Бесплатно

Министерство высшего и среднего специального образования УССР
Днепропетровский ордена Трудового Красного Знамени горный институт им. Артема

Онищенко

ДГИ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИЗУЧЕНИЮ РАЗДЕЛА "СТАТИКА" КУРСА ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ГОРНО-МЕХАНИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ СПЕЦИАЛЬНОСТИ 0506

Днепропетровск ДГИ
1985

Министерство высшего и среднего специального
образования УССР

Днепропетровский ордена Трудового Красного Знамени
горный институт им. Артема

Онищенко

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

ПО ИЗУЧЕНИЮ РАЗДЕЛА "СТАТИКА" КУРСА ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ГОРНО-МЕХАНИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ СПЕЦИАЛЬНОСТИ 0506

(Кафедра теоретической и строительной механики)

Днепропетровск ДГИ
1986

УДК 531 I/2 (0,75.8)

Методические указания по изучению раздела "Статика" курса теоретической механики для студентов горно-механического профиля специальности 0506 /Сост.: В.И.Онищенко, Л.В. Колосов, К.С. Заболотный, С.Е. Блохин.-Днепропетровск: ДГИ, 1985.- 31 с.

В методических указаниях изложены основы статики твёрдого тела применительно к специальностям горно-механического профиля. Освещены вопросы приведения и условия равновесия различных систем, сил трения, скольжения и качения, трения нити о цилиндрическую поверхность, определения центра тяжести тела.

Составители: В.И. Онищенко, Л.В.Колосов, К.С. Заболотный, С.Е. Блохин

Рецензенты: доц. Б.В. Виноградов (ДГИ)
доц. И.Ф. Иванченко (ДМетИ)

Утверждено на заседании кафедры (протокол №I от 31 января 1985 г.) и методической комиссии по специальности 0506 (протокол № 3 от 19 декабря 1984 г.)

I. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Одним из видов движения материи, выражающимся в изменении с течением времени взаимных положений тел или частей тела, является механическое движение. Целый комплекс дисциплин, изучающих механическое движение и механическое взаимодействие различных материальных тел, объединяют под общим названием механика.

Теоретическая механика (общая механика) представляет собой часть этой науки, которая изучает наиболее общие законы механического движения и механического взаимодействия любых тел. Теоретическая механика является научной основой многих теоретических дисциплин.

Основным методом познания объективного мира является метод диалектического материализма. Этот метод применяется в полной мере и в теоретической механике.

При изучении механического движения и механического взаимодействия теоретическая механика, как и другие науки, широко использует метод абстракций, который заключается в том, что тела заменяют их моделями (абстракциями), лишенными несущественных особенностей. Теоретическая механика использует следующие модели.

Материальная точка – это тело, размерами которого в данной задаче можно пренебречь.

Материальная система – это совокупность материальных точек, положение и движение которых взаимосвязаны.

Абсолютно твёрдое тело – это тело, расстояние между любыми двумя точками которого не изменяется со временем.

Курс теоретической механики состоит из трёх частей: статика, кинематика и динамика. Первая часть этого курса изложена в настоящих методических указаниях.

Статикой – называется раздел теоретической механики, в котором излагается общее учение о силах и изучаются условия равновесия материальных тел, находящихся под действием сил.

Под силой в механике понимают количественную меру механического взаимодействия материальных тел. Это действие одного тела на другое, выражающееся в виде давления, притяжения или отталкивания. Каждая сила характеризуется величиной, направлением в пространстве и точкой приложения, т.е. сила – это векторная величина.

2. ВВЕДЕНИЕ В СТАТИКУ

2.I. Основные определения

I. Совокупность сил, действующих на тело или материальную точку называется <u>системой сил</u>.

2. Материальная точка или тело находятся в <u>равновесии</u>, если они находятся в покое относительно условно неподвижной системы.

3. Система материальных точек находится в равновесии, если в равновесии находятся все материальные точки системы.

4. <u>Уравновешенная система сил</u> – система сил, оставляющая в равновесии материальную точку или тело. Отсюда следует, что, не нарушая равновесия материальной точки или тела, к ним можно приложить уравновешенную систему сил (следствие I).

5. Две системы сил называются <u>эквивалентными</u>, если они оказывают одинаковое действие на материальную точку или тело.

6. <u>Равнодействующей</u> системы сил, действующих на материальную точку, называется сила, эквивалентная данной системе сил.

2.2. Аксиомы статики

<u>Аксиома об абсолютно твёрдом теле</u>

Абсолютно твёрдое тело находится в равновесии под действием двух сил, если эти силы равны по величине, противоположны по направлению и действуют по одной прямой. Отсюда следует теорема.

<u>Теорема</u>. Не нарушая состояния твердого тела, силу к нему приложенную, можно переносить вдоль линии её действия (сила, приложенная к твёрдому телу, есть скользящий вектор).

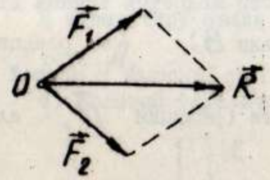
В точке A тела приложена сила $\vec{F}$. Нужно доказать, что её можно перенести в точку B, не нарушая состояния тела.

<u>Доказательство</u>:

I) Приложим в точке B (на основании следствия I) уравновешенную систему сил ($\vec{F}$, $-\vec{F}$).

2) Сила $-\vec{F}$, приложенная в точке B, и сила $\vec{F}$, приложенная в точке A, образуют уравновешенную систему сил, которую можно отбросить. В результате остаётся сила $\vec{F}$, приложенная к телу в точке B.

<u>Аксиома о параллелограмме сил</u>



Не нарушая состояния твёрдого тела, две силы, приложенные к точке этого тела, можно заменить одной силой (их равнодействующей), которая по величине и направлению равна диагонали параллелограмма, построенного на этих силах. Равнодействующая этих сил $\vec{R}$ является их геометрической суммой, т.е.

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 .$$

Отсюда также следует, что <u>силу можно разложить на две составляющие по двум заданным направлениям</u>.

<u>Аксиома о затвердевании</u>

Не нарушая равновесия деформируемого тела, его можно рассматривать как абсолютно твёрдое.

2.3. Связи и их реакции

Тела в механике в зависимости от условий их движения разделяются на свободные и несвободные.

<u>Свободным</u> называется тело, движение которого ничем не ограничивается.

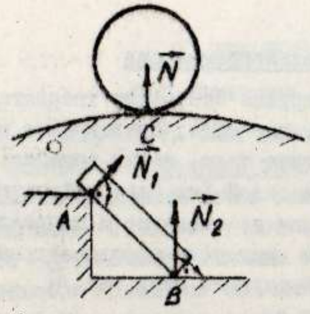
<u>Несвободным</u> называется тело, если оно может перемещаться лишь в определённых направлениях или не может перемещаться совсем.

<u>Связями</u> называются материальные тела, препятствующие перемещению несвободных тел.

<u>Реакциями связей</u> называются силы, с которыми связи действуют на несвободные тела. Направление реакций связей противоположно тому направлению, по которому связь препятствует двигаться данному телу.

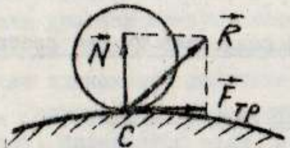
<u>Примеры связей</u>

I) <u>Гладкая поверхность</u> – поверхность, трением о которую данного тела можно пренебречь. Реакция $\vec{N}$ гладкой поверхности направлена по общей нормали к поверхности соприкасающихся тел в точке их касания (точка C) и приложена в этой точке.

