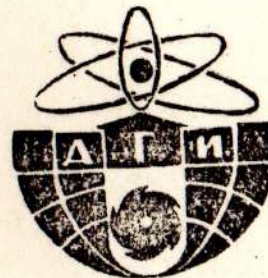


Бесплатно

Министерство высшего и среднего специального  
образования УССР  
Днепропетровский ордена Трудового Красного Знамени  
горный институт им. Артема



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
К ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТА СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫХ  
ПЛОСКИХ ФЕРМ С ПРИМЕНЕНИЕМ ПРОГРАММИРУЕМЫХ  
МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ "ТЕОРЕ-  
ТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА"

для студентов специальностей 17.01, 09.06



Днепропетровск  
1991

Министерство высшего и среднего специального  
образования УССР  
Днепропетровский ордена Трудового Красного Знамени  
горный институт им. Артема

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

К ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТА СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫХ  
ПЛОСКИХ ФЕРМ С ПРИМЕНЕНИЕМ ПРОГРАММИРУЕМЫХ  
МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ "ТЕОРЕ-  
ТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА"

для студентов специальностей I7.01, 09.06

Утверждено  
на заседании кафедры  
строительной и теоре-  
тической механики  
Протокол № 23  
от 23.10.90.

Днепропетровск  
1991

Методические указания к выполнению расчета статически определенных плоских ферм с применением программируемых микрокалькуляторов по дисциплине "Теоретическая механика" для студентов специальностей 17.01, 09.06 /Сост.: В.И.Онищенко, С.Е.Блохин, Г.Д.Пахомов, В.Е.Артюхова, Э.В.Нерсесян.- Днепропетровск: ДГИ, 1991.  
- 36 с.

Составители: В.И.Онищенко, канд. физ.-мат. наук, проф.  
С.Е.Блохин, д-р техн. наук, проф.  
Г.Д.Пахомов, В.Е.Артюхова, Э.В.Нерсесян

Ответственный за выпуск зав. кафедрой строительной и теоретической механики В.И.Онищенко, канд. физ.-мат. наук, проф.

## I. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ФЕРМ

### I.1. Основные понятия о ферме

Фермой называется жесткая конструкция из прямолинейных стержней, соединяемых на концах шарнирами. Места соединения стержней фермы называются узлами.

Отметим, что не всякое шарнирное соединение стержней является фермой. Ферма, прежде всего, обязана представлять собой жесткую стержневую систему, т.е. под действием приложенных к узлам сил стержни ее не должны изменять своего взаимного положения.

Чтобы получить простейшую жесткую ферму, достаточно соединить шарнирами три стержня (рис.1а).

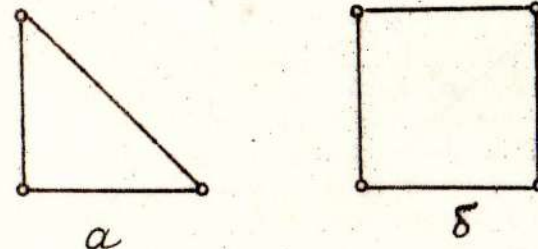


Рис. I

Если соединить шарнирами четыре стержня, то мы получим не ферму, а механизм (рис.1б). В этом случае под действием приложенных к узлам сил стержни будут иметь относительные перемещения.

Фермы могут иметь лишние стержни или их не иметь. Ферма не имеет лишних стержней, если при снятии хотя бы одного стержня она теряет свойства жесткости. Такая ферма показана на рис.2а. Убрав диагональный стержень, мы получим механизм (рис.2б).

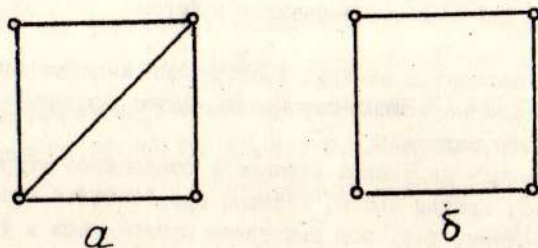


Рис.2

Простейшая ферма, изображенная на рис.3а, имеет один лишний стержень. Убрав диагональный стержень, мы получим жесткую конструкцию, состоящую из двух треугольников (рис.3б).

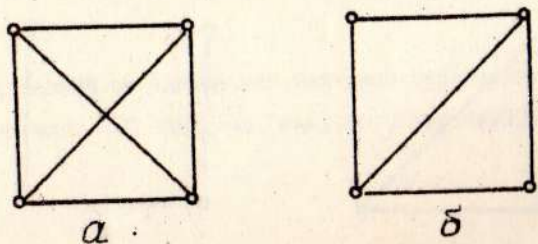


Рис.3

В плоской ферме без лишних стержней, образованной из стержневых треугольников, имеет место следующая зависимость между числом стержней  $K$  и числом узлов  $n$

$$K = 2n - 3.$$

Если  $K < 2n - 3$ , то система шарнирно сочлененных концами стержней будет изменяемой стержневой системой. Она не является фермой.

