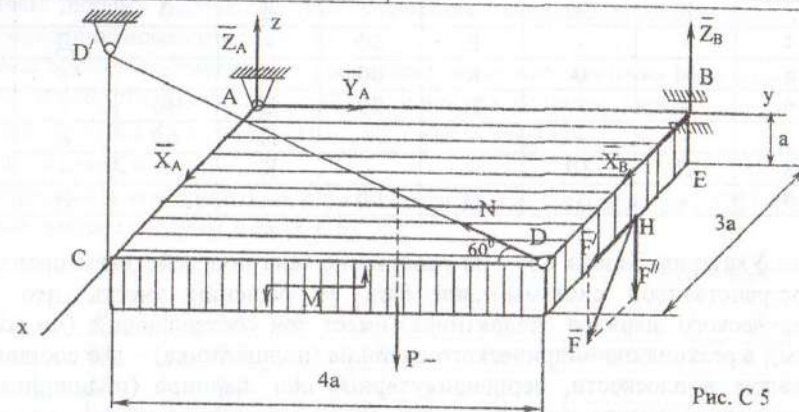
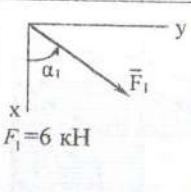
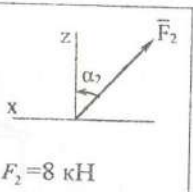
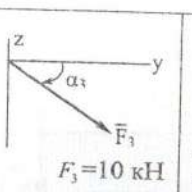
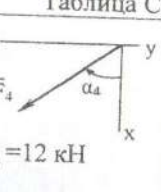


Рис.С5

Точки приложения сил (Д, Е, Н, К) находятся в углах или в серединах сторон плит.

Определить реакции связей в точках А и В и реакции стержней (стержня). При подсчетах принять $a=0,5$ м.

Таблица С5

Силы								
	Номер условия	Точка приложения	α_1 , град	Точка приложения	α_1 , град	Точка приложения	α_1 , град	Точка приложения
$F_1 = 6$ кН	Е	60	Н	30	-	-	-	-
$F_2 = 8$ кН	-	-	Д	60	Е	30	-	-
$F_3 = 10$ кН	-	-	-	-	К	60	Е	30
$F_4 = 12$ кН	К	30	-	-	Д	0	-	-
	-	-	Е	30	-	-	Д	60
	М	0	К	60	-	-	-	-
	-	-	Н	90	Д	30	-	-
	-	-	-	-	Н	60	К	90
	Д	30	-	-	К	0	-	-
	-	-	Д	90	-	-	Н	30

Указания. Задача С5 – на равновесие тела под действием произвольной пространственной системы сил. При ее решении учесть, что реакция сферического шарнира (подпятника) имеет три составляющие (по всем трем осям), а реакция цилиндрического шарнира (подшипника) – две составляющие, лежащие в плоскости, перпендикулярной оси шарнира (подшипника). При вычислении момента силы F часто удобно разложить ее на две составляющие F' и F'' , параллельные координатным осям (или на три); тогда по теореме Вариньона $m_A(\vec{F}) = m_y(\vec{F}') + m_z(\vec{F}'')$ и т.д.

Пример С5. Горизонтальная прямоугольная плита весом P (рис. С5) закреплена сферическим шарниром в точке А, цилиндрическим подшипником в точке В и невесомым стержнем ДД'. На плиту в плоскости, параллельной ХЗ, действует сила F , а в плоскости, параллельной YZ – пара сил с моментом M . Дано: $P=3$ кН, $F=8$ кН, $M=4$ кН·м, $\alpha=60^\circ$, $AC=0,8$ м, $AB=1,2$ м, $BE=0,4$ м, $EA=0$. Определить: реакции опор А и Е и стержня ДД'.

Решение. Рассмотрим равновесие плиты. На плиту действуют заданные силы P , F и пара с моментом M , а также реакции связей. Реакцию сферического шарнира раскладываем на три составляющих X_A, Y_A, Z_A , цилиндрического (подшипника) – на две составляющие X_B, Z_B (в плоскости, перпендикулярной оси подшипника); реакцию N стержня направляем вдоль стержня от Д к Д', предполагая, что он растянут.