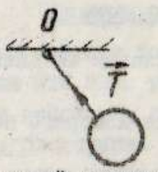


Если одна из соприкасающихся поверхностей является точкой (точка A или B), то реакция направлена по нормали к другой поверхности (реакция $\vec{N}_1$ или $\vec{N}_2$).

2) Шероховатая поверхность – поверхность, трением о которую данного тела нельзя пренебречь. Направление реакции такой связи $\vec{R}$ неизвестно. При решении задач реакцию $\vec{R}$ раскладывают на две составляющие: нормальную реакцию $\vec{N}$ и силу трения $\vec{F}_{тр}$.

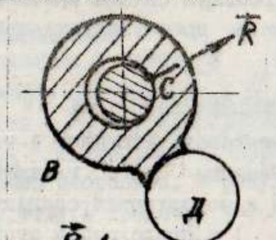


3) Идеальная нить – гибкая, тонкая, невесомая, нерастяжимая нить (трос, веревка, цепь, и т.д.) Реакция такой связи $\vec{T}$ направлена вдоль нити к точке подвеса (точка O). Нить всегда растянута.



4) Идеальный стержень – тонкий, невесомый, абсолютно твердый стержень, шарнирно закреплённый с обоих концов. Реакция стержня $\vec{S}$ направлена вдоль стержня.

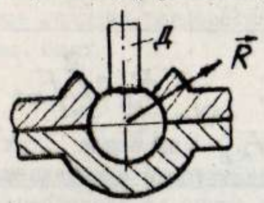
5) Цилиндрический шарнир – совокупность неподвижного валика A и надетой на него втулки B, соединённой с твёрдым телом Д, которая может поворачиваться вокруг оси валика. В точке соприкосновения C втулки с валиком возникает опорная реакция $\vec{R}$. Реакция такой связи произвольно направлена в плос-



кости нормальной оси втулки.

К этому типу связи относиться неподвижная шарнирная опора A тела Д.

6) Шаровой (сферический) шарнир – связь, закрепляющая точку тела так, что тело не может совершать никаких перемещений в пространстве, кроме поворота вокруг этой точки. Реакция этой связи $\vec{R}$ произвольно направлена в пространстве.



Равновесие несвободных тел изучается в статике на основании следующей аксиомы.

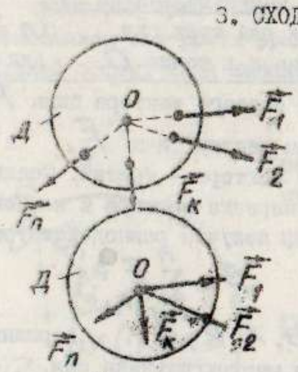
Аксиома об освобождаемости от связей

Всякое несвободное тело можно рассматривать как свободное, если отбросить связи и заменить их действие реакциями этих связей.

Далее рассмотрим основные системы сил и условия равновесия тел под действием этих сил.

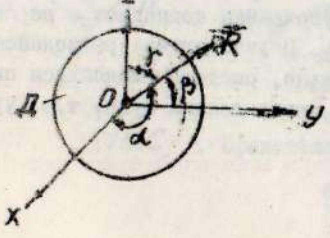
3. СХОДЯЩАЯСЯ СИСТЕМА СИЛ

Сходящейся системой сил называется система сил, линии действия которых пересекаются в одной точке (точка O).



Пользуясь тем, что силу можно переносить вдоль линии её действия, данную систему сил можно заменить системой сил, приложенных в точке O.

Последовательно применяя аксиому о параллелограмме сил или векторно складывая эти силы, можно полученную систему сил заменить одной силой $\vec{R}$ (равнодействующей), равной их геометрической сумме и приложенной в точке O, т.е.



$$\vec{R}=\sum_{k=1}^{n}\vec{F}_k . \qquad (3.1)$$

Известно, что проекция геометрической суммы векторов на ось равна алгебраической сумме проекций составляющих сил на ту же ось:

$$R_x=\sum_{k=1}^{n}F_{kx}; \qquad R_y=\sum_{k=1}^{n}F_{ky}; \qquad R_z=\sum_{k=1}^{n}F_{kz}, \qquad (3.2)$$

где n – число сил, F_{kx}, F_{ky}, F_{kz} – проекции k-й силы на оси координат. Величина равнодействующей определяется по формуле

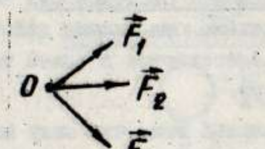
$$R=\sqrt{R_x^2+R_y^2+R_z^2} . \qquad (3.3)$$

Направляющие косинусы -

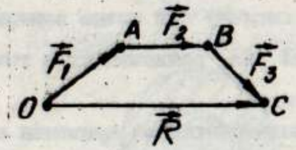
$$\cos\alpha=\frac{R_x}{R}; \qquad \cos\beta=\frac{R_y}{R}; \qquad \cos\gamma=\frac{R_z}{R}. \qquad (3.4)$$

Фигура, которая получается при векторном сложении сил, называется <u>силовым многоугольником</u> или <u>многоугольником сил</u>.

Построим силовой многоугольник для трёх сил (n = 3), приложенных в точке O. Для этого в конце первого вектора силы $\vec{F}_1$ приложим вектор силы $\vec{F}_2$, в конце второго вектора – третий. Соединив начало первого вектора с концом последнего, получим равнодействующую



$$\vec{R}=\sum_{k=1}^{n}\vec{F}_k$$



Точки O, A, B, C – вершины полученного многоугольника сил.

Если последняя вершина многоугольника совпадает с первой, многоугольник называется <u>замкнутым</u>. В этом случае равнодействующая $\vec{R}$ равна нулю. Следовательно, система сходящихся сил в случае замкнутости многоугольника эквивалентна нулю, т.е. уравновешивается.

<u>Условием равновесия сходящейся системы сил</u> является замкнутость силового многоугольника, что эквивалентно равенству нулю равнодействующей:

$$\vec{R}=0 . \qquad (3.5)$$

Учитывая зависимости (3.2), (3.3) и (3.5), можно получить <u>аналитические условия равновесия</u> или <u>уравнения равновесия</u> сходящейся системы сил:

$$\sum_{k=1}^{n}F_{kx}=0; \qquad \sum_{k=1}^{n}F_{ky}=0; \qquad \sum_{k=1}^{n}F_{kz}=0 . \qquad (3.6)$$

<u>Для равновесия сходящейся системы сил необходимо и достаточно, чтобы алгебраическая сумма проекций сил на три оси координат равнялась нулю.</u>

4. ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СИСТЕМА СИЛ

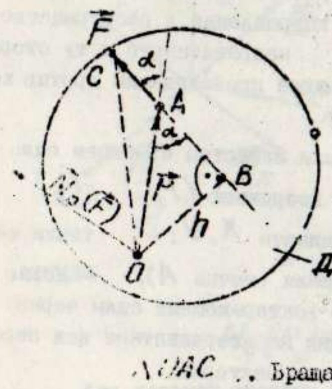
<u>Произвольной пространственной системой сил</u> называется система сил, как угодно расположенных в пространстве.

<u>Произвольной плоской системой сил</u> называется система сил, как угодно расположенных на плоскости.

4.1. Момент силы относительно центра

Под действием силы твердое тело может наряду с поступательным перемещением совершать вращение вокруг того или иного центра. <u>Вращательный эффект силы</u> характеризуется её <u>моментом относительно центра</u>.