Если  $K > 2n - 3$ , то ферма имеет лишние стержни. Необходимо

отметить, что условие  $K = 2n - 3$  должно соблюдаться как для всей фермы в целом, так и для отдельных ее частей. Это условие является необходимым, но не всегда достаточным. Так, например, для фермы, изображенной на рис.4, условие  $K = 2n - 3$  ( $9 - 2 \cdot 6 - 3$ ) соблюдено и, следовательно, ферма не имеет лишних стержней. Однако стержни расставлены неверно и правая часть фермы не является жесткой.

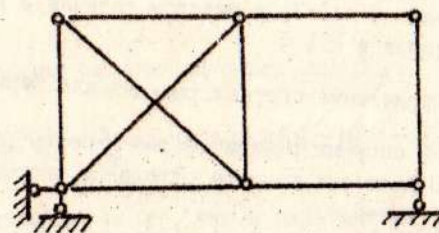


Рис.4

Обычно ферму устанавливают на две опоры, одна из которых должна быть неподвижной, а другая подвижной (на катках).

Ферма, не имеющая лишних стержней, является статически определимой, так как при названных выше типах опор величины опорных реакций и усилия во всех ее стержнях могут быть найдены из уравнений статики. Ферма, имеющая лишние стержни, является статически неопределимой — усилия во всех ее стержнях не могут быть найдены из уравнений статики. Расчет такого типа ферм изучается дисциплиной "Строительная механика".

В настоящих методических указаниях мы будем рассматривать только плоские статически определимые фермы. При их расчете принимаются следующие допущения:

1. Стержни в узлах соединяются идеальными шарнирами.
2. Вес стержней отсутствует.
3. Все активные силы прикладываются к ферме только в ее узлах.

В реально существующих фермах стержни соединяются между собой не шарнирно, а наглухо, при помощи сварки или заклепок и, конечно, имеют вес. Однако принятые допущения позволяют производить расчет реальных ферм наи более просто (стержни фермы будут испытывать только продольные усилия) и получать результаты, достаточно близкие к действительным.

Расчет фермы сводится к определению опорных реакций и усилий в ее стержнях. Опорные реакции определяются обычными методами статики. Пример определения опорных реакций для фермы приведен в п.1.2.

Усилия в стержнях фермы аналитически могут быть определены одним из следующих методов - методом вырезания узлов или методом сечений (метод Риттера). Однако на практике эти методы применяются комбинированно. Определение усилий методом вырезания узлов в стержнях плоской фермы дано в п.1.3, а методом сечений в комбинации с методом вырезания узлов в п.1.4.

### 1.2. Определение опорных реакций для фермы

При определении опорных реакций ферма в целом рассматривается как твердое тело. В качестве примера определим опорные реакции фермы, изображенной на рис.5.

В точке А фермы - шарнирная неподвижная опора. Реакция такой опоры проходит через ось шарнира и может иметь любое направление в плоскости чертежа. При решении задач эта реакция представляется ее составляющими  $X_A$  и  $Y_A$ , параллельными соответствующим осям координат. В точке В фермы - шарнирная подвижная опора. Реакция такой опоры направлена по нормали к поверхности, на которую опираются катки опоры. В данном случае она вертикальна.

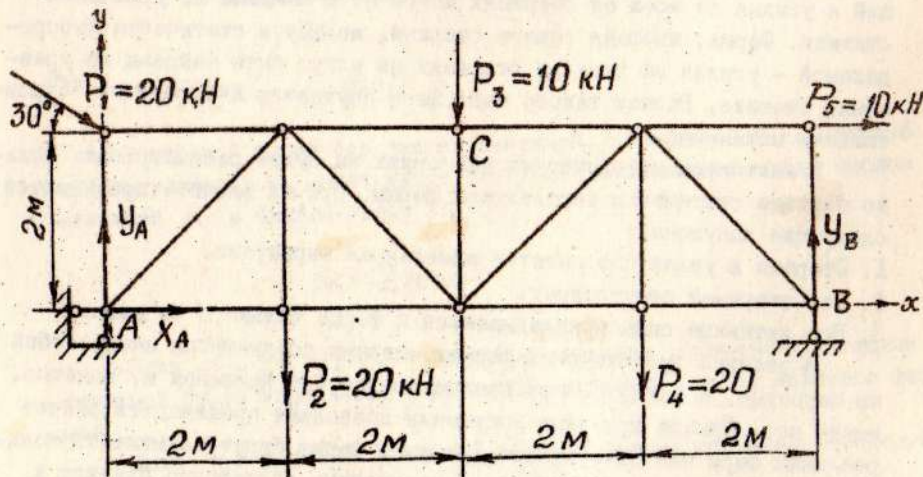


Рис.5

Реакции в точках А и В определим, составив три уравнения равновесия для всей фермы:

$$\sum F_{kx} = P_1 \cos 30^\circ + X_A + P_5 = 0; \quad (1)$$

$$\sum F_{ky} = -P_1 \cos 60^\circ - P_3 + Y_A - P_2 - P_4 + Y_B = 0; \quad (2)$$

$$\sum M_A = -P_1 \cos 30^\circ \cdot 2 - P_2 \cdot 2 - P_3 \cdot 4 - P_4 \cdot 6 - P_5 \cdot 2 + Y_B \cdot 8 = 0. \quad (3)$$

Из первого уравнения равновесия определим  $X_A$ :

$$X_A = -P_1 \cos 30^\circ - P_5 = -20 \cdot 0,866 - 10 = -27,32 \text{ кН.}$$

Знак "минус" указывает на то, что в действительности реакция направлена в противоположную сторону. В дальнейших расчетах, при определении усилий в стержнях фермы, мы ее будем направлять влево.

