

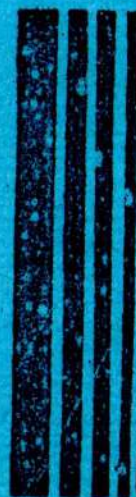
Бесплатно

Министерство высшего и среднего специального
образования СССР
Днепропетровский ордена Трудового Красного Знамени
горный институт им. Артема



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

К ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТНО-ПРОЕКТИРОВОЧНОГО
ЗАДАНИЯ "ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕМАТИКИ ЛЕСТ-
НОГО МЕХАНИЗМА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭВМ"
ПО ДИСЦИПЛИНЕ "ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА"
ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВСЕХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ



Днепропетровск ДГИ
1988

Министерство высшего и среднего специального
образования СССР
Днепропетровский ордена Трудового Красного Знамени
горный институт им. Артема

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

**К ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТНО-ПРОЕКТИРОВОЧНОГО
ЗАДАНИЯ "ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕМАТИКИ ЖЕСТКОГО
МЕХАНИЗМА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭВМ"
ПО ДИСЦИПЛИНЕ "ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА"
ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВСЕХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ**

(Кафедра строительной и
теоретической механики)

Днепропетровск ДГИ
1988

Составители: доц. В.П. Равишин
доц. Л.В. Колосов
доц. А.М. Долгов
ст.науч.сотр. А.Г. Червоненко

Рецензенты: доц. В.М. Львовский (ДМТИ),
проф.Б.В. Виноградов (ДПИ)

Утверждено на заседании кафедры (протокол №9 от 8 октября
1987 г.) и методической комиссии по специальности 0506
"Горные машины" (протокол №3 от 16 октября 1987г.)

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее методическое указание является руководством к выполнению расчетно-графических домашних заданий по теоретической механике с использованием ЭВМ для студентов всех специальностей по разделу "Кинематика", тема "Плоско-параллельное движение тела".

Основное внимание в работе уделено кинематическому анализу плоского механизма с одной степенью свободы, проводимому с использованием ЭВМ. Являясь преобразователями поступательного движения во вращательное и наоборот, плоские механизмы широко используются в машинах различных типов и назначений во многих областях техники.

Как правило, в дисциплине "Теоретическая механика" расчет плоского механизма выполняется для какого-либо одного фиксированного положения. При этом кинематические характеристики движения определяются лишь для заданного момента времени. Результаты расчетов, в данном случае, не позволяют производить полный анализ движения и судить, в частности, о том, каковы экстремальные свойства этих характеристик. Расчет механизма с применением ЭВМ позволяет делать такой анализ весьма просто.

В методических указаниях наряду с теорией кинематики плоского механизма приводится расчет одного варианта курсового задания для студентов.

ОПИСАНИЕ ЗАДАНИЯ

Рассматривается плоский механизм с одной степенью свободы и шарнирным соединением звеньев кинематической цепи. Варианты схем показаны на рисунках (см. прилож. 1). Таблица исходных данных для расчета вариантов домашних заданий приведена в прилож. 2. Вращение кривошипа с постоянной угловой скоростью $\omega_1 = 2\pi/\tau$, где τ - время оборота кривошипа.

Для индивидуальных заданий исходные данные выбираются по порядковому номеру N студента в студенческом журнале (приложения 1 и 2), при этом $\tau = 0,25 N$.

Требуется исследовать с помощью ЭВМ кинематические дифференциальные уравнения движения механизма, для чего:

- составить дифференциальные уравнения движения механизма, определяющие изменение во времени угловых скоростей и углов поворота звеньев, а также скорости точки C ;
- решить полученную систему уравнений в интервале времени τ ;
- построить графики $\varphi_i(t)$, $\omega_{2i}(t)$, $V_C(t)$;
- для момента времени $t_k = \tau/3$ определить с помощью графоанализа

тического метода угловые скорости звеньев и сравнить с результатом счета на ЭВМ.

Глава I. КИНЕМАТИКА ПЛОСКОГО МЕХАНИЗМА

1.1. Понятие плоскопараллельного (плоского) движения тела

Плоскопараллельным или плоским называется такое движение тела, при котором все его точки движутся в плоскостях, параллельных некоторой неподвижной плоскости.

Плоское движение имеет огромное распространение в технике. Подавляющее большинство встречающихся в практике механизмов являются плоскими, т.е. представляют собой сочленения твердых тел, совершающих плоское движение.

Такое, например, движение звеньев кривошипно-шатунного механизма (рис.1).

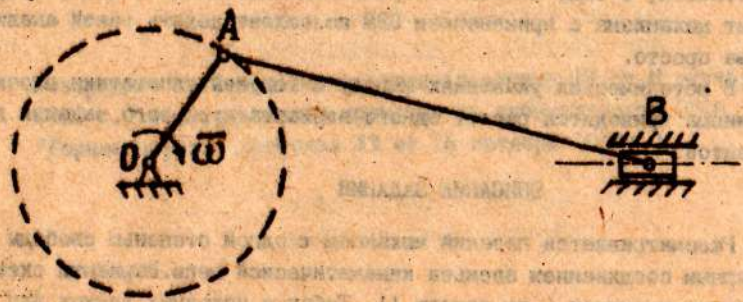


Рис.1. Схема кривошипно-шатунного механизма

Механизм состоит из кривошипа OA , ползуна B и шарнирно соединительного с ними шатуна AB . Все точки каждого из этих звеньев движутся параллельно некоторой неподвижной плоскости (плоскости чертежа на рис.1). Плоское движение кривошипа OA будет вместе с тем и вращательным движением вокруг неподвижной оси O . Плоское движение ползуна B будет одновременно и поступательным движением вдоль неподвижных направляющих (на рис.1 заштрихованы). Плоское же движение шатуна AB не будет ни вращательным (т.к. шатун не имеет неподвижных точек), ни поступательным (т.к. прямая AB не остается при движении шатуна параллельной своему начальному положению), т.е. движение шатуна AB будет плоскопараллельным (плоским).

1.2. Уравнения плоскопараллельного движения

Возьмем две системы осей в плоскости движения некоторой фигуры S : одну систему xOy - неподвижную, другую $x'O'y'$ неизменно связанную с движущейся фигурой (рис.2). Положение точки M фигуры в неподвижной плоскости будем определять вектор-радиусом \vec{r} , проведенным из начала O неподвижной системы отсчета; выбор рассматриваемой точки фигуры определяется указанием вектора \vec{r}' , проведенного из начала O' неподвижной системы отсчета.

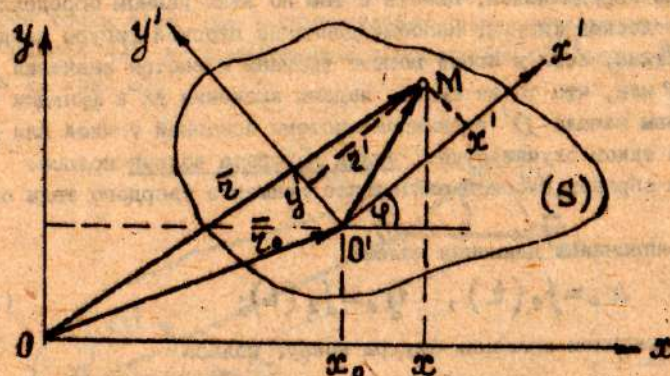


Рис.2. Расчетная схема к определению уравнений плоскопараллельного движения

Вектор-радиус начала O' относительно O обозначим через \vec{r}_0 . Проекции вектора \vec{r}_0 на оси Ox и Oy будут декартовы координаты x и y в неподвижной системе отсчета; при движении фигуры координаты x и y изменяются со временем; в противоположность этому проекции вектора \vec{r}' на подвижные оси, т.е. декартовы координаты x' и y' точки M в системе подвижных осей остаются постоянными, как расстояния точек твердой недеформируемой до проведенных на ней прямых.