Допустим сила $\vec{F}$, приложенная в точке A твёрдого тела $Д$ стремится повернуть тело вокруг центра O.



<u>Плечом силы</u> $\vec{F}$ относительно <u>центра</u> O называется перпендикуляр h, опущенный из центра O на линию действия силы $\vec{F}$.

<u>Плоскостью поворота силы</u> $\vec{F}$ называется плоскость, проходящая через центр O и силу $\vec{F}$ – $\triangle OAC$. Вращательный эффект силы зависит от модуля

силы $|\vec F|$ и длины плеча h, от положения плоскости поворота и направления поворота в этой плоскости.

Если все силы и центр O лежат в одной плоскости (плоская система сил), необходимость задавать положение плоскости поворота в пространстве отпадает и момент силы $\vec F$ относительно центра O определяют как скалярную величину

$$M_o(\vec F) = \pm F\cdot h, \qquad (4.1)$$

где знак плюс соответствует повороту силы вокруг центра против хода часовой стрелки, минус – обратному направлению.

В случае пространственной системы сил необходимо задать положение плоскости поворота в пространстве. Для этого вводится понятие <u>вектора момента силы $\vec F$ относительно центра O.</u>

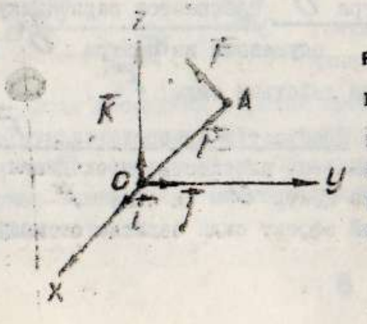
<u>Вектором-моментом силы относительно центра O</u> называется векторное произведение радиуса-вектора, проведенного из центра O в точку приложения силы, на вектор силы

$$\vec M_o(\vec F) = r\times\vec F. \qquad (4.2)$$

По модулю вектор-момент силы равен

$$|\vec M_o(\vec F)| = rF\sin\alpha = F\cdot h. \qquad (4.3)$$

По модулю выражения (4.3) и (4.1) совпадают, но формула для вектора-момента (4.2) дополнительно позволяет задать положение плоскости поворота силы $\vec F$, зная направление в пространстве нормального к ней вектора $\vec M_o(\vec F)$, направленного в ту сторону, откуда поворот совершаемый силой, виден происходящим против хода часовой стрелки.



Если известны проекции силы $\vec F$ на оси координат (F_x, F_y, F_z) и координаты X, Y, Z точки ее приложения (точка A), можно записать вектор-момент силы через проекции на координатные оси перемножаемых векторов

$$\vec M_O(\vec F) = \vec r\times\vec F = \begin{vmatrix} \vec i & \vec j & \vec k \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \vec i(yF_z - zF_y) + \vec j(zF_x - xF_z) + \vec k(xF_y - yF_x) \qquad (4.4)$$

Вектор $\vec M_o(\vec F)$ можно представить в виде разложения по осям

$$\vec M_O(\vec F) = \vec i M_{ox} + \vec j M_{oy} + \vec k M_{oz}, \qquad (4.5)$$

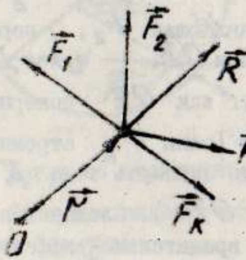
где M_{ox}, M_{oy}, M_{oz} – проекции вектора $\vec M_o(\vec F)$ на оси координат.

Из сравнения выражений (4.4) и (4.5) определим аналитические выражения для проекций вектора $\vec M_o(\vec F)$ на координатные оси:

$$M_{ox} = y\cdot F_z - zF_y; \quad M_{oy} = zF_x - xF_z; \quad M_{oz} = xF_y - yF_x. \qquad (4.6)$$

4.2. Теорема Вариньона о векторе-моменте равнодействующей сходящейся системы сил относительно произвольного центра

<u>Вектор-момент равнодействующей сходящейся системы сил относительно произвольного центра</u> равен геометрической сумме векторов-моментов сил составляющих относительно того же центра.



Из выражения (3.1)

$$\vec R = \sum_{k=1}^{n}\vec F_k.$$

Умножим левую и правую часть этого уравнения векторно на $\vec r$:

$$\vec r\times\vec R = \sum_{k=1}^{n}\vec r\times\vec F_k.$$

Но

$$\vec M_o(\vec R) = \vec r\times\vec R \quad \text{и} \quad \vec M_o(\vec F_k) = \vec r\times\vec F_k,$$

откуда

$$\vec M_o(\vec R) = \sum_{k=1}^{n}\vec M_o(\vec F_k). \qquad (4.7)$$

Для плоской системы сходящихся сил

$$M_o(\vec{R}) = \sum_{k=1}^{n} M_o(\vec{F}_k) \; - \qquad (4.8)$$

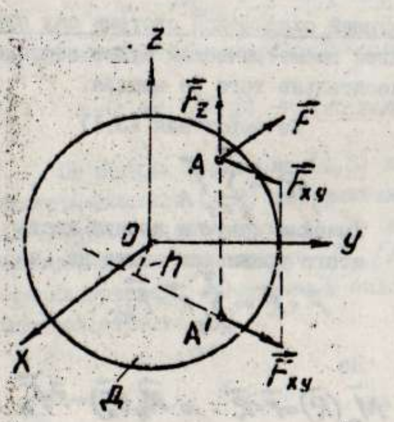
момент равнодействующей плоской системы сходящихся сил равен алгебраической сумме моментов сил составляющих.

4.3. Момент силы относительно оси

Под действием силы твердое тело может поворачиваться вокруг той или иной оси. Вращательный эффект силы характеризуется её моментом относительно оси.

Моментом силы относительно оси называется скалярная величина, равная моменту проекции этой силы на плоскость, перпендикулярную оси, взятому относительно точки пересечения оси с плоскостью.

Разберем это определение на примере. Обозначим через $M_x(\vec{F}), M_y(\vec{F}), M_z(\vec{F})$ моменты силы $\vec{F}$ относительно осей OX, OY, OZ.



Пусть на тело $Д$ действует в точке A сила $\vec{F}$. Определим её момент относительно оси OZ. Разложим силу $\vec{F}$ на две составляющие $\vec{F}_z$ и $\vec{F}_{xy}$. Составляющая $\vec{F}_z$, параллельная оси OZ, тело $Д$ вокруг оси OZ повернуть не может (сила $\vec{F}_z$ стремится только сдвинуть тело $Д$ вдоль оси OZ). Следовательно, весь вращательный эффект, создаваемый силой $\vec{F}$, стремящейся повернуть тело вокруг оси OZ, будет совпадать с вращательным эффектом её составляющей $\vec{F}_{xy}$ (параллельной плоскости OXY), т.е.