Из третьего уравнения определим  $Y_B$ :

$$Y_B = \frac{P_1 \cos 30^\circ \cdot 2 + P_2 \cdot 2 + P_3 \cdot 4 + P_4 \cdot 6 + P_5 \cdot 2}{8} =$$

$$= \frac{20 \cdot 0,866 \cdot 2 + 20 \cdot 2 + 10 \cdot 4 + 20 \cdot 6 + 10 \cdot 2}{8} = 31,83 \text{ кН.}$$

Подставив найденное значение  $Y_B$  во второе уравнение, определим величину  $Y_A$ :

$$Y_A = P_1 \cos 60^\circ + P_3 - P_2 - P_4 - Y_B = 20 \cdot 0,866 + 10 + 20 + 20 - 31,83 =$$

$$= 28,17 \text{ кН.}$$

Найдя опорные реакции, необходимо сделать проверку правильности их определения. Для выполнения такой проверки нужно взять моменты всех сил, действующих на ферму, относительно любой точки плоскос-

ти. В это уравнение войдут и моменты от найденных выше опорных реакций. Если реакции найдены верно, то уравнение моментов обратится в тождество ( $0=0$ ).

В рассматриваемой задаче, чтобы в уравнение моментов вошли все три найденные реакции, возьмем моменты всех сил относительно точки С.

$$\sum M_C = P_1 \cos 60^\circ \cdot 4 + X_A \cdot 2 - Y_A \cdot 4 + P_2 \cdot 2 - P_4 \cdot 2 + Y_B \cdot 4 = 0.$$

Подставив в это уравнение найденные выше значения реакций  $X_A, Y_A$  и  $Y_B$ , получим тождество  $0=0$ .

$$20 \cdot 0,5 \cdot 4 - 27,32 \cdot 2 - 28,17 \cdot 4 + 20 \cdot 2 - 20 \cdot 2 +$$

$$+ 31,83 \cdot 4 = 0;$$

$$40 - 54,64 - 112,68 + 127,32 = 0$$

$$\text{или } 0 = 0.$$

### 1.3. Определение усилий в стержнях фермы методом вырезания узлов

Этот метод применяется в том случае, когда надо найти усилия во всех стержнях фермы. Он заключается в последовательном вырезании узлов фермы и рассмотрении условий равновесия вырезанных узлов. Последовательно вырезаются те узлы фермы, которые содержат не более двух неизвестных усилий.

Ход расчетов рассмотрим на примере определения усилий в стержнях фермы, изображенной на рис. 6.

Пронумеруем узлы и стержни фермы арабскими цифрами. Цифры, обозначающие номера узлов, заключим в кружочки. Мысленно отрезем второй узел фермы. Первый узел отрезать нельзя, так как в нем сходятся три стержня, усилия в которых неизвестны. Рассмотрим равновесие отрезанного узла.

Узел изображен на рис. 7. Обозначим усилия в стержнях I и 2 через  $N_1$  и  $N_2$ . Для данного узла и в дальнейшем все усилия в стержнях, образующих узел, всегда будем направлять от узла.