Для определения шести неизвестных реакций составляем шесть уравнений равновесия действующей на плиту пространственной системы сил:

$$\begin{aligned} \sum F_{kx} = 0; & \quad X_A + X_B + F \cos 60^\circ = 0; \\ \sum F_{ky} = 0; & \quad Y_A - N \cos 30^\circ = 0; \\ \sum F_{kz} = 0; & \quad Z_A + Z_B - P + N \sin 30^\circ - F \sin 60^\circ = 0; \\ \sum m_x(F_k) = 0; & \quad M - P \frac{AB}{2} + Z_B \cdot AB - F \sin 60^\circ \cdot AZ + N \sin 30^\circ \cdot AB = 0; \\ \sum m_y(F_k) = 0; & \quad P \cdot \frac{AC}{2} - N \sin 30^\circ \cdot AC + F \sin 60^\circ \cdot \frac{AC}{2} - F \cos 60^\circ \cdot BE = 0; \\ \sum m_z(F_k) = 0; & \quad -F \cos 60^\circ \cdot AB - N \cos 30^\circ \cdot AC - X_B \cdot AB = 0. \end{aligned}$$

Для определения моментов силы F относительно осей раскладываем ее на составляющие F' и F'' , параллельные осям X и Z ($F' = F \cos \alpha$, $F'' = F \sin \alpha$), применяем теорему Вариньона (см. Указания). Аналогично можно поступить при определении моментов реакции N .

Подставив в составленные уравнения числовые значения всех заданных величин, решив эти уравнения, найдем искомые реакции. Ответ: $X_A=3,4$ кН; $Y_A=5,1$ кН; $Z_A=4,8$ кН; $X_B=-7,4$ кН; $Z_B=2,1$ кН; $N=5,9$ кН.

2.6. Задача С6

Определить координаты центра тяжести плоской фигуры (рис. С6.0-С6.9). Исходные данные сведены в табл. С6.

Таблица С6

Номер условия	Размеры, м					
	R	r	a	b	c	d
0	0,4	0,2	0,08	0,1	0,06	0,3
1	0,6	0,3	0,16	0,2	0,1	0,5
2	0,8	0,4	0,2	0,05	0,16	0,35
3	0,3	0,15	0,08	0,01	0,04	0,25
4	0,5	0,2	0,12	0,1	0,08	0,4
5	0,7	0,3	0,08	0,16	0,2	0,5
6	0,2	0,08	0,04	0,12	0,1	0,16
7	0,4	0,15	0,1	0,06	0,08	0,28
8	0,5	0,2	0,15	0,12	0,2	0,45
9	0,6	0,25	0,2	0,16	0,12	0,3

Указания. Для определения координат центра тяжести плоскую фигуру разбивают на минимальное число (n) частей, положение центров тяжести которых известно. Выбирают расположение координатных осей. Затем определяют положение центра тяжести плоской фигуры из выражений:

$$X_C = \frac{\sum_{i=1}^n F_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n F_i}; \quad Y_C = \frac{\sum_{i=1}^n F_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n F_i}$$

где F_i - площадь i -й простой фигуры; x_i, y_i - координаты центра тяжести i -той простой фигуры.

Для определения центров тяжести простых фигур используются следующие справочные данные:

1. Центр тяжести плоского кругового сектора расположен на его оси симметрии; его расстояние от центра окружности определяется по формуле

$$X_{C_i} = \frac{2}{3} R \frac{\sin \alpha}{\alpha},$$

где R - радиус окружности, α - половина угла сектора.

2. Центр тяжести полукруга радиуса R находится от диаметра на расстоянии $X_{C_i} = 0,424R$ и расположен на оси симметрии. Эта формула вытекает из предыдущей, если вместо α подставить $\frac{\pi}{2}$.

3. Центр тяжести четверти круга расположен на ее оси симметрии и его расстояние от любого из ограничивающих фигуру радиусов выражается величиной $X_{C_i} = 0,424R$.