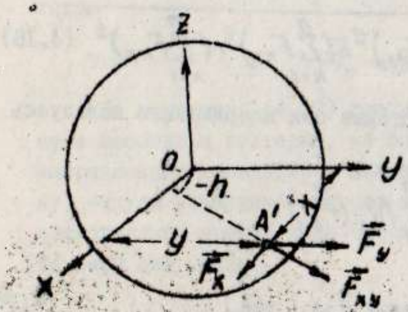
$$M_z(\vec{F}) = M_z(\vec{F}_{xy}) \, . \qquad (4.9)$$

Для силы же $\vec{F}_{xy}$, лежащей в плоскости XY, перпендикулярной оси OZ, вращательный эффект измеряется произведением модуля этой силы на её расстояние h от оси OZ. Этой же величиной измеряется и момент силы $\vec{F}_{xy}$ относительно точки O, в которой ось OZ пересекается плоскостью XY. Следовательно, $M_z(\vec{F}_{xy}) = M_O(\vec{F}_{xy})$ или согласно выражениям (4.9) и (4.1)

$$M_z(\vec{F}) = M_o(\vec{F}_{xy}) = \pm h F_{xy} \, , \qquad (4.10)$$

где знак плюс соответствует повороту силы $\vec{F}_{xy}$ со стороны положительного направления оси OZ против хода часовой стрелки, минус – обратному направлению. Из выражения (4.10) видно, что момент силы $\vec{F}$ относительно оси равен нулю, если сила параллельна оси ($F_{xy} = 0$) или пересекает ось ($h = 0$).

4.4. Связь между вектором-моментом относительно центра и моментом силы относительно оси



Разложим силу $\vec{F}_{xy}$ на две составляющие, параллельные осям OX и OY; $\vec{F}_x$ и $\vec{F}_y$.

Выражение (4.10) с учётом равенства (4.8), можно записать в виде

$$M_z(\vec{F}) = M_o(\vec{F}_{xy}) = M_o(\vec{F}_x) + M_o(\vec{F}_y) = -yF_x + xF_y \qquad (4.12)$$

Тогда из сравнения уравнений (4.6) и (4.12): $M_{oz}(\vec{F}) = M_z(\vec{F})$.

Поступая аналогично для осей OX и OY, придем к следующим формулам:

$$M_{ox}(\vec{F}) = M_x(\vec{F}); \quad M_{oy}(\vec{F}) = M_y(\vec{F}); \quad M_{oz}(\vec{F}) = M_z(\vec{F}). \qquad (4.13)$$

Таким образом, момент силы относительно оси равен проекции на эту ось вектора-момента силы относительно любого центра, взятого на оси.

4.5. Главный вектор и главный момент

Характеристикой системы сил, действующей на твердое тело, является главный вектор и главный момент системы сил.

Главным вектором системы сил называется геометрическая сумма всех сил, действующих на твердое тело:

$$\vec{R} = \sum_{k=1}^{n} \vec{F}_k . \tag{4.14}$$

Главным моментом системы сил называется геометрическая сумма векторов-моментов сил относительно центра:

$$\vec{M}_0 = \sum_{k=1}^{n} \vec{M}_o(\vec{F}_k) . \tag{4.15}$$

Проектируя выражение (4.14) на декартовые оси координат, получим проекции главного вектора $\vec{R}$:

$$R_x = \sum_{k=1}^{n} F_{kx}; \qquad R_y = \sum_{k=1}^{n} F_{ky}; \qquad R_z = \sum_{k=1}^{n} F_{kz} .$$

Модуль главного вектора находится по формуле:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = \sqrt{\left(\sum_{k=1}^{n} F_{kx}\right)^2 + \left(\sum_{k=1}^{n} F_{ky}\right)^2 + \left(\sum_{k=1}^{n} F_{kz}\right)^2} . \tag{4.16}$$

Проектируя (4.15) на декартовые оси координат и пользуясь зависимостями (4.13), получим:

$$M_{ox} = \sum_{k=1}^{n} M_{ox}(\vec{F}_k) = \sum_{k=1}^{n} M_x(\vec{F}_k) ;$$

$$M_{oy} = \sum_{k=1}^{n} M_{oy}(\vec{F}_k) = \sum_{k=1}^{n} M_y(\vec{F}_k) ; \tag{4.17}$$

$$M_{oz} = \sum_{k=1}^{n} M_{oz}(\vec{F}_k) = \sum_{k=1}^{n} M_z(\vec{F}_k) .$$

Модуль главного момента находится по формуле

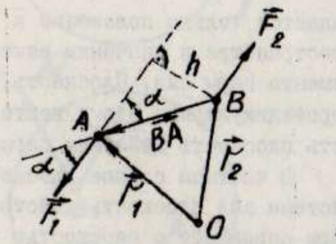
$$M_o = \sqrt{M_{ox}^2 + M_{oy}^2 + M_{oz}^2} = \sqrt{\left(\sum_{k=1}^{n} M_x(\vec{F})\right)^2 + \left(\sum_{k=1}^{n} M_y(\vec{F}_k)\right)^2 + \left(\sum_{k=1}^{n} M_z(\vec{F}_k)\right)^2} . \tag{4.18}$$

В разделе 4.7 будет показано, что любую систему сил можно

привести к двум векторам: главному вектору и главному моменту.

4.6. Пара сил и её свойства

Парой сил называется система двух равных, противоположно направленных сил, линии действия которых не совпадают.



Система сил ($\vec{F}_1, -\vec{F}_2$) . - пара сил. Определим главный вектор и главный момент пары сил.

1). Главный вектор пары сил

$$\vec{R} = \vec{F}_1 - \vec{F}_2 = 0 .$$

2). Главный момент пары сил

$$\vec{M}_o = \sum_{k=1}^{n} \vec{M}_o(\vec{F}_k) = \vec{M}_o(\vec{F}_1) + \vec{M}_o(-\vec{F}_2) = \vec{r}_1 \times \vec{F} + \vec{r}_2 \times (-\vec{F}) = (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \times \vec{F} .$$

Из рисунка видно, что

$$\vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{BA} ,$$

тогда

$$\vec{M}_o = \vec{BA} \times \vec{F}_1 . \tag{4.19}$$

Из выражения (4.19) следует, что главный момент пары является свободным вектором, не зависящим от выбора центра O и направленным нормально к плоскости действия пары сил в ту сторону, откуда возможный поворот тела под действием пары сил виден происходящим против хода часовой стрелки. Модуль главного момента пары сил равен

$$|\vec{M}_o| = BA \cdot F \sin\alpha = F \cdot h , \tag{4.20}$$

где h - плечо пары (кратчайшее расстояние между силами пары). Таким образом, модуль главного момента пары сил $\vec{M}_o$ (в дальнейшем просто вектор-момент пары сил и без индекса O - $\vec{M}$) равен произведению одной из сил пары на плечо пары.

Свойства пар сил:

1. Эквивалентные пары сил имеют одинаковые векторы-моменты.
2. Пару сил можно переносить в любую точку тела параллельно плоскости её действия.
3. У пары сил можно произвольно изменять величину сил,

образующих пару, и величину её плеча, не изменяя вектора-момента пары.

4. Вектор-момент пары сил – свободный вектор, который полностью характеризует действие пары сил на твердое тело.

Силы, составляющие пару, обычно на рисунках не показываются.

Задаётся только положение в пространстве и значение вектора-момента пары сил. Плоскость, перпендикулярная этому вектору, есть плоскость действия пары.

В частном случае плоской системы сил плоскость действия пары совпадает с плоскостью чертежа. В этом случае указывают стрелкой направление вращения пары. Момент пары рассматривают как алгебраическую величину и считают положительным, если направление вращения пары против хода часовой стрелки, отрицательным – в случае обратного вращения.

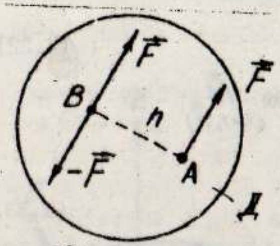
5. Систему пар сил, действующих на тело, можно заменить одной парой сил с вектором-моментом, равным геометрической сумме векторов-моментов слагаемых пар, т.е.

