

Бесплатно

Министерство высшего и среднего специального  
образования СССР  
Днепропетровский ордена Трудового Красного Знамени  
горный институт им. Артема



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЯ "ОПРЕДЕЛЕНИЕ  
ГЛАВНЫХ ЦЕНТРАЛЬНЫХ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ  
СОСТАВНОГО СЕЧЕНИЯ" НА МИКРО-ЭВМ ПО  
ДИСЦИПЛИНЕ "СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ"  
ДЛЯ СТУДЕНТОВ СПЕЦИАЛЬНОСТИ 0606



Днепропетровск ДГИ  
1988

Министерство высшего и среднего специального  
образования СССР  
Днепропетровский ордена Трудового Красного Знамени  
горный институт им. Артема

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЯ "ОПРЕДЕЛЕНИЕ  
ГЛАВНЫХ ЦЕНТРАЛЬНЫХ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ  
СОСТАВНОГО СЕЧЕНИЯ" НА МИКРО-ЭВМ ПО  
ДИСЦИПЛИНЕ "СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ"  
ДЛЯ СТУДЕНТОВ СПЕЦИАЛЬНОСТИ 0506

(Кафедра теоретической и  
строительной механики )

Днепропетровск ДГИ  
1988



Составители: проф. В. И. Онищенко  
доц. А. М. Долгов  
доц. В. П. Равишин  
доц. С. Е. Блохин

Рецензенты: доц. Стамблер Е. Л. (ДИИТ)  
доц. Беляев В. В. (ДИИ)

Утверждено на заседании кафедры (протокол № 8 от  
1 октября 1987 г.) и методической комиссии (протокол  
№ 3 от 16 октября 1987 г. )

## 1. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЕЧЕНИЙ

### 1.1. Основные положения

Как известно, в сопротивлении материалов применяют геометрические характеристики сечения, которые называются статическими моментами и моментами инерции площадей. Эти величины появляются в выводах во всех тех случаях, когда имеется неравномерное распределение напряжений по сечению бруса. В таких случаях сопротивление бруса деформации зависит не только от размеров сечения, но и от его формы.

Моменты инерции и статические моменты относительно каких-либо осей являются функциями интегрального вида, и их значение зависит от расположения заданной площади относительно данных осей. Для площади  $F$  относительно осей  $x$  и  $y$  (рис. 1.1) имеем:

- 1) интегралы  $\int_F y dF$  и  $\int_F x dF$  являются статическими моментами площади  $F$  относительно осей  $x$  и  $y$  соответственно и обозначаются  $S_x$  и  $S_y$ ;
- 2) интегралы  $\int_F y^2 dF$  и  $\int_F x^2 dF$  являются осевыми моментами инерции площади  $F$  относительно осей  $x$  и  $y$  и обозначаются  $I_x$  и  $I_y$ ;
- 3) интеграл  $\int_F xy dF$  - центробежный момент инерции той же площади относительно осей  $x$  и  $y$ .

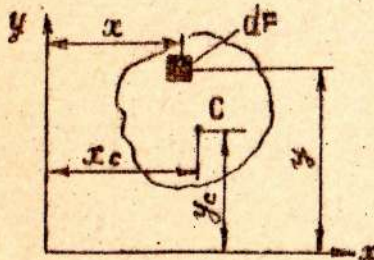


Рис. 1.1.

Отсюда следует, что размерность статических моментов - мера длины в кубе. Размерность всех моментов инерции - мера длины в четвертой степени.

Для вычисления статических моментов имеем:

$$S_x = \int_F y dF = F y_c, \quad S_y = \int_F x dF = F x_c \quad (1.1)$$

Эти выражения дают возможность сделать следующий вывод: статический момент площади относительно ее любой центральной оси (ось, проходящая через центр тяжести площади) равен нулю.

Таким образом, вычисление статических моментов требует лишь знания координат центра тяжести фигуры и ее площади. В этом случае



интегрирование отпадает. Моменты инерции не могут быть вычислены без интегрирования. Однако, если уже известны моменты инерции данной площади относительно какой-либо пары осей, то оказывается возможным вычислять моменты инерции этой площади относительно любых других осей без интегрирования, а с помощью так называемых формул перехода.

## 1.2. Формулы перехода

Вывод формул перехода при повороте осей и при их параллельном переносе имеется практически во всех учебниках и учебных пособиях по сопротивлению материалов, например в [1]. Поэтому приведем лишь их окончательные выражения.

При повороте осей  $x$  и  $y$  на угол  $\alpha$  имеем:

$$J_{x_1} = \frac{J_x + J_y}{2} + \frac{J_x - J_y}{2} \cos 2\alpha - J_{xy} \sin 2\alpha; \quad (1.2)$$

$$J_{y_1} = \frac{J_x - J_y}{2} - \frac{J_x - J_y}{2} \cos 2\alpha + J_{xy} \sin 2\alpha;$$

$$J_{x_1 y_1} = \frac{J_x - J_y}{2} \sin 2\alpha + J_{xy} \cos 2\alpha, \quad (1.3)$$

где  $J_{x_1}$ ,  $J_{y_1}$  и  $J_{x_1 y_1}$  - осевые и центробежный моменты инерции относительно осей повернутой на угол  $\alpha$  системы координат.