Всякой точке фигуры соответствует определенная пара чисел, x' и y' . В частности, точке O' соответствует значения x' и y' , равные 0; значения координат x и y для этой точки обозначим через x_0 и y_0 (проекции вектора \vec{r}_0).

Чтобы определить положение подвижной системы отсчета относительно неподвижной, достаточно задать:

- положение O' , т.е. координаты x_0 и y_0 или, что то же самое, вектор-радиус \vec{r}_0 ;
- угол φ одной из подвижных осей с одной из неподвижных, например угол φ оси Ox с осью Ox' .

Последнее требует некоторого уточнения.

Условимся считать, что перпендикулярная к плоскости фигуры ось Oz направлена так, что оси xyz и $x'y'z'$ составляют правые системы. Это определит положительное направление отсчета угла φ : смотря с конца оси $z(z')$, наблюдатель должен видеть поворот оси Ox к оси Ox' происходящим против хода часовой стрелки. В изображенном на рис. 2 расположении осей ось Oz направлена к читателю.

Заданием трех величин x_0, y_0, φ положение системы подвижных осей вполне определяется. Вместе с тем по этим данным определяется и положение плоской фигуры. Поэтому движение плоской фигуры следует считать известным, если в любой момент времени известны значения величин x_0, y_0, φ или, что то же самое, заданы значения их в функции времени.

Назовем начало O' подвижной системы основной точкой или полосом; угол φ в таком случае будет углом поворота вокруг полюса.

Таким образом, плоскопараллельное движение твердого тела определяется:

а) уравнениями движения полюса

$$x_0 = f_1(t), \quad y_0 = f_2(t); \quad (1)$$

б) уравнением вращения фигуры вокруг полюса

$$\varphi = \varphi(t) \quad (2)$$

Чтобы получить уравнения движения любой точки плоской фигуры, спроектируем на неподвижные оси Ox и Oy очевидное геометрическое равенство (см. рис. 2).

$$\vec{z} = \vec{z}_0 + \vec{z}' \quad (3)$$

Получим

$$\left. \begin{aligned} x &= x_0 + x' \cos \varphi - y' \sin \varphi \\ y &= y_0 + x' \sin \varphi + y' \cos \varphi \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Здесь x_0, y_0, φ — заданные функции времени. Уравнения (4) представляют собой уравнения движения точки M или, что то же самое, параметрические уравнения ее траектории. Исключив из этих уравнений время, получим уравнение траектории движения точки M .

1.3. Поле скоростей точек плоской фигуры

Возьмем производную по времени от выражения (3)

$$\frac{d\vec{z}}{dt} = \frac{d\vec{z}_0}{dt} + \frac{d\vec{z}'}{dt} \quad (5)$$

Учитывая изложенное в 1.2, получим поле скорости точек в плоском движении

$$\vec{V}_M = \vec{V}_{O'} + \vec{V}_{MO'} \quad (6)$$

$$\vec{V}_{MO'} \perp \vec{MO'}, \quad \vec{V}_{MO'} = \vec{\omega} \times \vec{z}' \quad (7)$$

Из приведенного следует. В общем случае плоского движения тела скорость любой точки тела складывается из скорости, которую имели бы все точки тела при поступательном движении тела со скоростью $\vec{V}_{O'}$ полюса O' и вращательной скорости $(\vec{\omega} \times \vec{z}')$ точки M вокруг полюса O' (рис. 3).

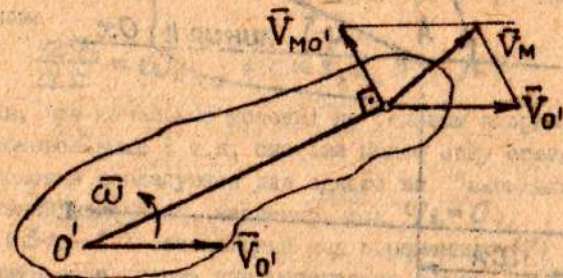


Рис. 3. Графический способ определения скорости точки плоской фигуры

Глава II. ПОДГОТОВКА К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭВМ

2.1. Указания и рекомендации к составлению кинематических уравнений движения

Обычно плоские механизмы представляют собой совокупность нескольких звеньев, т.е. твердых тел, соединенных между собой с помощью различного вида связей (цилиндрических шарниров, ползунов и т.п.) в единую кинематическую цепь.

В пределах каждого из звеньев механизма распределение скоростей точек звена задается с помощью векторного соотношения

$$\left. \begin{aligned} \vec{V}_B &= \vec{V}_A + \vec{V}_{BA} \\ \vec{V}_{BA} &= \vec{\omega}_z \times \vec{AB}, \quad \vec{V}_{BA} \perp \vec{AB}, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где \bar{V}_A и \bar{V}_B - скорости произвольных точек A и B звена (точка A звена в этом случае принята за полюс); $\bar{\omega}_z$ - угловая скорость вращения звена вокруг оси Oz (ось Oz перпендикулярна чертежу).

Если учесть, что в случае плоского (в плоскости xOy) движения справедливы соотношения (рис. 4), то из формулы (8) нетрудно получить проекции скорости любой точки тела (например точки B) на декартовы оси координат.

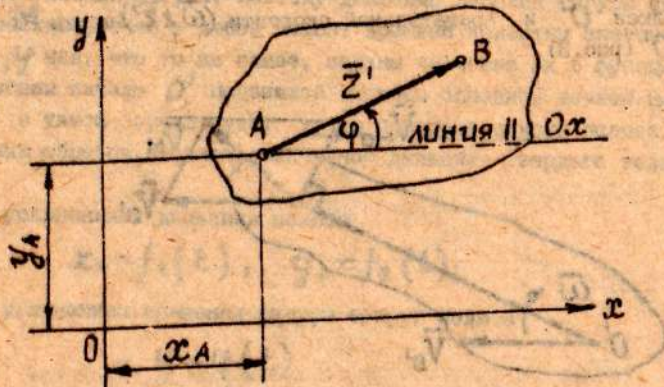


Рис. 4. Схема к определению проекций скорости точки

$$\left. \begin{aligned} V_{Bx} &= V_{Ax} - \omega_z z' \sin \varphi \\ V_{By} &= V_{Ay} + \omega_z z' \cos \varphi \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Для согласования скорости точек, принадлежащих разным звеньям механизма, нужно учесть соотношения между скоростями тел точек, в которых звенья соединяются в цепь (для цилиндрических шарниров - приравнять скорости этих точек).

При полном кинематическом анализе механизма, состоящего из n звеньев, целесообразно использовать следующий набор переменных ($i = 1, 2, 3, \dots, n$):

φ_i - углы поворотов звеньев; ω_{zi} - угловые скорости вращения звеньев относительно оси перпендикулярной плоскости перемещения (оси Oz); V_{ix} , V_{iy} - проекции на оси Ox и Oy скоростей, выбранных по

*) точка B характеризует собой любую произвольно выбранную точку тела.

одной на каждом звене точек (полюсов) механизма, в качестве которых обычно удобно брать точки соединения звеньев. Общее количество таких переменных - $4n$.