4. Центр тяжести площади кругового сегмента расположен на его оси симметрии и его расстояние от центра окружности определяется по формуле

$$X_{C_i} = \frac{2}{3} R \frac{\sin^3 \alpha}{\alpha - \sin \alpha \cos \alpha}.$$

Пример С6. Определить координаты центра тяжести плоской фигуры (рис. С6,а). Дано: $x_1=0,15$ м; $y_1=0,2$ м; $F_1=0,12$ м²; $x_2=0,467$ м; $y_2=0,133$ м; $F_2=0,1$ м²; $x_3=0,035$ м; $y_3=0,2$ м; $F_3=-0,0628$ м².

Решение. Выбираем систему отсчета, т.е. оси x, y . Затем разбиваем плоскую фигуру на 3 части, для которых легко определяются площади и координаты центров тяжести x_i, y_i .

В данном случае в качестве таких частей принимаем прямоугольник, треугольник и половину круга (рис. С6,б). Площадь половины круга отрицательная, так как она вырезана из прямоугольника.

Окончательно определяем координаты центра тяжести заданной фигуры

$$X_C = \frac{F_1 x_1 + F_2 x_2 + F_3 x_3}{F_1 + F_2 + F_3} = \frac{0,12 \cdot 0,15 + 0,1 \cdot 0,467 - 0,0628 \cdot 0,085}{0,15 + 0,1 - 0,0628} = 0,378 \text{ м};$$

$$Y_C = \frac{F_1 y_1 + F_2 y_2 + F_3 y_3}{F_1 + F_2 + F_3} = \frac{0,12 \cdot 0,2 + 0,1 \cdot 0,133 - 0,0628 \cdot 0,2}{0,15 + 0,1 - 0,0628} = 0,157 \text{ м}.$$