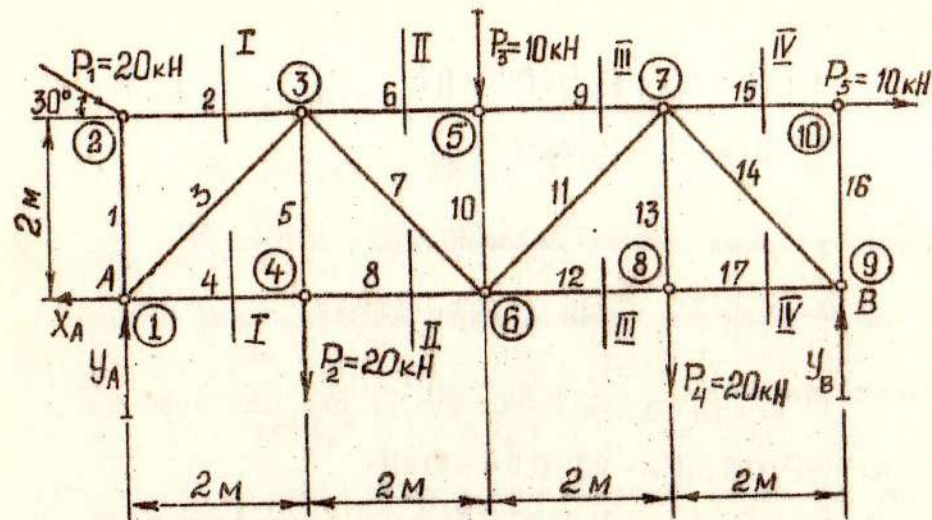


Рис. 6

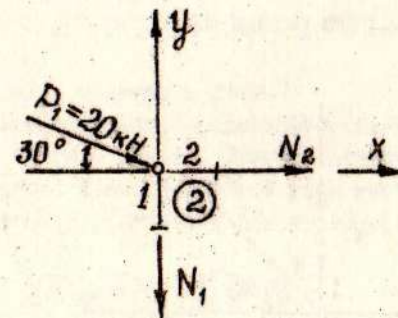


Рис. 7

Силы  $N_1, N_2$  и  $P_1$ , действующие на второй узел, пересекаются в одной точке. Для такой системы сил можно составить два уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = N_2 + P_1 \cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = -N_1 - P_1 \cos 60^\circ = 0.$$

Из первого уравнения определим значение  $N_2$ :

$$N_2 = -P_1 \cos 30^\circ = -20 \cdot 0,866 = -17,32 \text{ кН}.$$

Из второго уравнения

$$N_1 = -P_1 \cos 60^\circ = -20 \cdot 0,5 = -10 \text{ кН}.$$

Отрицательные знаки усилий  $N_1$  и  $N_2$  показывают, что соответствующие стержни сжаты.

Найденные усилия запишем в табл. I.

Рассмотрим далее первый узел. Он изображен на рис.8. Здесь уместно отметить, что при принятых размерах фермы наклонные стержни образуют с горизонтом углы, равные  $45^\circ$ .

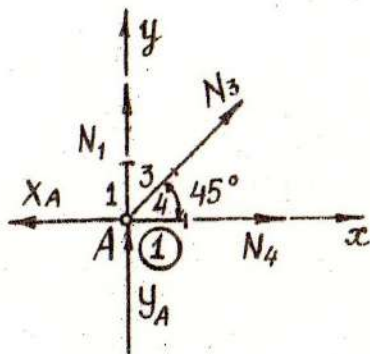


Рис.8

Уравнения равновесия первого узла:

$$\sum F_{kx} = N_4 + N_3 \cos 45^\circ - X_A = 0;$$

$$\sum F_{ky} = N_1 + Y_A + N_3 \cos 45^\circ = 0.$$

Из второго уравнения определим неизвестное усилие  $N_3$ :

$$N_3 = \frac{-N_1 - Y_A}{\cos 45^\circ} = \frac{10 - 28,17}{0,707} = -25,7 \text{ кН}.$$

В это выражение величина ранее найденного усилия  $N_1$  подставляется с учетом знака ( $N_1 = -10$  кН).

Из первого уравнения определим усилие  $N_4$ , подставив найденное значение  $N_3$  ( $N_3 = -25,7$  кН) и величину реакции  $X_A$  ( $X_A = 27,32$  кН):

$$N_4 = X_A - N_3 \cos 45^\circ = 27,32 + 25,7 \cdot 0,707 = 45,49 \text{ кН}.$$

Найденные усилия запишем в табл. I.

В третьем узле подлежат определению усилия в трех стержнях: 5, 6, 7 ( $N_2$  и  $N_3$  найдены ранее). Поэтому перейдем к рассмотрению равновесия четвертого узла. Четвертый узел изображен на рис.9.

Запишем уравнения равновесия для этого узла:

$$\sum F_{kx} = N_8 - N_4 = 0;$$

$$\sum F_{ky} = N_6 - P_2 = 0.$$

Из первого уравнения

$$N_8 = N_4 = 45,49 \text{ кН}.$$

Из второго уравнения

$$N_5 = P_2 = 20 \text{ кН.}$$

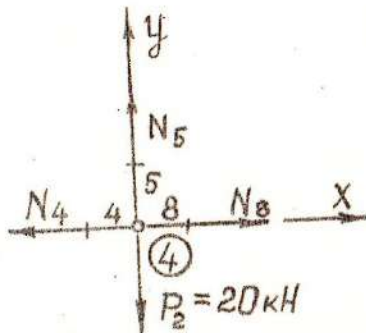


Рис. 9

После определения  $N_5$  перейдем к рассмотрению равновесия третьего узла (рис. 10).