Ограничимся в дальнейшем рассмотрении механизмов с одной степенью свободы, т.е. таких механических систем, для которых задание закона изменения во времени одной переменной (угла поворота, угловой скорости или одной из компонент линейной скорости) однозначно определяет движение всех звеньев механизма. В этом случае указанная переменная задается как функция времени. Для остальных же $(4n-1)$ переменных необходимо найти дополнительные соотношения.

Часть (n) таких выражений составляют дифференциальные зависимости, связывающие углы поворота и угловые скорости, звеньев плоского механизма

$$\frac{d\varphi_i}{dt} = \omega_{zi}, \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n). \quad (10)$$

Заметим, что начальные условия по угловым координатам φ_i не являются произвольными (т.к. система имеет одну степень свободы). Начальные условия согласуются для одного из "выгодных" в этом отношении положений механизма, например, для $\varphi_i = 0$.

Оставшиеся $(3n-1)$ соотношений для переменных φ_i можно получить, если учесть кинематические связи, которые являются дополнительными условиями, накладываемыми на скорости в конечных и промежуточных точках кинематической цепи. В этом случае скорости точек таких связей в начальном и конечном положениях равны нулю (например, скорость точки P (мгновенного центра скоростей в проекциях на оси координат равна 0 и т.п.).

$$V_{Px} = 0 \quad \text{и} \quad V_{Py} = 0. \quad (11)$$

Приведенное выше позволяет исследователю получать систему дифференциальных уравнений (по 10) и систему алгебраических уравнений (по 11), совместное решение которых дает возможность производить полный кинематический анализ плоского механизма.

Решать данную задачу рекомендуется в такой последовательности:

- пронумеровать звенья механизма; отметить на каждом звене полюс;
- ввести углы поворота звеньев (рекомендуется углы вводить последовательно начиная с первого звена механизма и до последнего, причем за полюсы принимать точки, в которых звенья соединяются друг с другом, а сами углы поворота считать против

хода часовой стрелки от положительного направления оси Ox ;

- составить систему уравнений для определения углов поворота φ_i и угловых скоростей ω_{zi} ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) звеньев (рекомендуется вначале записать уравнения для определения угловых скоростей звеньев. Этими уравнениями являются уравнения внешних связей механизма; затем необходимо последовательно вычислить скорости точек соединения звеньев с помощью формул (8) и подставляя полученные соотношения в уравнения связей, образовать систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных угловых скоростей ω_{zi} . Далее необходимо подсчитать число неизвестных в уравнениях и само число уравнений (убедиться, что система уравнений замкнута);
- разрешить полученную систему уравнений относительно ω_{zi} (угловая скорость первого звена ω_{z1} , как правило, задается)

$$\omega_{zj} = f_j(\varphi_1, \dots, \varphi_q, \omega_{z1}, \dots, \omega_{zj-1}), \quad (j = 2, \dots, q) \quad (12)$$

(рекомендация: уравнения (12) позволяют определять значения ω_{zi} звеньев для фиксированного момента времени при заданных в этот момент значениях углов $\varphi_1, \dots, \varphi_q$. Изменение этих углов, а следовательно и ω_{zi} во времени определится, если дополнить систему (12) дифференциальными уравнениями (10) и соответствующим набором начальных условий $\varphi_1(0), \dots, \varphi_q(0)$ (данных задания);

- составить уравнения для определения искомых скоростей точек механизма, указанных в задании (рекомендуется выражения скоростей точек плоского механизма составлять последовательно от звена к звену применением формулы (8)). В результате эти скорости будут выражены через угол φ_j и угловые скорости ω_{zi} , а используя выражения (9), получаем модули проекций скоростей точек на оси координат):

$$V_{cy} = f(\varphi_1, \dots, \varphi_q, \omega_{z1}, \dots, \omega_{zq}); \quad (13)$$

- произвести необходимые предварительные числовые расчеты и составить программу для решения полученных уравнений на ЭВМ;
- для фиксированного (одного) положения механизма построить геометрическую картину распределения скоростей в его звеньях.

Вышеописанную последовательность решения задачи кинематического анализа плоского механизма для удобства решения и контроля действий можно представить блок-схемой, приведенной на рис. 5.

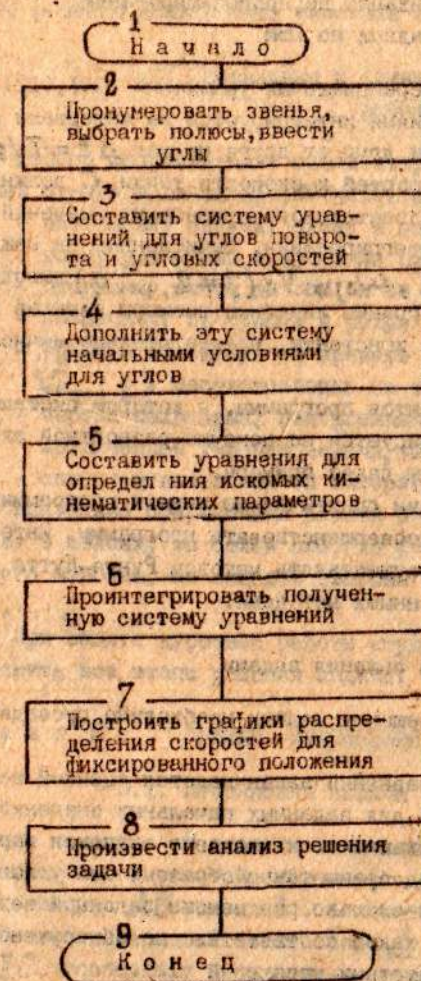


Рис. 5. Блок-схема алгоритма решения задачи "Кинематика плоского механизма"

2.2. Указания и рекомендации по программированию и решению задачи на ЭВМ

Нелинейная система дифференциальных уравнений (10), (12), (13) с заданными начальными условиями интегрируются на интервале времени T в 25 точках, отстоящих друг от друга на шаг $\Delta t = T/25$. Запись выражений угловых скоростей и скорости точки C должна обеспечивать возможность последовательного присвоения значений этим переменным на каждом шаге интегрирования. Вычисленные на каждом шаге Δt переменные $t, \varphi_j, \omega_j, V_C$ ($j=2, \dots, q$) выводятся на печать. Для упрощения программы линейные размеры звеньев механизма надо вводить как числовые константы, предварительно вычисленные до трех значащих цифр.

Один из возможных вариантов программы, в котором система уравнений (10), (12), (13) интегрируется по конечно-разностной схеме Эйлера, приведен в рассмотренном далее примере.

Примечание: Студентам, имеющим практические навыки программирования, рекомендуется усовершенствовать программу. Интегрирование, например, осуществлять методом Рунге-Кутты либо другими современными методами.

2.3. Контроль решения задачи

Контроль правильности решения задачи необходимо проводить на всех этапах ее решения.

Так, этап составления уравнений заканчивается оценкой величин правых частей уравнений (12) для заданных начальных значений углов.

Кинематические схемы механизмов и числовые значения параметров во всех вариантах заданий подобраны таким образом, что угловые скорости ω_j должны быть в несколько раз меньше заданной величины ω_2 . Если при проверке такое соответствие не обнаружено, то это указывает на ошибку в соответствии уравнений (12).

После решения задачи на ЭВМ проводится анализ таблицы результатов. Первая строка таблицы содержит найденные начальные значения угловых скоростей ω_j , скорость точки C и углов φ_j .

Последняя строка таблицы с некоторой незначительной погрешностью счета должна повторить первую.

Построенные по результатам счета графики не должны иметь разрывов. Последняя проверка производится на ЭВМ и графоаналитическим решением задачи для одного конкретного положения механизма. Результаты

этого решения должны быть близкими к результатам расчета на ЭВМ.