При параллельном переносе осей:

$$J_{x_1} = J_x + a^2 F; \quad (1.4)$$

$$J_{y_1} = J_y + b^2 F;$$

$$J_{x_1 y_1} = J_{xy} + abF, \quad (1.5)$$

где  $F$  - площадь рассматриваемого сечения,  $a$  и  $b$  - координаты  $y$  и  $x$  начала новой системы  $x_1, y_1$  в системе  $xoy$ .

## 1.3. Главные моменты и главные оси

Экстремальные осевые моменты инерции называются главными моментами инерции. Оси, относительно которых осевые моменты инерции экстремальны, называются главными осями инерции. Если главные оси проходят через центр тяжести сечения, то они называются главными центральными осями, а моменты инерции относительно этих осей - главными центральными моментами инерции.

Центробежный момент инерции относительно главных осей равен нулю, а экстремальные значения главных моментов инерции определяются по формуле:

$$J_{\max/\min} = \frac{J_x + J_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(J_x - J_y)^2 + 4J_{xy}^2}. \quad (1.6)$$

Если  $J_{xy} < 0$ , то главная ось, относительно которой момент инерции максимален, проходит через первый и третий квадранты, а если  $J_{xy} > 0$  - через второй и четвертый.

Положение главных осей определяется из выражения:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2J_{xy}}{J_y - J_x}. \quad (1.7)$$

Отрицательный угол  $\alpha$  откладывается от оси  $x$  по ходу часовой стрелки, а положительный - против хода.

## 1.4. Моменты инерции простейших сечений

Приведем окончательные выражения для определения осевых и центробежных моментов инерции некоторых простейших фигур. Кроме этого, даны выражения для площадей фигур и координат их центров тяжести.

1. Прямоугольник со сторонами  $b$  и  $h$  (рис. 1.2).

Так как рассматриваемые оси являются осями симметрии, то они будут главными центральными. Поэтому  $J_{xy} = 0$ .

$$J_x = \frac{bh^3}{12}; \quad J_y = \frac{hb^3}{12}; \quad (1.8)$$

$$F = bh; \quad x_c = y_c = 0. \quad (1.9)$$



2. Прямоугольный треугольник со сторонами  $b$  и  $h$  (рис.1.3)

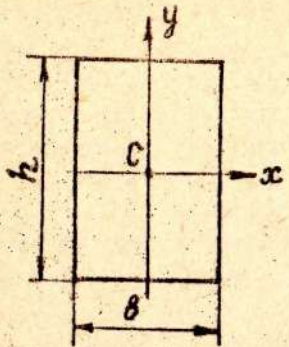


Рис.1.2.

$$J_x = \frac{bh^3}{12}; \quad J_y = \frac{hb^3}{12}; \quad J_{xy} = \frac{b^2h^2}{24}; \quad (1.10)$$

$$F = \frac{bh}{2}; \quad x_c = \frac{b}{3}; \quad y_c = \frac{h}{3}. \quad (1.11)$$

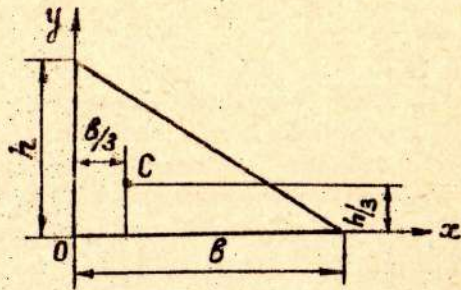


Рис.1.3.

3. Круговой сегмент радиуса  $z$ , опирающийся на центральный угол  $2\varphi_0$ .

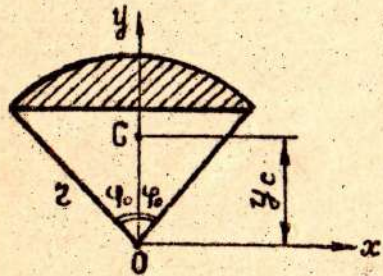


Рис.1.4.

$$J_x = \frac{z^4}{16} (4\varphi_0 - \sin 4\varphi_0);$$

$$J_y = \frac{z^4}{48} (12\varphi_0 - 8\sin 2\varphi_0 + \sin 4\varphi_0);$$

$$J_{xy} = 0. \quad (1.12)$$

$$F = z^2 (\varphi_0 - \sin 2\varphi_0); \quad (1.13)$$

$$x_c = 0, \quad y_c = \frac{2}{3} z \frac{\sin^3 \varphi_0}{\varphi_0 - \sin 2\varphi_0}$$

4. Прокатные профили ( двутавры, швеллеры, равнобокие и неравнобокие уголки ).