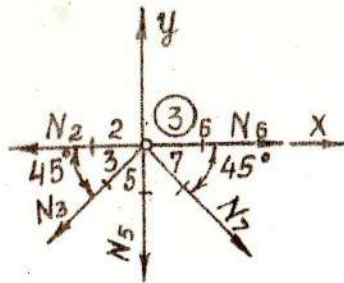


Рис. 10

Уравнения равновесия для узла:

$$\sum F_{kx} = N_6 - N_2 + N_7 \cos 45^\circ - N_3 \cos 45^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = -N_3 \cos 45^\circ - N_5 - N_7 \cos 45^\circ = 0.$$

Из второго уравнения

$$N_7 = \frac{-N_3 \cos 45^\circ - N_5}{\cos 45^\circ} = \frac{25,7 \cdot 0,707 - 20}{0,707} = -2,588 \text{ кН.}$$

Из первого уравнения

$$N_6 = N_2 - N_7 \cos 45^\circ + N_3 \cos 45^\circ = -17,32 + 2,588 \cdot 0,707 - 25,7 \cdot 0,707 = -33,66 \text{ кН.}$$

Аналогично предыдущему найденные усилия  $N_7$  и  $N_6$  запишем в табл. I.

Мысленно вырежем пятый узел (рис. 11):

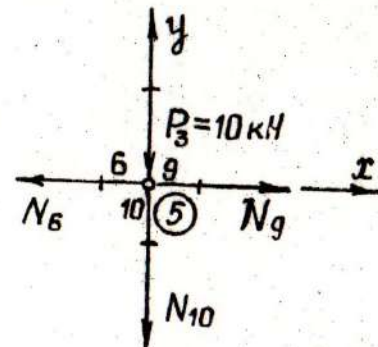


Рис. 11



Для пятого узла

$$\sum F_{kx} = N_9 - N_6 = 0;$$

$$\sum F_{ky} = -P_3 - N_{10} = 0.$$

Отсюда

$$N_9 = N_6 = -33,66 \text{ кН};$$

$$N_{10} = -P_3 = -10 \text{ кН}.$$

Рассмотрим далее равновесие шестого узла (рис. 12):

$$\sum F_{kx} = N_{12} - N_8 + N_{11} \cos 45^\circ - N_7 \cos 45^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = N_{10} + N_{11} \cos 45^\circ + N_7 \cos 45^\circ = 0.$$

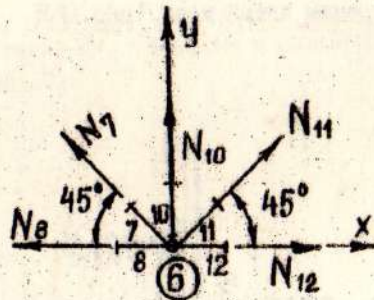


Рис. 12

Усилия в стержнях 7, 8 и 10 найдены ранее. Из второго уравнения определим  $N_{11}$ :

$$N_{11} = \frac{-N_{10} - N_7 \cos 45^\circ}{\cos 45^\circ} = \frac{10 + 2,588 \cdot 0,707}{0,707} = -16,73 \text{ кН}.$$

Подставив найденное значение  $N_{11}$  в первое уравнение, определим  $N_{12}$ :

$$N_{12} = N_8 - N_{11} \cos 45^\circ + N_7 \cos 45^\circ = 45,49 - 16,73 \cdot 0,707 - 2,588 \cdot 0,707 = 31,83 \text{ кН}.$$

Мысленно вырежем восьмой узел и рассмотрим его равновесие (рис. 13):

$$\sum F_{kx} = N_{17} - N_{12} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = N_{13} - P_4 = 0,$$

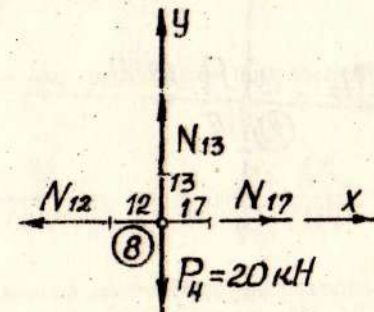


Рис. 13

Откуда

$$N_{17} = N_{12} = 31,83 \text{ кН};$$

$$N_{13} = P_4 = 20 \text{ кН}.$$

Усилия в стержнях I5 и I4 могут быть найдены из рассмотрения равновесия седьмого узла или равновесия десятого и девятого узлов. Последний вариант более предпочтителен, так как при рассмотрении равновесия девятого и десятого узлов может быть определено и усилие в стержне I6.

Вырежем десятый узел (рис. I4).  
Уравнения равновесия для этого узла:

$$\sum F_{kx} = P_5 - N_{15} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = N_{16} = 0.$$

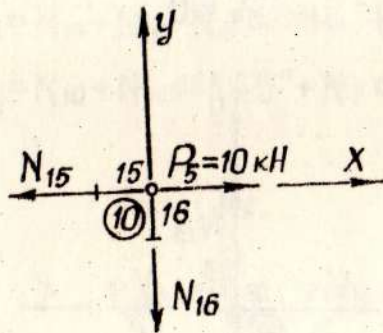


Рис. I4

Из этих выражений

$$N_{15} = P_5 = 10 \text{ кН};$$

$$N_{16} = 0.$$

Вырезанный девятый узел изображен на рис. I5.