2.4. Оформление и защита расчетно-графической работы

Работа оформляется с одной стороны на отдельных листах белой писчей бумаги формата И1 (297x210) рукописью и должна включать:

- постановку задачи, схему и описание механизма;
- вывод уравнений с краткими пояснениями;
- программу счета на ЭВМ и ее блок-схему;
- распечатку программы и результаты счета;
- графики изменения во времени переменных $\varphi_j(t), \omega_j(t), V_C(t)$ соответственно на трех отдельных рисунках;
- чертеж механизма, построенный для момента времени t_k и геометрическое решение задачи, выполненное на этом чертеже;^{*)}
- список использованной литературы, составленной по ГОСТ 7.1-76.

Правильно оформленная работа подшивается (по левой стороне листа) в обложку из белой плотной бумаги формата И2 (420x297), сложенного пополам, на лицевой стороне которой выполняется титульный лист.

При защите курсовой работы студент должен понимать и уметь объяснить все этапы решения задачи.

Глава III. ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ

3.1. Постановка задачи

Условие задачи: В плоском механизме (рис. 6) кривошип OA , вращающийся с постоянной угловой скоростью ω_2 , приводит в движение при помощи шатуна AB колесо 3 . Колесо катится по горизонтальной прямой без скольжения. К точке обода D колеса шарнирно прикреплен шатун DC , сообщающий возвратно-поступательное движение ползуну C .

Требуется: а) составить кинематические дифференциальные уравнения движения механизма, определяющие изменение во времени угловых скоростей, углов поворота звеньев и скоростей точки C ;

*) Чертеж выполняется на отдельном листе плотной белой бумаги формата И1 в масштабе 1:20 (1:15) в соответствии с требованиями ЕСКД.

- б) решить полученную систему уравнений на ЭВМ;
 в) построить график зависимостей $\varphi_2(t), \varphi_3(t), \varphi_4(t), \omega_{z_2}(t), \omega_{z_3}(t), \omega_{z_4}(t), v_{cy}(t)$;
 г) для момента времени $t_k = 0,55$ с определить графоаналитическим методом угловые скорости звеньев и сравнить их с результатом счета на ЭВМ.

Таблица I

Исходные данные для расчета

$\omega_{z_1},$ (рад/с)	$l_1,$ (м)	$l_2,$ (м)	$l_3(R_3),$ (м)	$l_4(R_4),$ (м)	$\varphi_1(0),$ рад	$\varphi_2(0),$ рад	$\varphi_3(0),$ (рад)	$\varphi_4(0),$ (рад)	$\tau(c)$	$\Delta t(c)$
3,74	0,23	1,07	0,57	0,87	0	2,88	3,58	2,36	1,68	0,07

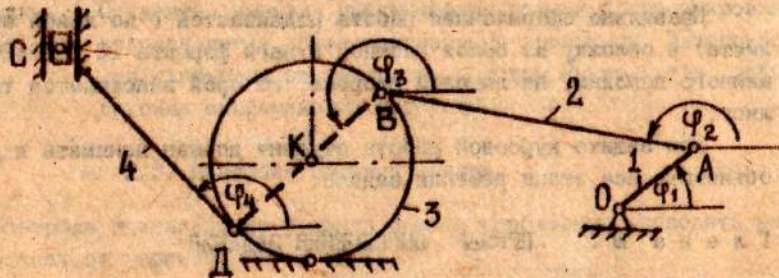


Рис.6. Кинематическая схема плоского механизма

3.2. Составление кинематических дифференциальных уравнений движения

Исследуемое устройство представляет собой плоский механизм с одной степенью свободы, состоящий из шарнирно соединенных четырех звеньев (кривошипа OA , шатунов AB и DC), колеса K , пронумерованных на рис.6 соответственно цифрами 1, 2, 4, 3. В качестве полюсов выбраны точки O, A, B, D . Углы поворотов звеньев механизма $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ отсчитываются от оси Ox против хода часовой стрелки.

Составим уравнения для определения трех неизвестных угловых скоростей $\omega_{z_2}, \omega_{z_3}, \omega_{z_4}$. Для этого воспользуемся тем, что на механизме наложены связи, а именно: горизонтальная плоскость, по которой перемещается колесо (точка P_3 - мгновенный центр скоростей этого звена) и направляющие ползуна C . Составим уравнение этих связей:

$$V_{P_{3x}} = 0, \quad V_{P_{3y}} = 0, \quad V_{Cx} = 0. \quad (13)$$

При вычислении скорости точки P_3 будем последовательно находить скорости точек в соответствии с графом $O \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow K \rightarrow P_3$. Стрелкой обозначается переход от точки, принимаемый за полюс (здесь в качестве полюса удобно выбрать также точку K , центр колеса), к точке, скорость которой вычисляется. Индекс над стрелкой соответствует номеру звена.

Учитывая, что скорость точки O равна 0 и последовательно применяя соотношение (8) при движении по указанному графу, получаем

$$\vec{V}_A = \vec{V}_O + \vec{\omega}_{z_1} \times \vec{OA}, \quad \vec{V}_A = \vec{\omega}_{z_1} \times \vec{OA} \quad (\text{т.к. } \vec{V}_O = 0);$$

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{\omega}_{z_2} \times \vec{AB} = \vec{\omega}_{z_1} \times \vec{OA} + \vec{\omega}_{z_2} \times \vec{AB};$$

$$\vec{V}_K = \vec{V}_B + \vec{\omega}_{z_3} \times \vec{BK} = \vec{\omega}_{z_1} \times \vec{OA} + \vec{\omega}_{z_2} \times \vec{AB} + \vec{\omega}_{z_3} \times \vec{BK};$$

$$\vec{V}_{P_3} = \vec{V}_K + \vec{\omega}_{z_3} \times \vec{KP}_3 = \vec{\omega}_{z_1} \times \vec{OA} + \vec{\omega}_{z_2} \times \vec{AB} + \vec{\omega}_{z_3} \times \vec{BK} + \vec{\omega}_{z_3} \times \vec{KP}_3.$$

Спроектировав обе части последнего векторного равенства на координатные оси, будем иметь

$$\left. \begin{aligned} V_{P_{3x}} &= \omega_{z_1} l_1 \sin \varphi_1 - \omega_{z_2} l_2 \sin \varphi_2 - \omega_{z_3} R_3 \sin \varphi_3 - \omega_{z_3} R_3 \sin \frac{3\varphi_1}{2} \\ V_{P_{3y}} &= \omega_{z_1} l_1 \cos \varphi_1 + \omega_{z_2} l_2 \cos \varphi_2 + \omega_{z_3} R_3 \cos \varphi_3 + \omega_{z_3} R_3 \cos \frac{3\varphi_1}{2} \end{aligned} \right\} (14)$$

Вычисление скорости точки C производится в соответствии с графом $P_3 \rightarrow K \rightarrow D \rightarrow C$. Учитывая, что скорость точки P_3 равна нулю, получим

$$\begin{aligned} \vec{V}_K &= \vec{V}_{P_3} + \vec{\omega}_{z_3} \times \vec{KP}_3, & \vec{V}_K &= \vec{\omega}_{z_3} \times \vec{KP}_3; \\ \vec{V}_D &= \vec{V}_K + \vec{\omega}_{z_3} \times \vec{KD} = \vec{\omega}_{z_3} \times \vec{KP}_3 + \vec{\omega}_{z_3} \times \vec{KD}; \\ \vec{V}_C &= \vec{V}_D + \vec{\omega}_{z_4} \times \vec{CD} = \vec{\omega}_{z_3} \times \vec{KP}_3 + \vec{\omega}_{z_3} \times \vec{KD} + \vec{\omega}_{z_4} \times \vec{CD}, \end{aligned}$$