Величины осевых моментов относительно главных центральных осей указанных профилей, их площади и координаты центров тяжести берутся из таблиц для сортамента прокатной стали (ГОСТ 8609-72). Поэтому в дальнейшем для них будем брать  $J_{xy} = 0$ . В случае неравнобокого уголка в таблицах приведены значения только минимального осевого момента инерции. Величина осевого момента инерции (максимального) относительно другой оси может быть вычислена из выражения

$$J_{max} = J_x + J_y - J_{min}, \quad (1.14)$$

где  $J_x$  и  $J_y$  - осевые моменты инерции относительно центральных осей неравнобокого уголка, приведенные в таблицах [1].

#### 1.5. С.ределение главных центральных моментов инерции составного сечения

Рассмотрим некоторое составное сечение, которое может быть представлено как комбинация элементарных фигур (рис.1.5): прямоугольников (квадратов), прямоугольных треугольников, круговых сегментов (кругов) и прокатных профилей ( двутавры, швеллеры, равнобокие и неравнобокие уголки). В общем случае таких элементов может быть любое число. Составное сечение может также иметь любое отверстие, которое представимо в виде комбинации перечисленных выше элементарных частей, кроме прокатных профилей.

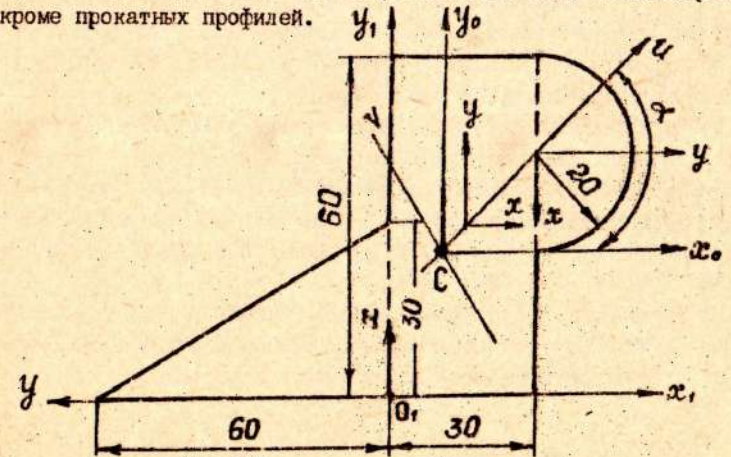


Рис.1.5.



Необходимо определить главные центральные моменты рассматриваемого составного сечения.

Решение задачи можно представить в виде следующих этапов:

1. Сечение разбивается на элементарные фигуры, указанные выше. Разбиение лучше производить таким образом, чтобы число элементарных частей было наименьшим.

2. Сечение, вычерченное в масштабе, относится к осям некоторой системы координат  $x, y$ . Систему необходимо выбирать таким образом, чтобы было легче определять координаты центров тяжести простейших фигур, из которых состоит рассматриваемое составное сечение.

3. Для каждой элементарной фигуры вводятся свои системы координат так, как показано на рис. 1.2 - 1.4 и в ГОСТ 8509-72 для прокатных профилей. Определяются их осевые и центробежные моменты относительно этих осей, а также их площади по формулам (1.8)-(1.13). Для прокатных профилей будем рассматривать их главные центральные оси, поэтому для них  $J_{xy} = 0$ .

4. Определяются осевые и центральные моменты инерции всех элементарных частей относительно осей локальных систем координат, параллельных осям исходной системы  $x, y$ , по формулам (1.2)-(1.3).

5. Зная площади и координаты центров тяжести составляющих фигур в системе  $x, y$ , вычисляются координаты центра тяжести  $C$  составного сечения с использованием формул (1.1).

6. Рассматриваются центральные оси составного сечения  $x_0, y_0$ , параллельные осям исходной системы координат, и по формулам (1.4)-(1.5) определяются осевые и центробежные моменты инерции составляющих фигур относительно этих осей.

7. Вычисляются осевые и центробежные моменты инерции всего сечения относительно центральных осей, имея в виду, что они равны алгебраической сумме моментов инерции составляющих фигур. Элемент, принадлежащий отверстию, рассматривается с отрицательной площадью, и поэтому его осевые моменты будут входить в сумму с отрицательным знаком.

8. По формуле (1.6) вычисляются главные центральные моменты инерции, а по (1.7) определяется положение главных центральных осей  $U, V$ . Проверкой расчета может служить выражение

$$J_{uv} = J_{x_0, y_0} \cos 2\alpha + \frac{J_{x_0} - J_{y_0}}{2} \sin 2\alpha = 0.$$

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЛАВНЫХ ЦЕНТРАЛЬНЫХ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ПЛОСКОГО СОСТАВНОГО СЕЧЕНИЯ НА ЭВМ

### 2.1. Основные сведения о программе

Приведенная в п.2.3 программа для определения главных центральных моментов инерции и положения главных центральных осей составного сечения написана на языке БЕЙСИК [2] и предназначена для ее реализации на любой машине, имеющей соответствующий транслятор. Следует, однако, отметить, что наиболее перспективным является использование мини/микро-ЭВМ типа "Искра"-226, "Электроника".