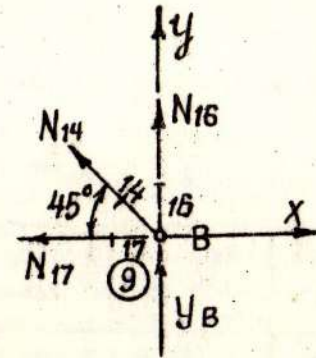


Рис. I5

Запишем уравнения равновесия для этого узла:

$$\sum F_{kx} = -N_{17} - N_{14} \cos 45^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = N_{16} + N_{14} \cos 45^\circ + Y_B = 0.$$

Первое уравнение равновесия используем для определения неизвестного усилия  $N_{14}$ :

$$N_{14} = -\frac{N_{17}}{\cos 45^\circ} = -\frac{31,83}{0,707} = -45,02 \text{ кН}.$$

Второе уравнение может быть использовано для определения правильности найденных ранее усилий  $N_{16}$  и  $N_{14}$ . При подстановке последних мы должны получить тождество:

$$0 - 45,02 \cdot 0,707 + 31,83 = 0;$$

$$0 = 0.$$

Найденные в стержнях фермы усилия приведены в табл. I.

Таблица I

Усилия в стержнях фермы

Номера стержней фермы	Обозначение усилия	Усилие, найденное аналитически, кН	Усилие, найденное с применением ПМК, кН
I		- 10	- 10,0000
2		- 17,32	- 17,3205
3		- 25,7	- 25,6963
4		45,49	45,4899
5		20	20,0000
6		- 33,66	- 33,6653
7		- 2,588	- 2,5843
8		45,49	45,4902
9		- 33,66	- 33,6601
10		- 10	- 10,0000
II		16,73	16,7261
12		31,83	31,8357
13		20	20,0010
14		- 45,02	- 45,0143
15		10	9,9998
16		0	0
17		31,83	31,8302

1.4. Определение усилий в стержнях фермы методом сечений (метод Риттера)

Этим методом удобно пользоваться для определения усилий в отдельных стержнях фермы. Для определения усилий во всех стержнях фермы метод применяют комбинированно с методом вырезания уз-

лов.

Идея метода состоит в том, что ферму разделяют на две части сечением, проходящим через три стержня, в которых требуется определить усилие. Рассматривают равновесие одной из частей фермы, заменяя действие отброшенной части неизвестными силами, которые направляют вдоль разрезанных стержней от узлов. Затем составляют уравнения равновесия в форме моментов или проекций. При этом центры моментов или оси проекций берутся таким образом, чтобы в каждое уравнение вошло только одно неизвестное.

Определим усилия в сечениях фермы I-I, II-II, III-III, IV-IV (рис. 6). Разсечем ферму сечением I-I, правую часть мысленно отбросим и рассмотрим равновесие ее левой части (рис. 16).

Неизвестные усилия в стержнях 2, 3 и 4 направим от соответствующих узлов.

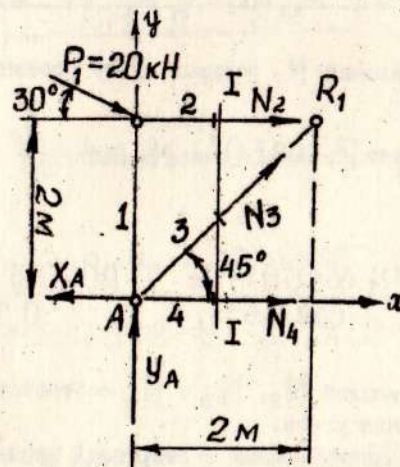


Рис. 16

Взяв момент всех сил относительно точки A (моменты сил  $N_3$  и  $N_4$  относительно этой точки равны нулю), определим величину усилия

$N_2$ :

$$\sum M_A = -P_1 \cos 30^\circ \cdot 2 - N_2 \cdot 2 = 0.$$

Из уравнения

$$N_2 = - \frac{P_1 \cos 30^\circ \cdot 2}{2} = -17,52 \text{ кН.}$$

Взяв моменты всех сил, действующих на рассматриваемую часть фермы, относительно точки  $R_1$ , запишем

$$\sum M_{R1} = N_4 \cdot 2 - Y_A \cdot 2 - X_A \cdot 2 + P_1 \cos 60^\circ \cdot 2 = 0,$$

откуда

$$N_4 = \frac{Y_A \cdot 2 + X_A \cdot 2 - P_1 \cos 60^\circ \cdot 2}{2} = \\ = \frac{28,17 \cdot 2 + 27,32 \cdot 2 - 20 \cdot 0,5 \cdot 2}{2} = 45,49 \text{ кН.}$$

Для определения  $N_3$  возьмем сумму проекций всех сил на ось  $y$ :

$$\sum F_{ky} = P_1 \cos 60^\circ + N_3 \cos 45^\circ + Y_A = 0.$$

Отсюда

$$N_3 = \frac{P_1 \cos 60^\circ - Y_A}{\cos 45^\circ} = \frac{20 \cdot 0,5 - 28,17}{0,707} = -25,7 \text{ кН.}$$

Величины усилий  $N_2$ ,  $N_3$  и  $N_4$  соответствуют найденным ранее методом вырезания узлов.