откуда следует

$$V_{C_x} = -\omega_{z_3} \cdot R_3 \cdot \sin \frac{\pi}{2} - \omega_{z_3} \cdot R_3 \sin \varphi_3 - \omega_{z_4} \cdot l_4 \cdot \sin \varphi_4; \quad (15)$$

$$V_{C_y} = \omega_{z_3} R_3 \cos \frac{\pi}{2} + \omega_{z_3} R_3 \cos \varphi_3 + \omega_{z_4} \cdot l_4 \cos \varphi_4. \quad (16)$$

Приравняв к нулю правые части соотношений (14) и (15), получаем систему алгебраических уравнений для определения

$$\left. \begin{aligned} -\omega_{z_1} l_1 \sin \varphi_1 - \omega_{z_2} l_2 \sin \varphi_2 + \omega_{z_3} R_3 (1 - \sin \varphi_3) &= 0, \\ \omega_{z_1} R_1 \cos \varphi_1 + \omega_{z_2} l_2 \cos \varphi_2 + \omega_{z_3} R_3 \cos \varphi_3 &= 0, \\ -\omega_{z_3} R_3 (1 + \sin \varphi_3) - \omega_{z_4} l_4 \sin \varphi_4 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Разрешив систему уравнений (17) относительно неизвестных угловых скоростей и подставив числовые значения l_1, l_2, l_3, l_4 и ω_{z_1} , получим

$$\left. \begin{aligned} \omega_{z_2} &= -\frac{0,804 [\cos \varphi_1 + \sin(\varphi_1 - \varphi_3)]}{\cos \varphi_2 + \sin(\varphi_2 - \varphi_3)}, \\ \omega_{z_3} &= -\frac{3,02 \cos \varphi_1 + 3,75 \omega_{z_2} \cos \varphi_2}{\cos \varphi_3}, \\ \omega_{z_4} &= -\frac{0,328 \omega_{z_3} (1 + \sin \varphi_3)}{\sin \varphi_4} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Дополним соотношения (18) уравнениями

$$\omega_{z_1} = \frac{d\varphi_1}{dt}, \quad \omega_{z_2} = \frac{d\varphi_2}{dt}, \quad \omega_{z_3} = \frac{d\varphi_3}{dt}, \quad \omega_{z_4} = \frac{d\varphi_4}{dt}. \quad (19)$$

Проекцию скорости ползуна на направление его движения найдем из формулы

$$V_{C_y} = 0,285 \omega_{z_3} \cos \varphi_3 + 0,87 \omega_{z_4} \cos \varphi_4. \quad (20)$$

Для контроля правильности проделанных преобразований вычислим по уравнениям (17) угловые скорости $\omega_{z_2}, \omega_{z_3}, \omega_{z_4}$ в начальном положении механизма

$$\omega_{z_2} = 0,711 \text{ рад/с}, \quad \omega_{z_3} = 0,49 \text{ рад/с}, \quad \omega_{z_4} = -0,131 \text{ рад/с}.$$

Эти величины составляют 0,1 + 0,2 от величины ω_{z_1} , что соответствует оговоренным условиям.

3.3. Решение задачи на ЭВМ

Сгруппировав выражения (18) и (20), получим систему нелинейных дифференциальных уравнений с заданными начальными условиями движения.

$$\omega_{z_2} = -\frac{0,804 [\cos \varphi_1 + \sin(\varphi_1 - \varphi_3)]}{\cos \varphi_2 + \sin(\varphi_2 - \varphi_3)};$$

$$\omega_{z_3} = -\frac{3,02 \cos \varphi_1 + 3,75 \omega_{z_2} \cos \varphi_2}{\cos \varphi_3};$$

$$\omega_{z_4} = \frac{0,328 \omega_{z_3} (1 + \sin \varphi_3)}{\sin \varphi_4}; \quad (21)$$

$$\omega_{z_1} = \frac{d\varphi_1}{dt};$$

$$\omega_{z_2} = \frac{d\varphi_2}{dt};$$

$$\omega_{z_3} = \frac{d\varphi_3}{dt};$$

$$\omega_{z_4} = \frac{d\varphi_4}{dt};$$

$$V_{C_y} = 0,285 \omega_{z_3} \cos \varphi_3 + 0,87 \omega_{z_4} \cos \varphi_4.$$

Вычисления системы (21) будем производить на ЭВМ ЕС-35, для чего составим блок-схему FORTRAN (рис. 7).

Процедуру интегрирования дифференциальных уравнений (19) осуществим с помощью конечно-разностной схемы Эйлера, которая заключается в замене дифференциалов конечными разностями (можно способом Рунге-Кутты)

$$\frac{d\varphi_i}{dt} = \frac{\Delta \varphi_i}{\Delta t},$$

где $\Delta \varphi_i = \varphi_i^{(k+1)} - \varphi_i^{(k)}$, а $\varphi_i^{(k)}$ и $\varphi_i^{(k+1)}$ - значения угла φ_i в начале и конце k -того шага интегрирования и имеет вид

$$\varphi_i^{(k+1)} = \varphi_i^{(k)} + \omega_{z_i}^{(k)} \Delta t, \quad (i=1,2,3,4) \quad (22)$$

Здесь $\omega_{z_i}^{(k)}$ - величина угловой скорости в начале k -ого шага.

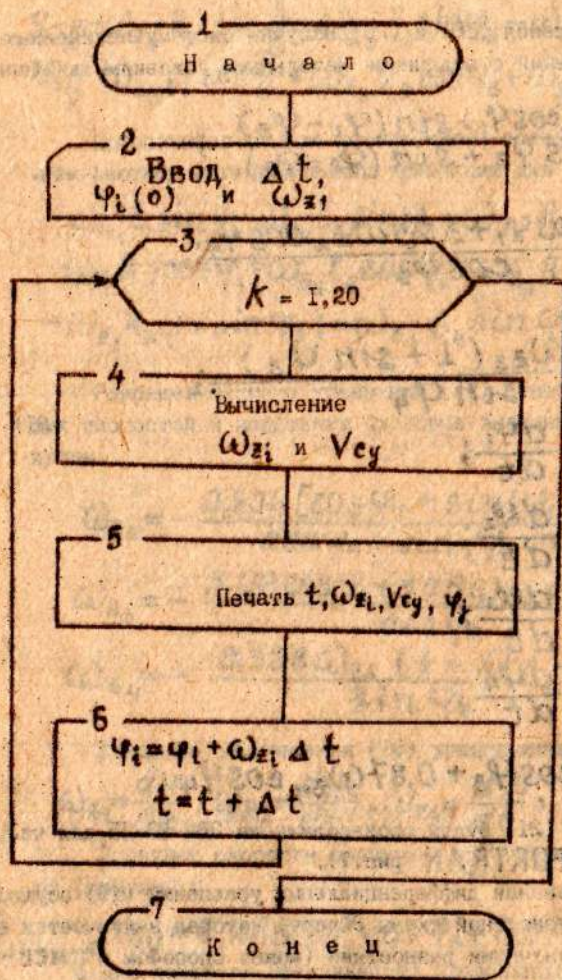


Рис. 7. Блок-схема FORTRAN-программы решения задачи

Печать результатов счета ($\varphi_i, \omega_{zi}, V_{cy}$) осуществляется на каждом шаге с помощью оператора **WRITE**.