Реализация алгоритмов, написанных на языке БЕЙСИК на этих машинах, достаточно проста и не требует большой предварительной подготовки. При вводе программы не обязательны все ее блоки. При отсутствии в сечении той или иной фигуры можно опустить введение с пульта соответствующего блока. В этом случае опускаются указанные в комментариях REM строки. При этом дальнейшая нумерация строк не изменяется. Программа предполагает минимум подготовительных вычислений. Выполняются пункты 1 и 2, указанные в 1.5, и определяются координаты центров тяжести элементарных фигур в исходной системе координат  $x, y$ , а также углы между осями систем  $x, y$  и  $x_0, y_0$ . Таким образом, основная задача заключается в том, чтобы правильно ввести исходные числовые данные. Отметим, что для большинства практических задач подготовка и ввод числовых данных не требует большой подготовительной работы. Выполнение пунктов 3-8 полностью автоматизировано. Исходный числовой материал вводится операторами DATA. Расшифровка элементов массивов числовых данных приведена в п.2.2. При отсутствии в составном сечении какой-нибудь фигуры формирование соответствующей матрицы и ввод данных не требуются. При этом опускаются строки, указанные в комментарии REM.

В результате выполнения программы выводятся значения координат начала искомой системы  $UV$  всего сечения, угол поворота осей  $\alpha$  по отношению к исходной системе  $x, y$ , и значения главных центральных моментов инерции. Для проверки правильности решения выводится также центробежный момент инерции относительно главных центральных осей, который должен быть равным или близким нулю.

### 2.2. Список принятых обозначений

В программе использованы следующие обозначения:



- $R, T, S, P$  - соответственно число прямоугольников, треугольников, круговых сегментов и прокатных профилей;
- $A(K, L)$  - матрица исходных данных для прямоугольных элементов;  
 $K$  - порядковый номер прямоугольного элемента,  $L = 1, 2, \dots, 6$ ;
- $A(K, 1)$  - признак  $K$ -того прямоугольника:  $A(K, 1) = 1$ , если  $K$ -тый элемент не является отверстием или его частью, и  $A(K, 1) = -1$ , если этот элемент является отверстием или его частью;
- $A(K, 2)$  и  $A(K, 3)$  - соответственно ширина  $b$  и высота  $h$   $K$ -того прямоугольного элемента (рис. 1.2);
- $A(K, 4)$  и  $A(K, 5)$  - координаты центра тяжести  $K$ -того прямоугольника в исходной системе  $x, y$ , (рис. 1.5);
- $A(K, 6)$  - угол поворота осей локальной системы координат  $xu$  (рис. 1.2)  $K$ -того прямоугольника до положения, соответствующего их параллельному расположению по отношению к осям выбранной системы координат  $x, y$ , (рис. 1.5);
- $B(K, L)$  - матрица исходных данных для треугольных элементов;  
 $K$  - порядковый номер треугольного элемента,  $L = 1, 2, \dots, 6$ ;
- $B(K, 1)$  - признак  $K$ -того треугольного элемента. Определяется так же, как и  $A(K, 1)$ ;
- $B(K, 2)$  и  $B(K, 3)$  - соответственно основание  $b$  и высота  $h$  ( $K$ -того треугольника);
- $B(K, 4)$  и  $B(K, 5)$  - координаты  $x, y$ , центра тяжести  $K$ -того треугольника в исходной системе  $x, y$ , (рис. 1.5);
- $B(K, 6)$  - угол поворота осей локальной системы координат (рис. 1.3)  $K$ -того треугольника до положения, соответствующего их параллельному расположению по отношению к осям выбранной системы  $x, y$ , (рис. 1.5);
- $C(K, L)$  - матрица исходных данных для круговых сегментов;  
 $K$  - порядковый номер кругового сегмента,  $L = 1, 2, \dots, 6$ ;
- $C(K, 1)$  - признак  $K$ -того кругового сегмента. Определяется так же, как  $A(K, 1)$  и  $B(K, 1)$ ;
- $C(K, 2)$  и  $C(K, 3)$  - соответственно радиус  $z$  и угол  $\varphi_0$  (в радианах)  $K$ -того кругового сегмента;