Для определения усилий в стержне I вырежем второй узел и спроектируем все действующие на него силы на ось  $y$  (рис. 7).

Уравнение проекции

$$\sum F_{xy} = -P_1 \cos 60^\circ + N_1 = 0.$$

Из этого уравнения

$$N_1 = -P_1 \cos 60^\circ = -20 \cdot 0,5 = -10 \text{ кН.}$$

Перейдем ко второму сечению. Аналогично предыдущему рассмотрим равновесие левой части фермы (рис. 17).

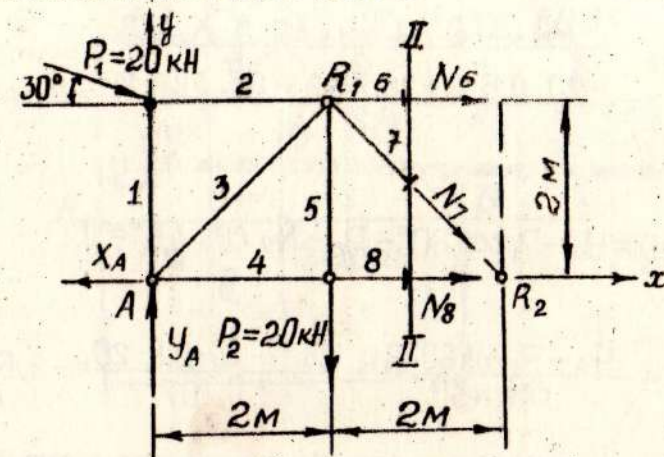


Рис. 17.

Для определения  $N_6$  возьмем момент относительно точки  $R_2$ , для  $N_8$  — точки  $R_1$ :

$$\sum M_{R2} = -N_6 \cdot 2 + P_2 \cdot 2 - Y_A \cdot 4 - P_1 \cos 30^\circ \cdot 2 + P_1 \cos 60^\circ \cdot 4 = 0,$$

$$\sum M_{R1} = N_8 \cdot 2 + P_1 \cos 60^\circ \cdot 2 - Y_A \cdot 2 - X_A \cdot 2 = 0.$$

Из первого уравнения

$$N_6 = \frac{P_2 \cdot 2 - Y_A \cdot 4 - P_1 \cos 30^\circ \cdot 2 + P_1 \cos 60^\circ \cdot 4}{2} = \\ = \frac{20 \cdot 2 - 28,17 \cdot 4 - 20 \cdot 0,866 \cdot 2 + 20 \cdot 0,5 \cdot 4}{2} = \\ = -33,66 \text{ кН.}$$

Из второго уравнения

$$N_8 = \frac{-P_1 \cos 60^\circ \cdot 2 + Y_A \cdot 2 + X_A \cdot 2}{2} = \frac{-20 \cdot 0,5 \cdot 2 + 28,17 \cdot 2 + 27,32 \cdot 2}{2} = 45,49 \text{ кН.}$$

$N_7$  определим из суммы проекций всех сил на ось  $y$ :

$$\sum F_{ky} = Y_A - P_1 \cos 60^\circ - P_2 - N_7 \cos 45^\circ = 0.$$

Отсюда

$$N_7 = \frac{Y_A - P_1 \cos 60^\circ - P_2}{\cos 45^\circ} = \frac{28,17 - 20 \cdot 0,5 - 20}{0,707} = -2,588 \text{ кН.}$$

Вырежем четвертый узел (рис. 9). Возьмем сумму проекций на ось  $y$  действующих на него сил.

$$\sum F_{ky} = -N_5 + P_2 = 0.$$

Из уравнения проекций определим усилие  $N_5$ :

$$N_5 = P_2 = 20 \text{ кН.}$$

Величины найденных усилий  $N_5, N_6, N_7$  и  $N_8$  совпадают с найденными ранее (табл. I).

Усилия в стержнях 9, II, 12 (сечение III-III) и 15, 14, 17 (сечение IV-IV) удобно определять, рассматривая равновесие правой части фермы.

Рассечем ферму сечением III-III на две части. Левую часть фермы отбросим и рассмотрим равновесие ее правой части (рис. 18).

Для определения  $N_9$  возьмем момент всех сил относительно точки  $R_2$ .

Для определения  $N_{12}$  возьмем моменты всех сил относительно точки  $R_3$ .