Обозначим переменные для **FORTRAN** -программы

Переменная	t	Δt	φ ₁	φ ₂	φ ₃	φ ₄	ω _{z1}	ω _{z2}	ω _{z3}	ω _{z4}	V _{cy}
Обозначение	FORTRAN T	DT	F11	F12	F13	F14	OM1	OM2	OM3	OM4	VC

По результатам решения (см. прилож. 3, рис. 8) построены графики зависимостей $\varphi_2(t), \varphi_3(t), \varphi_4(t), \omega_{z2}(t), \omega_{z3}(t), \omega_{z4}(t), V_{cy}(t)$.

3.4. Проверка решения и анализ результатов

Прежде всего отметим, что графики рис. 8 (прилож. 3) не имеют разрывов, а значения переменных при $t_0=0$ и $t=t_k$ с удовлетворительной точностью совпадают, что соответствует периодическому характеру движения звеньев механизма при равномерном вращении ведущего звена - кривошипа **OA**.

Произведем графоаналитическую проверку. Возьмем из таблицы расчетов (см. прилож. 2) значение углов поворота звеньев, соответствующих моменту времени $t_k=0,56$ с (в прилож. 3 - пунктирная линия).

$$\varphi_1 = 3,74 \cdot 0,56 = 2,09 \text{ рад} = 120^\circ; \quad \varphi_2 = 2,97 \text{ рад} \approx 170^\circ;$$

$$\varphi_3 = 4,30 \text{ рад} \approx 246^\circ; \quad \varphi_4 = 2,25 \text{ рад} \approx 129^\circ.$$

Это положение механизма изобразим на рис. 9 (прилож. 4) в масштабе 1:15.

Построим мгновенные центры скоростей P_1, P_2, P_3 соответствующих звеньев. Построим векторы скоростей точек **A, B, D, C**, укажем дугами направления вращения звеньев, вычислим их угловые скорости и скорость точки **C**.

$$\omega_{z2} = \frac{V_A}{AP_2} = \frac{\omega_{z1} \cdot OA}{AP_2} = \frac{3,74 \cdot 0,23}{1,59} = 0,54 \text{ (рад/с)},$$

$$\omega_{z3} = \frac{V_B}{BP_3} = \frac{\omega_{z2} \cdot BP_2}{BP_3} = \frac{0,54 \cdot 1,23}{0,54} = 1,23 (\text{рад/с});$$

$$\omega_{z4} = \frac{V_B}{BP_4} = \frac{\omega_{z2} \cdot AP_2}{BP_4} = \frac{1,23 \cdot 0,105}{3,75} = 0,044 (\text{рад/с});$$

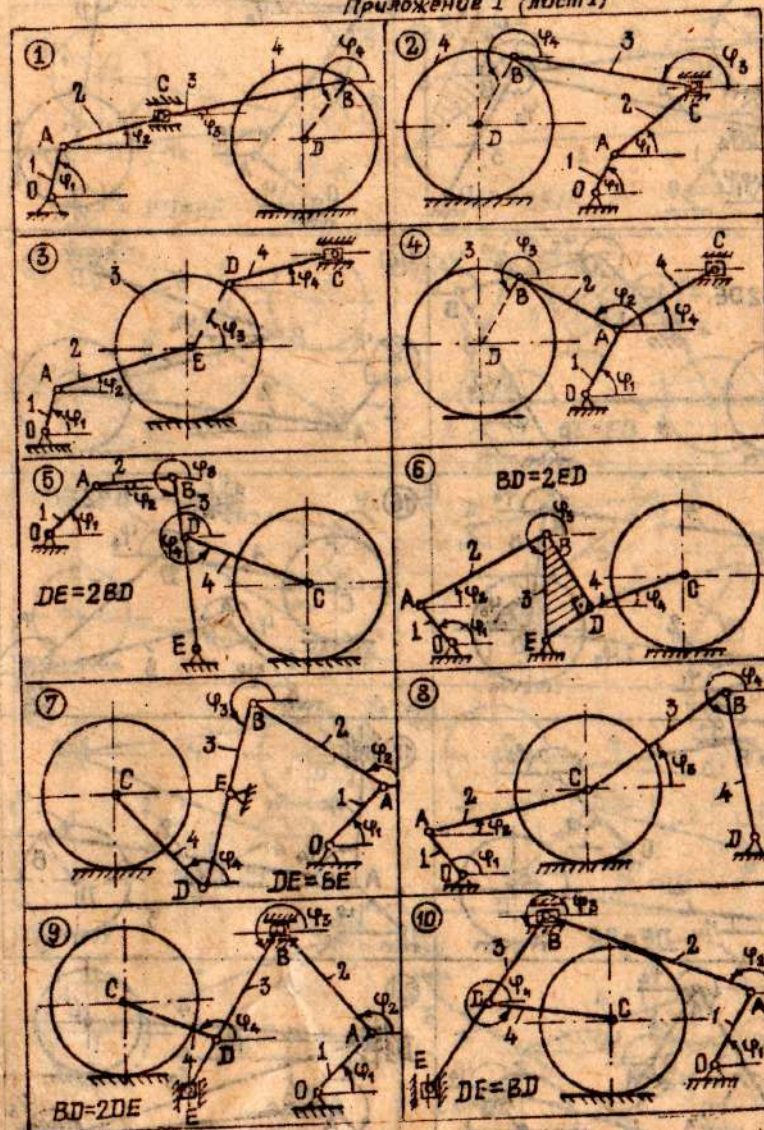
$$V_{cy} = \omega_{z4} \cdot CP_4 = 0,044 \cdot 2,72 = 0,12 (\text{м/с}).$$