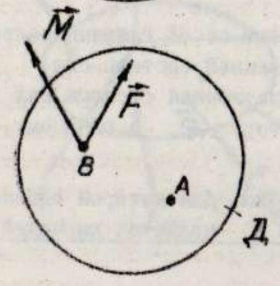
$$\vec M = \sum_{k=1}^{n} \vec M_k . \qquad (4.21)$$

4.7. Теорема о параллельном переносе сил

<u>Силу, приложенную к твердому телу, можно переносить параллельно ей самой в любую точку тела, прибавляя при этом пару сил с вектором-моментом, равным вектору-моменту переносимой силы относительно точки переноса.</u>

<u>Доказательство</u>: Пусть в точке A тела $Д$ приложена сила $\vec F$. Приложим в точке B (точка переноса) уравновешенную систему сил ($\vec F$, $-\vec F$). Тогда сила $\vec F$, приложенная



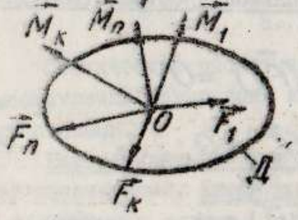


в точке A, и сила $-\vec F$, приложенная в точке B, образуют пару сил с вектором-моментом $\vec M$, равным вектору-моменту переносимой силы $\vec F$ относительно точки B, т.е.

$$\vec M = \vec M_B(\vec F) .$$

Таким образом, силу $\vec F$ можно перенести из точки A в точку B, прибавив при этом пару сил с вектором-моментом, равным моменту силы $\vec F$ относительно точки B.

4.8. Приведение пространственной системы сил к данному центру



Пусть к телу $Д$ приложена произвольная пространственная система сил $\vec F_{k}$ $(k=1,\overline{n})$.

Приведём каждую силу этой системы к произвольному центру, например к точке O (центр приведения), применяя при этом теорему о параллельном переносе силы.

Вектора-моментов пар сил, образующиеся при переносе сил в центр O, обозначим через

$$\vec M_k = \vec M_o(\vec F_k) \quad (k=1,\overline{n}) .$$

Систему сходящихся сил, приложенных в центре O, заменим одной силой

$$\vec{R} = \sum_{k=1}^{n} \vec{F}_k . \qquad (4.22)$$

Систему пар сил с векторами-моментами $\vec{M}_{k\,(k=1,\bar{n})}$ заменим одной парой с вектором-моментом:

$$\vec{M}_o = \sum_{k=1}^{n} \vec{M}_k = \sum_{k=1}^{n} \vec{M}_o(\vec{F}_k) . \qquad (4.23)$$

Выражения (4.22) и (4.23) представляют собой главный вектор и главный момент произвольной пространственной системы сил.

Таким образом, произвольная пространственная система сил эквивалентна двум векторам: главному вектору $\vec{R}$ и главному моменту $\vec{M}_o$.

Если за центр приведения принята точка, для которой главный момент равен нулю, то главный вектор $\vec{R}$ является равнодействующей данной системы сил.

4.9. Условия равновесия различных систем сил

Для равновесия тела под действием произвольной пространственной системы сил необходимо и достаточно, чтобы главный вектор и главный момент были равны нулю:

$$\vec{R} = 0; \qquad \vec{M}_o = 0 .$$

Если любое из этих условий не выполняется, то тело в равновесии не находится.

Из выражений (4.15), (4.18), (4,24) получим уравнения равновесия (аналитические условия) произвольной пространственной системы сил:

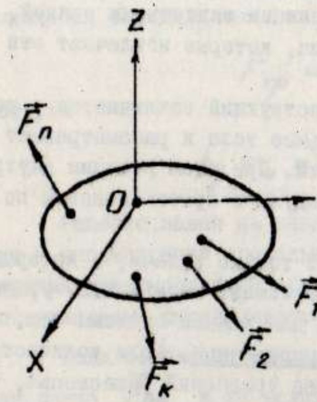
$$\sum_{k=1}^{n} F_{kx} = 0; \qquad \sum_{k=1}^{n} M_x(\vec{F}_k) = 0;$$

$$\sum_{k=1}^{n} F_{ky} = 0; \qquad \sum_{k=1}^{n} M_y(\vec{F}_k) = 0; \qquad (4.24)$$

$$\sum_{k=1}^{n} F_{kz} = 0; \qquad \sum_{k=1}^{n} M_z(\vec{F}_k) = 0.$$

Для равновесия пространственной системы сил необходимо и достаточно, чтобы алгебраическая сумма проекций на три оси координат и алгебраическая сумма моментов сил относительно этих осей равнялась нулю.

Произвольная плоская система сил



Пусть все силы, действующие на тело $Д$ располагаются в плоскости OXY. Тогда проекция этих сил на ось OZ и их моменты относительно осей OX и OY тождественно равны нулю.

Уравнение $\sum_{k=1}^{n} M_z(\vec{F}_k) = 0$, учитывая определение момента силы относительно оси, можно записать в виде

$$\sum_{k=1}^{n} M_o(\vec{F}_k) = 0 .$$

В качестве точки O выбирается любая точка плоскости.

Таким образом, уравнения равновесия произвольной плоской системы сил имеют вид:

$$\sum_{k=1}^{n} F_{kx} = 0; \qquad \sum_{k=1}^{n} F_{ky} = 0; \qquad \sum_{k=1}^{n} M_o(\vec{F}_k) = 0. \qquad (4.25)$$

Для равновеси произвольной плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы алгебраическая сумма проекций сил на две оси координат и алгебраическая сумма моментов сил относительно произвольной точки плоскости равнялись нулю.

5. РАВНОВЕСИЕ СИСТЕМЫ ТЕЛ

Статический расчёт инженерных сооружений часто сводится к рассмотрению равновесия конструкций, состоящих из тел, соединенных связями.

Внутренними связями называются связи, соединяющие тела данной конструкции. Внешними связями называются связи, соединяющие конструкцию с телами, в неё входящими.

Порядок расчёта таких конструкций может быть следующим:

1. Отбрасываются внешние связи и заменяют их действие реакциями.

2. Составляют уравнения равновесия всей конструкции в целом как жёсткого целого.

3. Если количество уравнений равновесия меньше количества неизвестных реакций, то дополнительно рассматривают равновесие какого-нибудь одного или нескольких тел конструкции. При этом, если нет необходимости определять реакции внутренних связей, составляют такие уравнения равновесия, которые исключают эти реакции.

Другой способ расчёта таких конструкций заключается в том, что конструкцию расчленяют на отдельные тела и рассматривают равновесие каждого тела в отдельности. При этом реакции внутренних связей будут попарно равны по модулю и противоположны по направлению.

В теоретической механике решают только задачи, в которых количество неизвестных реакций не превышает количества уравнений равновесия, которые можно составить для данной системы тел. Такие задачи называют <u>статически определённые</u>. Если количество неизвестных реакций больше количества уравнений равновесия, то задачи называются <u>статически неопределённые</u> и решаются методами сопротивления материалов.

6. ТРЕНИЕ

6.1. Трение скольжения

При стремлении сдвинуть тело по шероховатой поверхности в плоскости сопротивления возникает сила трения $\vec{F}_{тр}$ (сила сцепления), величина которой может принимать любое значение от нуля до значения $\vec{F}_{пр}$, называемого предельной силой трения. Сила трения направлена в сторону противоположную той, куда действующие силы стремятся сдвинуть тело.