- $C(K, 4)$  и  $C(K, 5)$  - координаты центра тяжести  $K$ -того кругового сегмента в системе  $x, y$ , (рис. 1.5);
- $C(K, 6)$  - угол поворота осей  $x, y$  (рис. 1.4) до положения, соответствующего их параллельному расположению по отношению к осям выбранной системы  $x, y$ , (рис. 1.5);
- $D(K, L)$  - матрица исходных данных для прокатных профилей;  
 $K$  - порядковый номер прокатного профиля,  $L = 1, 2, \dots, 6$ ;
- $D(K, 1)$  - площадь  $K$ -того прокатного профиля;
- $D(K, 2)$  и  $D(K, 3)$  - главные центральные моменты инерции  $K$ -того прокатного профиля;
- $D(K, 4)$  и  $D(K, 5)$  - координаты центра тяжести  $K$ -того прокатного профиля в исходной системе координат  $x, y$ ;
- $D(K, 6)$  - угол поворота главных центральных осей  $K$ -того прокатного профиля до положения, соответствующего их параллельному расположению по отношению к осям исходной системы  $x, y$ ;
- $F(L, K), I(L, K), j(L, K), z(L, K)$  - соответственно площадь, осевые  $J_x$  и  $J_y$  и центробежный момент инерции  $K$ -той элементарной фигуры относительно систем координат  $xu$  (рис. 1.2 - 1.4);  $L = 1, 2, 3, 4$  соответственно для прямоугольников, треугольников, сегментов и прокатных профилей;
- $U(L, K), V(L, K), W(L, K)$  - соответственно осевые  $J_x, J_y$  и центробежный моменты инерции  $K$ -той элементарной фигуры относительно осей, параллельных осям выбранной системы координат;  
 $L = 1, 2, 3, 4$  соответственно для прямоугольников, треугольников, сегментов и прокатных профилей;
- $s\phi(K), x(K), y(K)$  - соответственно сумма площадей и сумма статических моментов всех прямоугольников ( $K=1$ ), треугольников ( $K=2$ ), сегментов ( $K=3$ ) и прокатных профилей ( $K=4$ ) относительно осей исходной системы;
- $P\theta(K), Q(K), R(K)$  - соответственно сумма осевых и центробежных моментов инерции относительно центральных осей, параллельных исходной системе координат всех прямоугольников ( $K=1$ ), треугольников ( $K=2$ ), сегментов ( $K=3$ ) и прокатных профилей ( $K=4$ );



$x\phi$  и  $y\phi$  - координаты центра тяжести  $C$  составного сечения в системе  $x, y$ , (рис.1.5);

$A1$  - угол  $\alpha$ , определяющий положение главных центральных осей сечения  $U$  и  $V$ ;

$I\phi$  и  $j(\phi)$  - главные центральные моменты инерции сечения относительно осей  $U$  и  $V$  (рис.1.5);

$W\phi$  - центральный момент инерции (должен быть равен нулю).

Остальные переменные, используемые в программе, носят вспомогательный характер.

В программе используются две подпрограммы. Одна (строки 1000-1000) вычисляет осевые и центробежные моменты инерции элементарных фигур относительно осей, параллельных осям выбранной системы координат  $x, y$ , а также их статические моменты и площади. Вторая подпрограмма (строки 1470-1520) вычисляет моменты инерции элементарных фигур относительно центральных осей  $x_0, y_0$ , параллельных осям исходной системы  $x, y$ .

### 2.3. Программа для определения главных центральных моментов инерции составного сечения

```
10 REM ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЛАВНЫХ ЦЕНТРАЛЬНЫХ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ
20 LET R=1
30 LET T=1
40 LET S=1
50 LET P=0
60 DIM A(9,6), B(9,6), C(9,6), D(9,6)
70 DIM F(4,9), I(4,9), j(4,9), z(4,9), u(4,9), v(4,9), w(4,9)
80 DIM S0(4), X(4), Y(4), P0(4), Q(4), R0(4)
90 FOR K=1 TO 4
100 LET S0(K)=0
110 LET X(K)=0
120 LET Y(K)=0
130 LET P0(K)=0
140 LET Q(K)=0
150 LET R0(K)=0
160 NEXT K
```

```
170 IF R=0 THEN 340
```

```
180 REM ВВОД ДАННЫХ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ
190 REM ДЛЯ ПРЯМОУГОЛЬНИКОВ
```

```
190 REM ЕСЛИ R=0, СТРОКИ 200-330 МОЖНО ОПУСТИТЬ
```

```
200 DATA 1,3,6,1.5,3,0
```

```
210 FOR K=1 TO R
```

```
220 FOR L=1 TO 6
```

```
230 READ A(K,L)
```

```
240 NEXT L
```

```
250 LET F(1,K)=A(K,2)*A(K,3)
```

```
260 LET I(1,K)=A(K,2)*A(K,3)^3/12
```

```
270 LET j(1,K)=A(K,3)*A(K,2)^3/12
```

```
280 LET z(1,K)=0
```

```
290 LET A1=2*A(K,6)
```

```
300 LET G=A(K,4)
```

```
310 LET H=A(K,5)
```

```
315 LET N=1
```

```
316 LET M=A(K,1)
```

```
320 GOSUB 920
```

```
330 NEXT K
```

```
340 IF T=0 THEN 530
```

```
350 REM ВВОД ДАННЫХ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ
351 REM ДЛЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ
```

```
360 REM ЕСЛИ T=0, СТРОКИ 370-520 МОЖНО ОПУСТИТЬ
```

```
370 DATA 1,3,6,-2,1,-1.5708
```

```
380 FOR K=1 TO T
```

```
390 FOR L=1 TO 6
```

```
400 READ B(K,L)
```

```
410 NEXT L
```

```
420 LET F(2,K)=B(K,2)*B(K,3)/2
```

```
430 LET I(2,K)=B(K,2)*B(K,3)^3/12
```

```
440 LET j(2,K)=B(K,3)*B(K,2)^3/12
```

```
450 LET z(2,K)=B(K,2)^2*B(K,3)^2/24
```

```
460 LET A1=2*B(K,6)
```



```

470 LET G = B (K, 4)
480 LET H = B (K, 5)
490 LET N = 2
500 LET M = B (K, 1)
510 GOSUB 920
520 NEXT K
530 IF S = 0 THEN 740
540 REM Ввод данных и определение моментов инерции
541 REM для сегментов
550 REM Если S = 0, строки 560 - 730 можно опустить
560 DATA 1, 2, 1.5708, 3.84882, 4, 1.5708
570 FOR K = 1 TO S
580 FOR L = 1 TO 6
590 READ C (K, L)
600 NEXT L
610 LET C2 = C (K, 2)
620 LET C3 = C (K, 3)
630 LET F (3, K) = C2 * 2 * (C3 - SIN (2 * C3))
640 LET I (3, K) = C2 * 14 / 16 * (4 * C3 - SIN (4 * C3))
650 LET j (3, K) = C2 * 14 / 48 * (12 * C3 - 8 * SIN (2 * C3) + SIN (4 * C3))
660 LET z (3, K) = 0
670 LET A1 = 2 * C (K, 6)
680 LET G = C (K, 4)
690 LET H = C (K, 5)
700 LET N = 3
710 LET M = C (K, 1)
720 GOSUB 920
730 NEXT K
740 IF P = 0 THEN 1080
750 REM Ввод данных и определение моментов инерции
751 REM для прокатных профилей
760 REM Если P = 0, строки 770 - 910 можно опустить
770 DATA 0, 0, 0, 0, 0, 0
780 FOR K = 1 TO P
790 FOR L = 1 TO 6
800 READ D (K, L)