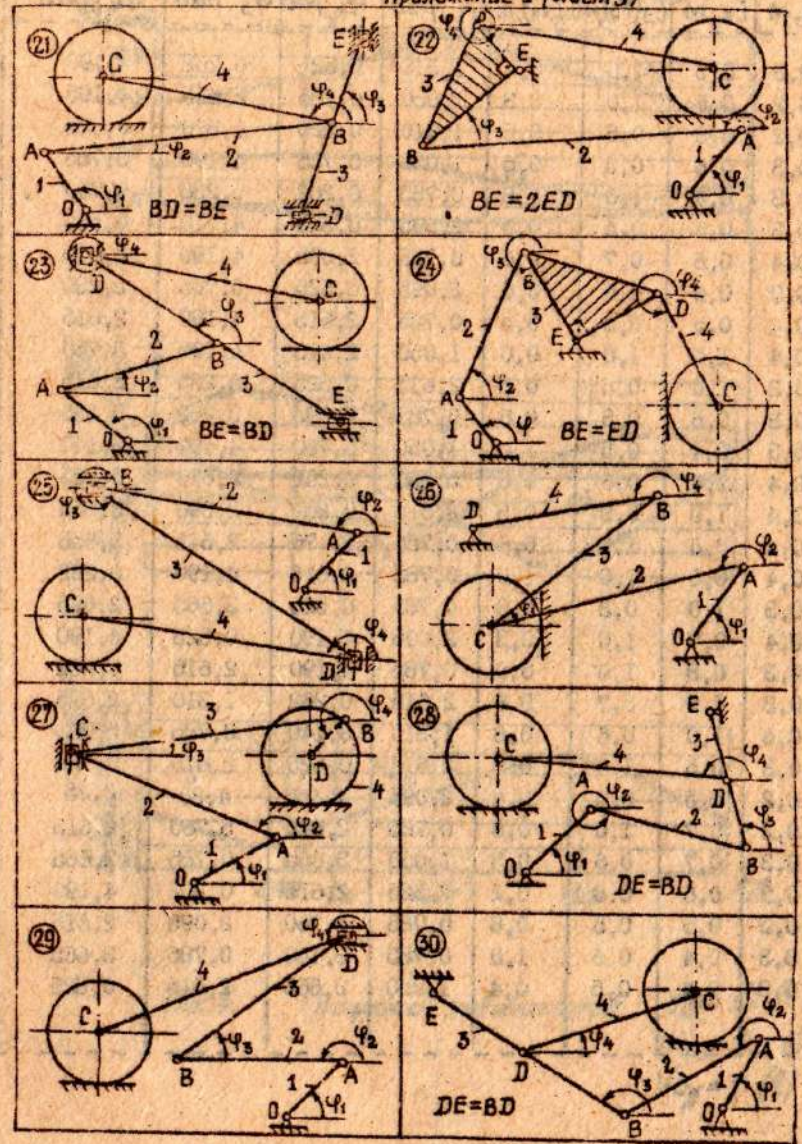
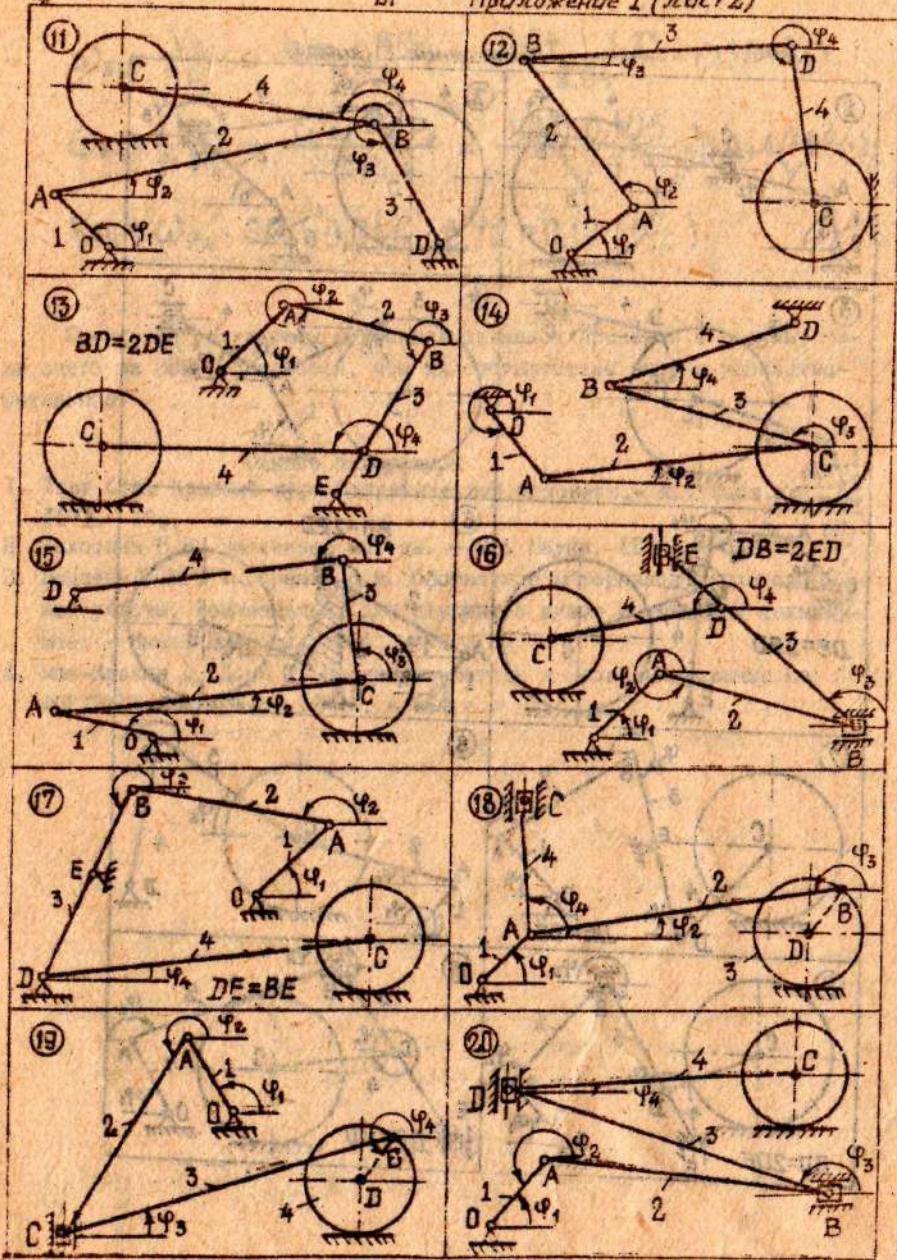
Сравнивая результаты графоаналитической проверки с результатами счета на ЭВМ, убеждаемся, что их соответствие вполне удовлетворительное.

Список литературы

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. - М.: Высш.шк., 1976. - 190 с.
2. Калиткин Н.Н. Численные методы. - М.: Наука, 1978. - 512 с.
3. Болотин Г.М., Токаренко В.М. Оформление материалов самостоятельной работы. Рекомендации для студентов вузов и учащихся техникумов. - Киев: Вища шк., 1984. - 72 с.
4. Мак-Кракен Д., Дорп У. Численные методы и программирование на ФОРТРАНЕ. - М.: Мир, 1977. - 584 с.

Приложение I (лист 1)





Вар	$l_{1, м}$	$l_{2, м}$	$l_3(R_3), м$	$l_4(R_4), м$	$\varphi_1, рад$	$\varphi_2, рад$	$\varphi_3, рад$	$\varphi_4, рад$
1	0,3	0,5	1,0	0,4	1,310	0,525	0,262	4,190
2	0,2	0,5	1,0	0,3	1,050	0,785	2,615	4,190
3	0,2	0,6	0,5	0,5	1,310	0,525	1,310	0,525
4	0,3	0,6	0,5	0,6	1,050	0,785	4,190	0,785
5	0,3	0,4	1,0	0,8	0,785	0,262	5,238	5,760
6	0,3	0,5	0,4	0,4	2,095	0,525	4,710	0,525
7	0,4	0,6	0,7	0,6	0,785	2,095	4,190	2,615
8	0,3	0,6	0,6	0,6	2,095	0,525	0,785	5,235
9	0,4	0,5	0,8	0,5	0,785	2,615	4,190	2,615
10	0,4	1,0	1,0	0,0	1,050	2,615	4,190	5,760
11	0,3	1,0	0,5	0,8	2,615	0,525	5,235	2,615
12	0,3	0,6	0,8	0,6	0,785	2,095	0,262	5,235
13	0,3	0,4	0,5	1,0	1,050	5,760	4,190	3,140
14	0,4	1,0	0,6	0,6	5,235	0,262	2,615	0,525
15	0,4	1,0	0,5	0,8	2,615	0,262	2,095	3,665
16	0,4	0,6	1,0	0,6	0,785	5,76	2,615	3,665
17	0,4	0,6	1,0	1,0	0,783	2,615	4,190	0,262
18	0,3	1,0	0,3	0,3	0,785	0,525	3,665	2,095
19	0,4	0,7	1,0	0,3	2,095	4,190	0,525	4,190
20	0,3	0,8	1,0	0,8	0,785	4,190	2,615	0,262
21	0,3	1,0	0,7	0,8	2,615	0,262	1,310	2,615
22	0,3	1,0	0,6	0,8	1,310	3,140	0,785	5,760
23	0,3	0,5	1,0	0,8	2,615	0,525	2,615	5,760
24	0,2	0,5	0,6	0,4	2,095	2,97	4,30	2,25
25	0,2	0,7	1,0	0,8	0,785	2,615	5,760	2,615
26	0,3	0,7	0,6	0,5	1,050	3,665	0,785	3,665
27	0,3	0,6	0,8	0,2	0,525	2,615	0,262	4,190
28	0,3	0,5	0,5	0,8	0,785	5,760	2,095	2,615
29	0,3	0,4	0,6	1,0	0,783	3,140	0,785	3,665
30	0,3	0,4	0,5	0,4	1,050	3,665	2,615	0,525