Предельная сила трения равна произведению статического коэффициента трения f_o на нормальную реакцию, т.е.

$$F_{пр} = f_o \cdot N \qquad (6.1)$$

Статический коэффициент трения, как показывает опыт, зависит от материала, состояния поверхностей соприкасающихся тел и не зависит от их размеров.

Реакция шероховатой поверхности связи $\vec{R} = \vec{N} + \vec{F}_{тр}$ составляет угол φ с нормалью к поверхности соприкосновения.

Наибольший угол φ_o, на который отклонится реакция шероховатой поверхности от нормали к ней, называется углом трения. Его значение определяется из условия

$$F_{тр} = F_{пр},$$

откуда

$$tg\, \varphi_o = \frac{F_{пр}}{N} = f_o \qquad (6.2)$$

Решение задач на равновесие тел с учётом сил трения сводится к рассмотрению предельного положения равновесия, когда сила трения принимает своё предельное значение. Реакцию шероховатой поверхности раскладывают на две составляющие $\vec{N}$ и $\vec{F}_{пр}$.

Если положение равновесия не предельное, то сила трения не равна $\vec{F}_{пр}$ и её величина определяется из условий равновесия как новое неизвестное.

При движении тела по шероховатой поверхности возникает сила трения скольжения, которая направлена в сторону, противоположную движению, и определяется по формуле:

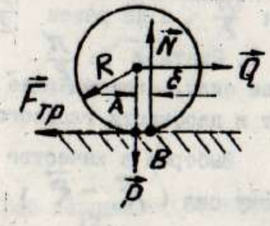
$$F_{тр} = f \cdot N,$$

где f - динамический коэффициент трения. Из опыта известно, что $f < f_o$.

6.2. Трение качения

<u>Трением качения</u> называется сопротивление, возникающее при качении одного тела по поверхности другого.

Рассмотрим круглый цилиндрический каток радиуса R и веса $\vec{P}$. Приложим к оси катка силу $\vec{Q}$, меньшую $\vec{F}_{пр}$. Тогда в точке A возникает сила трения $\vec{F}_{тр}$, численно равная $\vec{Q}$, которая будет препятствовать скольжению катка по плоскости.



Опыт показывает, что вследствие деформации тел при действии сил $\vec{P}$ и $\vec{Q}$ касание тел происходит вдоль площади

AB, причем интенсивность давлений у края A убывает, у края B возрастает. В результате реакция $\vec N$ оказывается смещённой в сторону действия силы $\vec Q$. С увеличением силы $\vec Q$ это смещение растёт до некоторого предельного смещения δ_o. В предельном положении на каток будет действовать пара сил $(\vec Q_{пр}, \vec F_{тр})$ с моментом $R Q_{пр}$ и ей противодействующая пара $(\vec N, \vec P)$ с моментом $\delta_o N$. Момент противодействующей пары называется моментом сопротивления при качении $M_c = \delta_o N$. δ_o – коэффициент трения качения. Из равенства моментов:

$$R Q_{пр} = \delta_o N$$

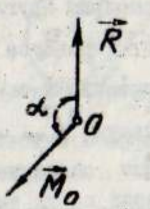
Откуда

$$Q_{пр} = \frac{\delta_o}{R} N.$$

Пока $Q < Q_{пр}$, каток находится в покое, при $Q > Q_{пр}$ начинается качение. Отношение δ_o / R для большинства материалов меньше статического коэффициента трения. Поэтому при нарушении покоя каток будет катиться по поверхности, не скользя по ней.

7. ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ ПРИВЕДЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ СИЛ К ПРОСТЕЙШИМ СИСТЕМАМ

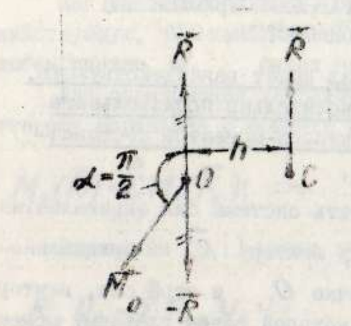
Приведём пространственную систему сил к главному вектору $\vec R$ и главному моменту $\vec M_o$, приложенных в точке O.



Здесь α – угол между векторами. Исследуем систему сил, если α равен $\frac{\pi}{2}$ и не равен $\frac{\pi}{2}$.

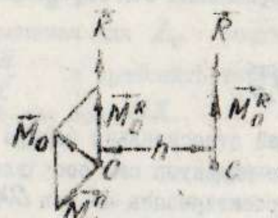
1. Пусть $\alpha = \frac{\pi}{2}$. В этом случае силы, составляющие пару, лежат в плоскости главного вектора $\vec R$. Выберем в качестве этих сил систему сил $(\vec R, -\vec R)$ с плечом

$$h = \frac{|\vec M_o|}{R}$$

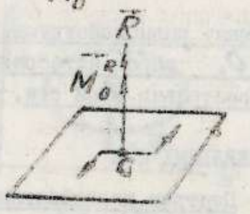


и приложим её как показано на рисунке. Силы $\vec R$ и $-\vec R$, приложенные в точке O, уравновешиваются и их можно отбросить. Остаётся сила $\vec R$, приложенная в точке C, которая по определению является равнодействующей данной системы сил. Таким образом, если главный вектор и главный момент взаимно перпендикулярны, то система сил имеет равнодействующую.

Легко установить, что плоская система сил и система параллельных сил имеют взаимно перпендикулярные главный вектор и главный момент, а значит имеют равнодействующую.



2. Пусть $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$. В этом случае можно разложить главный момент $\vec M_o$ на две составляющие $\vec M_o^R$ и $\vec M_o^n$. Согласно предыдущему система $(\vec M_o^n, \vec R)$ эквивалентна силе $\vec R$, приложенной в точке C на расстоянии $h = \frac{|\vec M_o^n|}{R}$. Вектор $\vec M_o^R$ можно перенести параллельно в точку C. Так как силы, составляющие пару $\vec M_o^R$, лежат в плоскости, перпендикулярной вектору $\vec R$, то привести систему $(\vec M_o^R, \vec R)$ к одной силе нельзя.

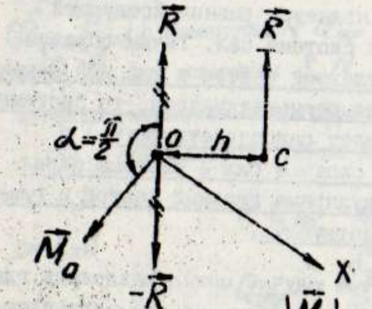


Полученная система (состоящая из главного вектора $\vec R$ и пары сил $\vec M_o^R$) плоскость действия которой перпендикулярна направлению главного вектора, называется силовым винтом или динамой.

Таким образом, в общем случае пространственная система сил сводится к силовому винту и равнодействующей не имеет.

8. ТЕОРЕМА ВАРИНЬОНА О МОМЕНТЕ РАВНОДЕЙСТВУЮЩЕЙ ДЛЯ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ СИЛ

Если пространственная система сил имеет равнодействующую, то вектор-момент равнодействующей относительно произвольного центра равен геометрической сумме векторов-моментов составляющих сил относительно того же центра.