```

```

810 NEXT L
820 LET N = 4
825 LET F (N, K) = D (K, 1)
830 LET I (N, K) = D (K, 2)
840 LET j (N, K) = D (K, 3)
850 LET z (N, K) = 0
860 LET A1 = 2 * D (K, 6)
870 LET G = D (K, 4)
880 LET H = D (K, 5)
890 LET M = 1
900 GOSUB 920
910 NEXT K
920 LET I1 = I (N, K)
930 LET j1 = j (N, K)
940 LET z1 = z (N, K)
950 IF M > 0 THEN 1000
960 LET F (N, K) = -F (N, K)
970 LET I1 = -I1
980 LET j1 = -j1
990 LET z1 = -z1
1000 LET U (N, K) = (I1 + j1) / 2 + (I1 - j1) / 2 * COS (A1) - z1 * SIN (A1)
1010 LET V (N, K) = U (N, K) - (I1 - j1) * COS (A1) + 2 * z1 * SIN (A1)
1020 LET W (N, K) = (I1 - j1) / 2 * SIN (A1) + z1 * COS (A1)
1030 LET S0 (N) = S0 (N) + F (N, K)
1040 LET X (N) = X (N) + H * F (N, K)
1050 LET Y (N) = Y (N) + G * F (N, K)
1060 RETURN
1070 REM Определение координат центра
1071 REM тяжести сечения
1080 LET X0 = (Y (1) + Y (2) + Y (3) + Y (4)) / (S0 (1) + S0 (2) + S0 (3) + S0 (4))
1090 LET Y0 = (X (1) + X (2) + X (3) + X (4)) / (S0 (1) + S0 (2) + S0 (3) + S0 (4))
1100 REM Определение центральных моментов инерции
1101 REM составного сечения

```



```

1110 REM ДЛЯ ПРЯМОУГОЛЬНИКОВ
1120 IFR=0 THEN 1210
1130 REM ЕСЛИ R=0, СТРОКИ 1140-1190 МОЖНО ОПУСТИТЬ
1140 FOR K=1 TO R
1150 LET N=1
1160 LET G=A(K,4)
1170 LET H=A(K,5)
1180 GOSUB 1470
1190 NEXTK
1200 REM ДЛЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ
1210 IF T=0 THEN 1300
1220 REM ЕСЛИ T=0, СТРОКИ 1230-1280 МОЖНО ОПУСТИТЬ
1230 FOR K=1 TO T
1240 LET N=2
1250 LET G=B(K,4)
1260 LET H=B(K,5)
1270 GOSUB 1470
1280 NEXTK
1290 REM ДЛЯ СЕГМЕНТОВ
1300 IFS=0 THEN 1390
1310 REM ЕСЛИ S=0, СТРОКИ 1320-1370
1320 FOR K=1 TO S
1330 LET N=3
1340 LET G=C(K,4)
1350 LET H=C(K,5)
1360 GOSUB 1470
1370 NEXTK
1380 REM ДЛЯ ПРОКАТНЫХ ПРОФИЛЕЙ
1390 IF P=0 THEN 1540
1400 REM ЕСЛИ P=0 СТРОКИ 1410-1460 МОЖНО ОПУСТИТЬ
1410 FOR K=1 TO P
1420 LET N=4
1430 LET G=D(K,4)