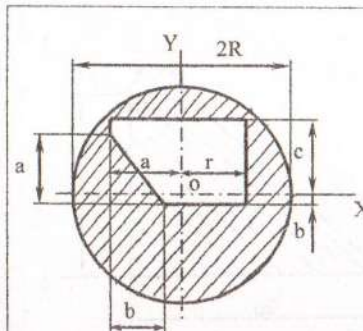


Рис. С 6.0

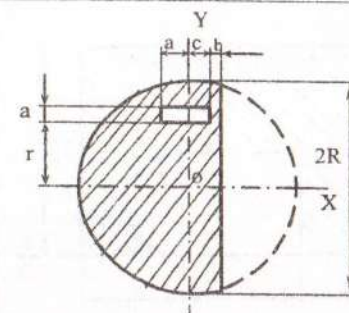


Рис. С 6.1

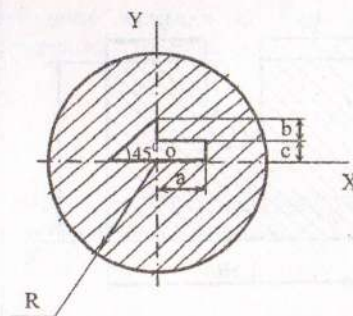


Рис. С 6.2

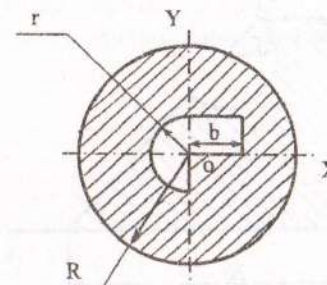


Рис. С 6.3

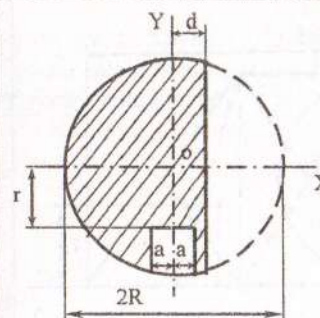


Рис. С 6.4

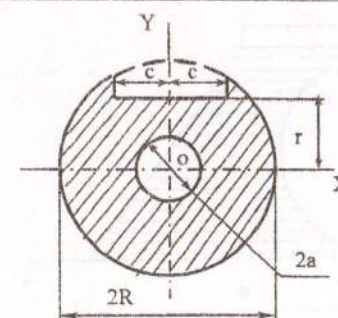
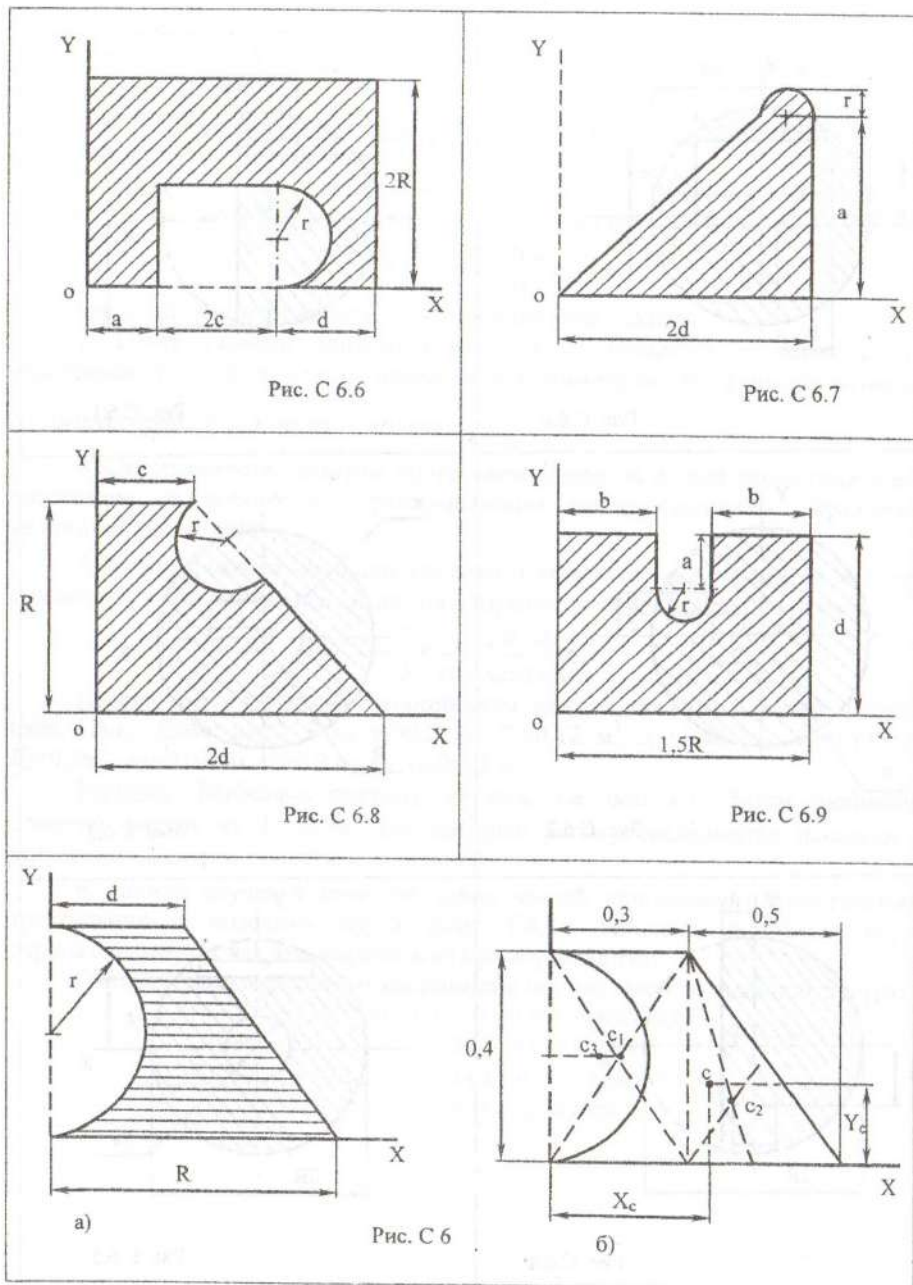


Рис. С 6.5



Укладачі:
 Кірнос Володимир Дмитрович
 Матисіна Наталія Валентинівна
 Ропай Валерій Андрійович
 Шуляк Ігор Андрійович

Методичні вказівки до виконання домашніх завдань з розділу "Статика"
 дисципліни "Теоретична механіка" для студентів заочної форми навчання

Редакційно-видавничий комплекс
 Редактор Ю.В. Рачковська

Підписано до друку 10.03.04. Формат 30x42/4.
 Папір Captain. Ризографія. Умовн. друк. арк. 1,6.
 Обліково-видавн. арк. 1,6. Тираж 200 прим. Зам. № 283.

НГУ
 49027, м. Дніпропетровськ-27, просп. К.Маркса, 19.