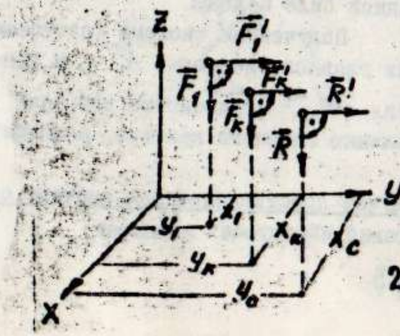
Пусть система сил эквивалентна главному вектору $\vec R$, приложенному в точке O, и паре сил, вектор-момент которой равен главному моменту $\vec M_o$. Если главный вектор перпендикулярен вектору главного момента, то такая система сил (как было показано выше) эквивалентна равнодействующей, приложенной в точке C, где $h = \frac{|\vec M_o|}{R}$. По определению $\vec M_o = \sum\limits_{k=1}^{n} \vec M_o(\vec F_k)$, с другой стороны, $\vec M_o = \vec M_o(\vec R)$. Сравнивая эти выражения, можно получить:

$$\vec M_o(\vec R) = \sum_{k=1}^{n} \vec M_o(\vec F_k), \qquad (8.1)$$

т.е. вектор-момент равнодействующей относительно центра O, равен геометрической сумме векторов-моментов сил составляющих.

Следствие. Если выражение (8.1) спроектировать на ось OX, получим $M_x(\vec R) = \sum\limits_{k=1}^{n} M_x(\vec F_k)$, т.е. момент равнодействующей относительно оси, проходящей через центр O, равен алгебраической сумме моментов составляющих сил относительно этой оси.

9. ЦЕНТР ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ СИЛ



Центром параллельных сил называется точка, лежащая на линии действия равнодействующей этих сил и не изменяющая своего положения при повороте всех сил на один и тот же угол вокруг точек их приложения.

Как указывалось выше, система параллельных сил имеет равнодействующую, так как главный вектор системы сил, приложенный в любом центре O, будет перпендикулярен главному моменту.

Для определения координат центра параллельных сил применим теорему Вариньона о моменте равнодействующей для осей OX и OY:

$$M_x(\vec R) = \sum_{k=1}^{n} M_x(\vec F_k); \qquad M_y(\vec R) = \sum_{k=1}^{n} M_y(\vec F_k). \qquad (9.1)$$

Выражения (9.1) можно записать в виде:

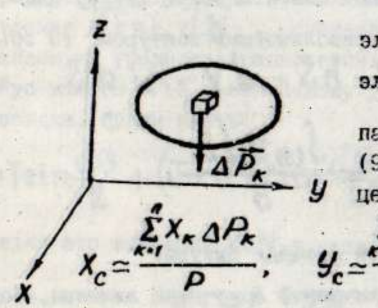
$$R_z y_c = \sum_{k=1}^{n} F_{kz} y_k; \qquad R_z x_c = \sum_{k=1}^{n} F_{kz} \cdot x_k, \qquad (9.2)$$

где R_z – проекция равнодействующей на ось OZ; F_{kz} – проекция K-й составляющей на ось OZ; x_k, y_k, x_c, y_c – соответственно координаты точек приложения силы $\vec F_k$ и равнодействующей $\vec R$. Отсюда

$$x_c = \frac{\sum\limits_{k=1}^{n} F_{kz} x_k}{R_z}; \quad y_c = \frac{\sum\limits_{k=1}^{n} F_{ky} y_k}{R_z}; \quad z_c = \frac{\sum\limits_{k=1}^{n} F_{kz} z_k}{R_z}. \qquad (9.3)$$

Выражение для z_c получено, если повернуть все силы на угол $\frac{\pi}{2}$ и применить теорему Вариньона о моменте равнодействующей для оси OX.

10. ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ ТЕЛА



Разобьём тело A на n элементов и обозначим вес K-го элемента через $\Delta \vec P_k$. Силы $\Delta \vec P_k$ $(k=1, n)$ параллельны. Используя формулы (9.3) можно записать координаты центра тяжести тела:

$$x_c \simeq \frac{\sum\limits_{k=1}^{n} x_k \Delta P_k}{P}; \quad y_c \simeq \frac{\sum\limits_{k=1}^{n} y_k \Delta P_k}{P}; \quad z_c \simeq \frac{\sum\limits_{k=1}^{n} z_k \Delta P_k}{P},$$

где P – вес тела.

Устремляя число элементов n к бесконечности, получим

$$X_c = \lim_{n\to\infty} \frac{\sum\limits_{k=1}^{n} X_k \Delta P_k}{P} = \frac{\int\limits_{(V)} X\,dP}{P};$$

$$y_c = \lim_{n\to\infty} \frac{\sum\limits_{k=1}^{n} y_k \Delta P_k}{P} = \frac{\int\limits_{(V)} y\,dP}{P};$$

$$z_c = \lim_{n\to\infty} \frac{\sum\limits_{k=1}^{n} z_c \Delta P_k}{P} = \frac{\int\limits_{(V)} z\,dP}{P},$$

где $\int_{(V)}$ - интеграл, взятый по объему тела A.

Если тело однородно, то удельный вес его γ постоянный. Тогда $P=\gamma\cdot V$, $dP=\gamma\,dV$ и

$$X_k = \frac{\int_{(V)} x\,dV}{V}; \quad y_c = \frac{\int_{(V)} y\,dV}{V}; \quad z_c = \frac{\int_{(V)} z\,dV}{V}.$$

В случае, если тело представляет собой плоскую фигуру постоянной толщины h, ограниченную криволинейным контуром, то объем фигуры можно представить в виде $V = hS$ и $dV = h\cdot dS$, а

$$X_c = \frac{\int_{(S)} x\,dS}{S}, \quad y_c = \frac{\int_{(S)} y\,dS}{S},$$

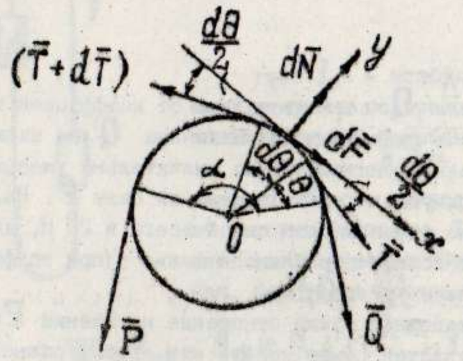
где $\int_{(S)}$ - интеграл взятый по всей площади фигуры.

В случае плоской фигуры, ограниченной лома ными линиями, координаты центра тяжести можно определить из выражений:

$$X_c = \frac{\sum\limits_{k=1} X_k S_k}{S}; \quad y_c = \frac{\sum\limits_{k=1}^{n} y_k S_k}{S}.$$

II. ТРЕНИЕ ГИБКИХ ТЕЛ (ПРОФИЛЬНЫЙ РАЗДЕЛ)

Повседневный опыт учит нас, что если натянутое гибкое тело (ремень, трос, цепь) огибает неподвижную криволинейную поверхность, то развивается значительное трение этого тела о поверхность, которое выражается в потере гибким телом натяжения. Пусть нить перекинута через неподвижный шкив. К одному концу нити приложена сила P. Найдем, какую наименьшую силу Q нужно приложить к другому концу нити, чтобы сохранить равновесие при данном угле



Рассмотрим равновесие элемента нити длиной $dL=Rd\theta$, где R - радиус шкива. Разность натяжений нити dT уравновешивается силой трения $dF=f_0\,dN$, следовательно, $dT=f_0\,dN$. Значение dN найдем из уравнения равновесия в проекции на ось. Учитывая, что синус малого угла равен самому углу, и пренебрегая малыми высшего порядка, будем иметь

$$dN = T\sin\frac{d\theta}{2} + (T+dT)\sin\frac{d\theta}{2} = 2T\,\frac{d\theta}{2} = T\,d\theta.$$