Приложение 3

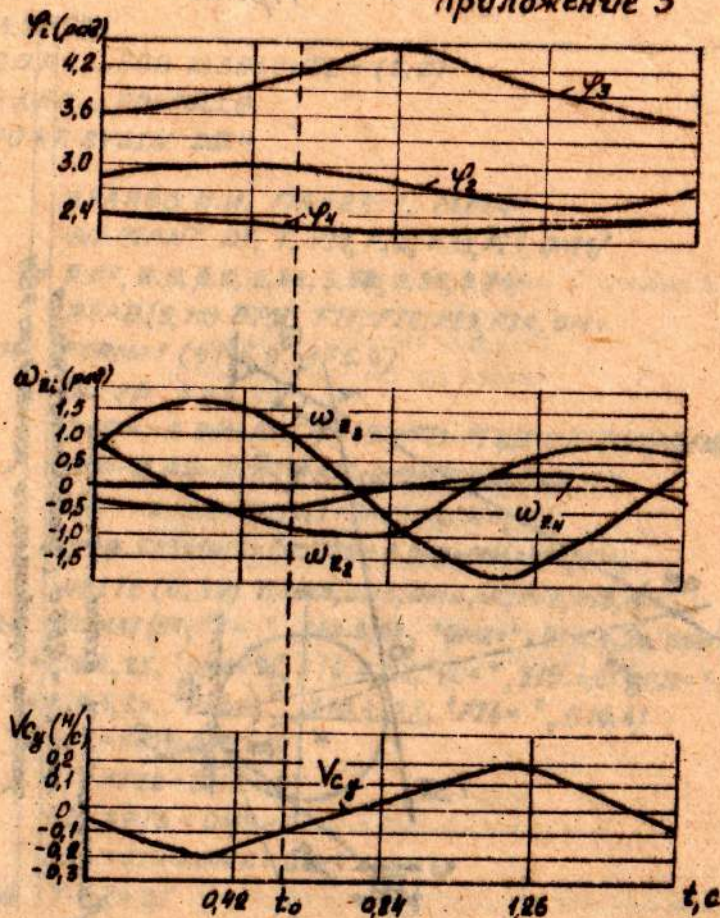


Рис. 8. Графики зависимостей $\varphi_{Ri} = f_i(t)$
 $\omega_{Ri} = f_i(t)$
 $V_{cy} = f(t)$

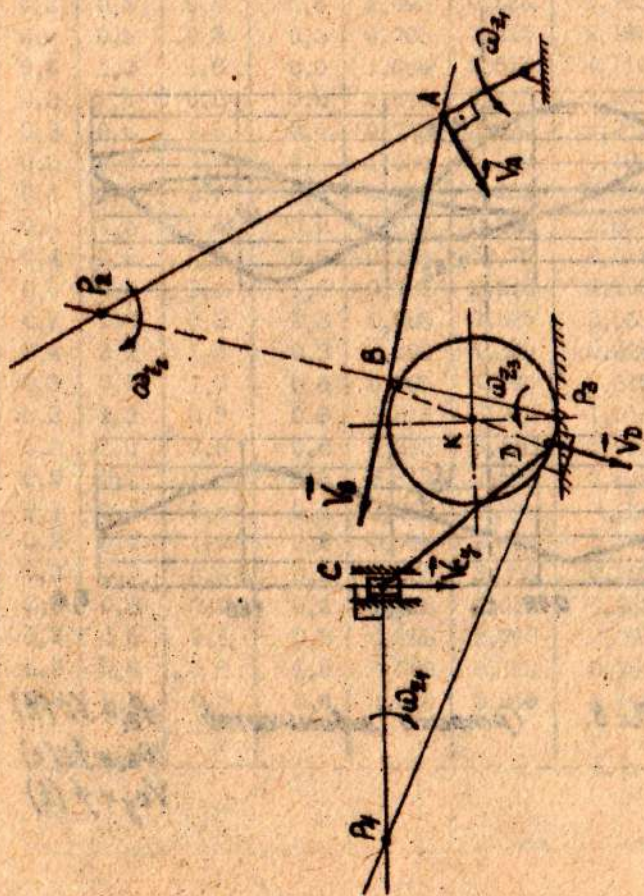


Рис. 9 Кинематическая схема механизма при $t_k = 0.56$ с (графоаналитическая проверка правильности расчета на ЭМ)

```

1 2 3 4 5 6 7 8 9
// DOMZ L JOB MSGLEVEL = (2,0)
// EXEC L FORT6CLG
// FORT.SYSIN DD*

C   ИВАНОВ И.И. ГМ-88-1, ММФ
    WARIANT DT, T, FI1, FI2, FI3, FI4, OM1/
    * 0.07, 0.0, 0.0, 2.88, 3.50, 2.36, 3.74/
    READ(5,10) DT, T, FI1, FI2, FI3, FI4, OM1
10  FORMAT(4F5.3, 3F5.4)
    DO 20 K=1,25
    OM2 = -0.804*(COS(FI1)+SIN(FI1-FI3))/(COS(FI2)+SIN(FI2-FI3))
    OM3 = -(3.02*cos(FI1)+3.75*OM2+cos(FI2))/COS(FI3)
    OM4 = -0.328*OM3*(1+SIN(FI3))/SIN(FI4)
    VC = 0.285*OM3*cos(FI3)+0.870*OM4*cos(FI4)
    WRITE(6,30) T, OM2, OM3, OM4, VC, FI2, FI3, FI4
30  FORMAT(3X, 'T = ', E10.3, 2X, 'OM2 = ', E10.4, 2X, 'OM3 = ',
    * E10.4, 2X, 'OM4 = ', E10.4, 2X, 'VC = ', E10.4, 2X, 'FI2 = ',
    * E10.4, 2X, 'FI3 = ', E10.4/2X, 'FI4 = ', E10.4)
    FI1 = FI1 + OM1*DT
    FI2 = FI2 + OM2*DT
    FI3 = FI3 + OM3*DT
    FI4 = FI4 + OM4*DT
20  T = T + DT
    STOP
    END

/* GO.SYSIN DD*
    
```


Составители: Василий Петрович Равишин
Леонид Викторович Колосов
Александр Михайлович Долгов
Альфред Григорьевич Червоненко

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

К ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТНО-ПРОЕКТИРОВОЧНОГО
ЗАДАНИЯ "ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕМАТИКИ ЖЕСТ-
КОГО МЕХАНИЗМА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭВМ "
ПО ДИСЦИПЛИНЕ "ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА"
ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВСЕХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

Ответств. за выпуск Э.В.Нерсисян
Редактор С.С.Графская
Редакционно-издательский отдел

Подписано в печать 14.01.88. Формат 60x84/16.

Бум. тип. № 3. Офс. печ. Усл. печ. 1,5.

Уч. - изд. л. 1,5. Тираж 200 экз. Заказ 47. Бесплатно.

Ротапринт ДГУ им. Артема
320600, г. Днепрпетровск, пр.К.Маркса, 19.