```

```

1440 LET H=D(K,5)
1450 GOSUB 1470
1460 NEXT K
1465 REM GOTO 1540
1470 LET G=G-X0
1480 LET H=H-Y0
1490 LET P0(N)=P0(N)+U(N,K)+F(N,K)*H*2
1500 LET Q(N)=Q(N)+V(N,K)+F(N,K)*G*2
1510 LET R0(N)=R0(N)+W(N,K)+F(N,K)*G*H
1520 RETURN
1530 REM ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЛАВНЫХ ЦЕНТРАЛЬНЫХ
1531 REM МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ
1540 LET I1=P0(1)+P0(2)+P0(3)+P0(4)
1550 LET J1=Q(1)+Q(2)+Q(3)+Q(4)
1560 LET W1=R0(1)+R0(2)+R0(3)+R0(4)
1570 LET A1=ATN(2*W1/(J1-I1))/2
1580 LET I0=(I1+J1)/2+SQR((I1-J1)^2+4*W1^2)/2
1590 LET J0=I1+J1-I0
1600 LET W0=(I1-J1)/2*SEN(2*A1)+W1*(2*A1)
1610 PRINT "X0="X0, "Y0="Y0, "A1="A1, "I0="I0, "J0="J0
1615 PRINT "W0="W0
1620 END

```



2.4. Примеры определения положения главных центральных осей и главных центральных моментов инерции составного сечения

Рассмотрим составное сечение, представленное на рис. 1.5.

Очевидно, его можно разбить на три элементарные части: один прямоугольник, один треугольник и один полукруг (круговой сегмент с  $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$  см. рис. 1.4). Прокатные профили отсутствуют. Следовательно, в программе (строки 2φ - 5φ) задаем  $R=1, T=1, S=1, P=\emptyset$ . Вводим исходную систему координат  $x, y$ , как показано на рис. 1.5.\*) Для каждого элемента вводим свою систему координат  $x_i, y_i$  в соответствии с рис. 1.2 - 1.4 и определяем основные параметры.

Для прямоугольника:  $b=3, h=6$  абсцисса и ордината центра тяжести в системе  $x, y$ , соответственно  $x_1=1.5$  и  $y_1=3$ , угол поворота осей  $x$  и  $y$  до положения, соответствующего их параллельному расположению с осями  $x_1$  и  $y_1$ , равен  $\emptyset$ . Прямоугольник не является отверстием. Так как имеется один прямоугольник, матрица  $A(L, K)$  будет иметь одну строку со следующими элементами (см. п. 2.2):

$$A(1,1)=1, A(1,2)=3, A(1,3)=6, A(1,4)=1.5, A(1,5)=3, A(1,6)=\emptyset.$$

Эти данные вводятся оператором DATA в строке 2φφ.

Для треугольника  $b=3, h=6$  координаты центра тяжести в системе  $x, y$ , равны  $x_1=-2$  и  $y_1=1$ . Для того, чтобы оси  $x$  и  $y$  были параллельны осям  $x_1$  и  $y_1$ , их надо повернуть по ходу часовой стрелки на  $\pi/2$ . Треугольник не является отверстием. Формируем матрицу  $B$ :  $B(1,1)=1, B(1,2)=3, B(1,3)=6, B(1,4)=-2, B(1,5)=1, B(1,6)=-\frac{\pi}{2}=-1.5708$ . Эти данные вводятся оператором DATA в строке 3φφ.

Для полукруга  $r=2, \varphi_0=\frac{\pi}{2}=1.5708$  координаты центра тяжести  $x_1$  и  $y_1$  находим, предварительно определив его координаты в системе  $x, y$  по формуле (1.13). В итоге получим  $x_1=3.84882, y_1=4$ . Систему  $x, y$  необходимо повернуть на угол  $\pi/2$  против хода часовой стрелки. Полукруг не принадлежит отверстию. Составляем матрицу  $C$ :  $C(1,1)=1, C(1,2)=2, C(1,3)=\frac{\pi}{2}=1.5708, C(1,4)=3.84882, C(1,5)=4, C(1,6)=\frac{\pi}{2}=1.5708$ . Эти данные вводятся оператором DATA в строке 5φφ.

\*) Можно ввести любую другую систему. При этом меняются лишь исходные данные, кото, не вводятся операторами DATA.

Следует иметь в виду, что программа вводит матрицы построчно. Поэтому нельзя допускать перестановки данных в операторах DATA.

Поскольку прокатных профилей нет, то строки 75φ - 91φ, а также 14φφ - 146φ можно при вводе опустить. При этом нумерацию строк изменять не следует.

Из примера видно, что необходим минимум подготовительной работы, не требующий больших затрат времени.

В результате выполнения программы получаются следующие результаты:

$$X\phi = \emptyset.997 \text{ см}; Y\phi = 2.65 \text{ см}; A1 = \emptyset.57892;$$

$$I\phi = 53.03 \text{ см}^4; J\phi = 220.02 \text{ см}^4; W\phi = \emptyset.0006 \text{ см}^4$$

$x\phi$  и  $y\phi$  - координаты центра тяжести  $C$  в системе  $x, y$ ,  $A1$  - угол  $\alpha = 33^\circ 11'$ ,  $I\phi$  и  $J\phi$  - осевые моменты инерции относительно осей  $u$  и  $v$ ,  $W\phi$  - центробежный момент всего сечения относительно этих осей.