Подставляя это значение dN в предыдущее равенство, получим

$$dT = f_0\,T\,d\theta.$$

Разделим обе части равенства на T и возьмем интегралы справа в пределах от 0 до α, а слева от Q до P. Тогда получим

$$\int_Q^P \frac{dT}{T} = f_0 \int_0^\alpha d\theta, \text{ или } \ln\frac{P}{Q} = f_0\alpha.$$

Отсюда следует, что

$$\frac{P}{Q} = e^{f_0\alpha}, \quad \text{(формула Эйлера)} \qquad (II.1)$$

или

$$Q = Pe^{-f_0\alpha}. \qquad (II.2)$$

Как видно, потребная сила Q зависит только от коэффициента трения f_0 и угла α. От радиуса шкива величина Q не зависит. Увеличивая угол α (навивая нить), можно значительно уменьшить величину Q, необходимую для уравновешивания силы P. Например, натяжение в 100 кН можно уравновесить силой всего в 20 Н, дважды обернув пеньковый канат вокруг деревянного шкива (при коэффициенте трения каната по шкиву $f_0 = 0{,}5$).

Формула (II.1) определяет также отношение натяжений $P = S_{нб}$ набегающей к $Q = S_{сб}$ частей ремня каната или ленты, равномерно вращающегс шкива, если проскальзывание ремня по шкиву отсутствует.

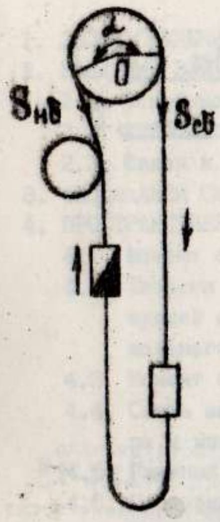
Механизмы, основной особенностью которых является принцип передачи тягового усилия (барабана) с помощью гибкой связи, широко используются в горной технике.

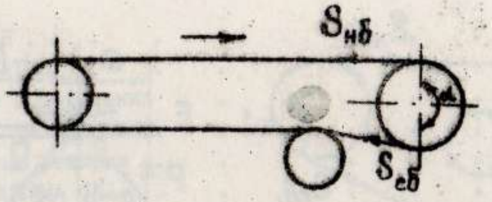
На рисунках представлены схемы подъемной установки с ведущим шкивом трения и ленточного транспортера.

Основной особенностью подъемной установки с ведущим шкивом трения и ленточного транспортера, особенностью от которой зависят схема и конструкции всех узлов, является принцип передачи тягового усилия трением. Поэтому главным в расчете и конструировании этих машин является обеспечение условий, при которых не могло бы происходить проскальзывание канатов или ленты по шкиву трения (барабану).

Соотношение между натяжениями ветвей ленты (или каната), набегающей на приводной барабан $S_{нб}$ и сбегающей $S_{сб}$ при отсутствии скольжения определяется зависимостью

$$S_{нб} \le S_{сб}\, e^{f_0\alpha}, \qquad (II.3)$$





где f_0 - коэффициент трения (сцепления) ленты по поверхности барабана, α -угол обхвата лентой барабана.

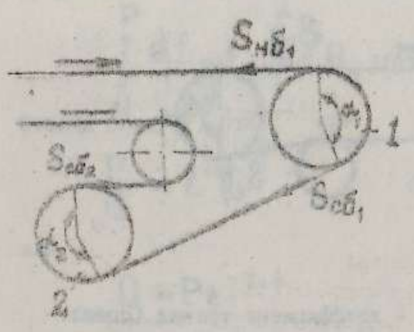
Величину $e^{f_0\alpha}$, определяющую тяговую способность приводного барабана, называют тяговым фактором. Тяговое (окружное) усилие, которое может передать приводной барабан, без учета потерь на самом барабане

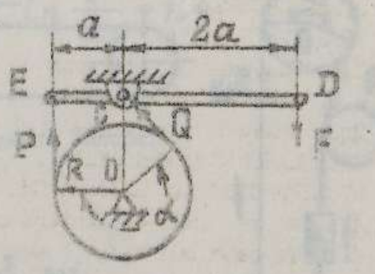
$$W = S_{нб} - S_{сб} = S_{сб}\,(e^{f_0\alpha} - 1). \qquad (II.4)$$

Как видно, тяговое усилие, которое может быть передано с приводного барабана на ленту, возрастает с увеличением угла обхвата, коэффициента трения и первоначального натяжения ленты. Коэффициент трения зависит от рода поверхности барабана и состояния соприкасающихся поверхностей ленты и барабана, а угол обхвата - от схемы огибания лентой приводного барабана.

Для повышения коэффициента трения поверхность приводного барабана покрывают фрикционными материалами. Повышения тягового усилия без увеличения первоначального натяжения ленты можно достичь путем приложения внешней силы, прижимающей ленту к барабану. Увеличение тягового усилия также может быть осуществлено путем применения двухдвигательного (с двумя ведущими барабанами) привода .

В заключение рассмотрим ленточный тормоз. К рычагу DE ленточного тормоза приложена сила F. . Определим тормозящий момент $M_т$, действующий на шкив радиуса R, если коэффициент трения ленты о





шкив $f_0 = 0,5$, а угол $\alpha = \frac{5}{4}\pi$.

На шкив вместе с прилегающей к нему лентой действует сила $P = 2F$ и сила Q, определяемая формулой (11.2), $Q = 2Fe^{-f\pi}$ $\approx 0,28\,F$. Искомый момент $M_T = (P - Q)\,R = 1,72\,FR$. Момент будет тем больше, чем меньше Q, т.е. чем больше коэффициент трения f_0 и угол α.

Как видно из формулы Эйлера, натяжение нити очень быстро убывает с увеличением угла α. Этот эффект используется при швартовке кораблей у причалов. Достаточно несколько раз обогнуть канат о причальную тумбу, чтобы большой корабль мог удержать даже ребенок.

Необычная мощь эффекта объясняется тем, что для создания трения хитроумно используется сама сила натяжения троса. Причем используется очень рационально - при достаточно большом α практически все усилие натяжения трансформируется в силу трения.

Список литературы

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. -М.: Физматгиз, 1970. - 478 с.
2. Старжинский В.М. Теоретическая механика. - М.: Наука, 1980. -464 с.
3. Гернет М.М. Курс теоретической механики. - М.: Высшая школа, 1981. - 304 с.

Содержание

Составители: Владимир Иванович Онищенко
Леонид Викторович Колосов
Константин Сергеевич Заболотный
Сергей Евгеньевич Блохин

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ПО ИЗУЧЕНИЮ РАЗДЕЛА "СТАТИКА" КУРСА ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ГОРНО-МЕХАНИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ СПЕЦИАЛЬНОСТИ 0506

Ответств. за выпуск С.И. Ляховицкий
Редактор А.А. Оберемок
Редакционно-издательский отдел ДГИ

Подписано в печать 12.03.85. Формат 60x84/16.
Бум. тип. № 3. Офс. печ. Усл. печ. л. 1,8
Уч.-изд. л. 1,40. Тираж 350 экз. Заказ 171 Бесплатно.

Ротапринт ДГИ им. Артема.
320600, г.Днепропетровск, пр. К. Маркса,19.