Рассмотрим еще один пример определения положения главных центральных осей и главных центральных моментов инерции составного сечения, представленного на рис. 1.6. Оно состоит из двух швеллеров № 12, неравнобокого уголка № 16/10 и прямоугольного листа. Из таблиц сортамента прокатной стали находим все необходимые размеры. Выбираем систему координат  $x, y$ , так, как показано на рис. 1.6. Системы  $x_i, y_i$  для каждого элемента выбираем в соответствии с рис. 1.2 - 1.4 и рисунками, приведенными в таблицах.

Для каждого прокатного профиля рассматриваем его главные центральные оси. Их также будем обозначать через  $x$  и  $y$ .

Итак, рассматриваемое сечение состоит из одного прямоугольника  $R=1$  и трех прокатных профилей  $P=3$ . Треугольники и круговые сегменты отсутствуют, значит  $T=\emptyset, S=\emptyset$ .

Составляем матрицу  $A$ , состоящую в данном случае из одной строки (см. п. 2.2):

$$A(1,1)=1, A(1,2)=1, A(1,3)=24, A(1,4)=5.7, A(1,5)=12, A(1,6)=\emptyset.$$

Матрица  $D$  в данном случае будет состоять из трех строк. Пусть первая строка этой матрицы состоит из данных для уголка, а вторая и третья - соответственно для левого и правого швеллера. Учитывая все размеры составляющих элементов и принятые в п. 2.2 обозначения, получим:



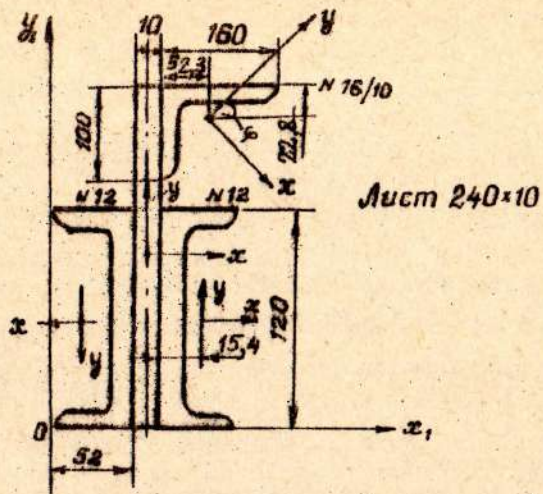


Рис. 1.6

$$D(1,1)=25,3, D(1,2)=75\varnothing, D(1,3)=121, D(1,4)=11,43, D(1,5)=21,72, D(1,6)=1,199,$$

$$D(2,1)=13,3, D(2,2)=304, D(2,3)=31,2, D(2,4)=3,56, D(2,5)=6, D(2,6)=3,1416$$

$$D(3,1)=13,3, D(3,2)=304, D(3,3)=31,2, D(3,4)=7,74, D(3,5)=6, D(3,6)=0$$

Следует отметить, что все элементы матрицы  $D$  берутся или вычисляются непосредственно из рис. 1.6. Исключение составляет лишь элемент  $D(1,2)$ , представляющий собой главный центральный момент инерции неравнобокого уголка относительно оси  $x$ . Его величину находим из выражения (1.14).

Вводя матрицы  $A$  и  $D$ , в результате получим:

$$\chi\varnothing = 7,61, \chi\varnothing = 13,1, A1 = -0,326 = -18^{\circ}4\varnothing', I\varnothing = 572\varnothing, j\varnothing = 9\varnothing\varnothing,$$

$$W\varnothing = \varnothing, \varnothing\varnothing 1.$$

Значение центробежного момента близко к  $\varnothing$ , значит расчет правильный.

### Список литературы

1. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. - М.: Наука, 1986. - 512с.
2. Уорт Т. Программирование на языке БЕЙСИК. - М.: Машиностроение, 1981. - 255с.

Составители: Владимир Иванович Онищенко  
Александр Михайлович Долгов  
Василий Петрович Равишин  
Сергей Евгеньевич Блохин

### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЯ "ОПРЕДЕЛЕНИЕ  
ГЛАВНЫХ ЦЕНТРАЛЬНЫХ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ  
СОСТАВНОГО СЕЧЕНИЯ" НА МИКРО-ЭВМ ПО  
ДИСЦИПЛИНЕ "СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ"  
ДЛЯ СТУДЕНТОВ СПЕЦИАЛЬНОСТИ 0506

Ответств. за выпуск Э.В. Нерсесян  
Редактор С.С. Графская  
Редакционно-издательский отдел

Подписано в печать 11.02.88 Формат 60x84/16.  
Бум. тип. №3. Офс. печ. Усл. печ. 1,2.  
Уч. - изд л.1,2. Тираж 200 экз. Заказ 119. Бесплатно.

Ротапринт ДГИ им. Артема  
320600, г. Днепропетровск, пр.К.Маркса, 19