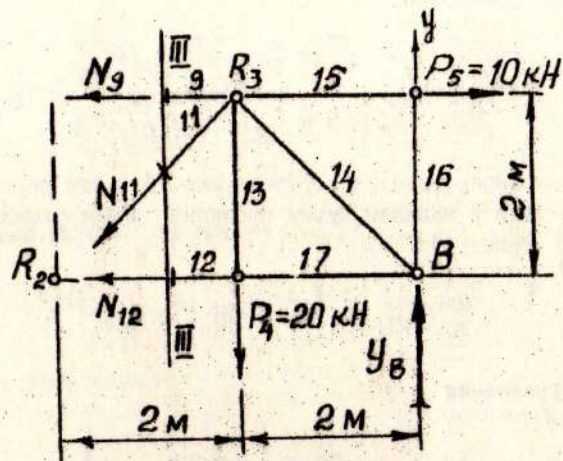


Рис. 18

Усилие  $N_{11}$  определим, взяв сумму проекций всех сил на ось  $y$ :

$$\sum M_{R2} = N_9 \cdot 2 + Y_B \cdot 4 - P_5 \cdot 2 - P_4 \cdot 2 = 0;$$

$$\sum M_{R3} = -N_{12} \cdot 2 + Y_B \cdot 2 = 0;$$

$$\sum F_{ky} = -N_{11} \cos 45^\circ - P_4 + Y_B = 0.$$

Из первого уравнения

$$N_9 = \frac{-Y_B \cdot 4 + P_5 \cdot 2 + P_4 \cdot 2}{2} = \frac{-31,83 \cdot 4 + 10 \cdot 2 + 20 \cdot 2}{2} = -33,66 \text{ кН.}$$

Из второго уравнения

$$N_{12} = \frac{Y_B \cdot 2}{2} = 31,83 \text{ кН.}$$

Из третьего уравнения

$$N_{11} = \frac{-P_4 + Y_B}{\cos 5^\circ} = \frac{-20 + 31,83}{0,707} = 16,73 \text{ кН.}$$

Найдем теперь усилие в 10-м стержне. Для его определения вырежем пятый узел и запишем сумму проекций действующих на него сил на ось  $y$  (рис. II):

$$\sum F_{ky} = -P_3 - N_{10} = 0.$$

Из этого уравнения

$$N_{10} = -P_3 = -10 \text{ кН.}$$

Определим усилия в стержнях сечения IV-IV. Рассматриваемая часть фермы показана на рис. 19.

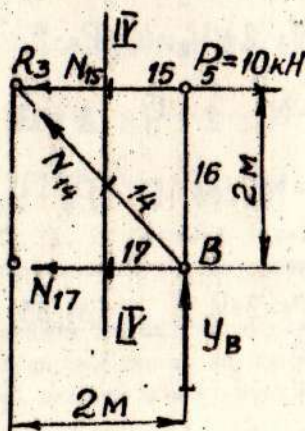


Рис. 19

Суммы моментов сил относительно точек В и  $R_3$  равны:

$$\sum M_B = N_{15} \cdot 2 - P_5 \cdot 2 = 0;$$

$$\sum M_{R3} = -N_{17} \cdot 2 + Y_B \cdot 2 = 0.$$

Проекция сил на ось  $y$  равна

$$\sum F_{ky} = N_{14} \cos 45^\circ + Y_B = 0.$$

Из первого уравнения

$$N_{15} = \frac{P_5 \cdot 2}{2} = 10 \text{ кН.}$$

Из второго уравнения

$$N_{17} = \frac{Y_B \cdot 2}{2} = 31,83 \text{ кН.}$$

Из уравнения проекций сил

$$N_{14} = -\frac{Y_B}{\cos 45^\circ} = -\frac{31,83}{0,707} = -45,02 \text{ кН.}$$

Усилия в стержнях I3 и I6, не попавших в сечения III-III и IV-IV, могут быть определены из рассмотрения равновесия восьмого и десятого узлов. Рассматриваемые узлы показаны на рис. 13 и 14.

Спроектировав на ось  $y$  силы, действующие на восьмой узел, получим

$$\sum F_{ky} = N_{13} - P_4 = 0.$$

Отсюда

$$N_{13} = P_4 = 20 \text{ кН.}$$

Аналогично для десятого узла

$$\sum F_{ky} = -N_{16} = 0,$$

откуда

$$N_{16} = 0.$$

Величины найденных в настоящем разделе усилий в стержнях фермы совпадают с найденными ранее и приведенными в табл. I.

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ В СТЕРЖНЯХ ФЕРМЫ С ПРИМЕНЕНИЕМ ПРОГРАММИРУЕМЫХ МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРОВ (ПМК)

### 2.1. Основные сведения о программе расчета ферм на ПМК

Приведенная в разд.2.2 программа реализует метод вырезания узлов и предназначена для определения усилий в стержнях плоской фермы на ПМК "Электроника ЕЗ-34". Так как микрокалькулятор ЕЗ-34 является базовой моделью для ПМК "Электроника МК-54", "Электроника МК-61" и др., то она также может быть реализована на этих, более совершенных микрокалькуляторах.

Данная программа содержит 90 команд и состоит из двух блоков. Первый блок (команды с адресами 00 - 57) служит для определения коэффициентов уравнений равновесия вырезанного узла. Второй блок (команды с адресами 58 - 89) предназначен для решения системы, состоящей из двух линейных алгебраических уравнений с двумя неизвестными. Для решения системы уравнений применяется метод Шмилля, являющийся модификацией метода Гаусса [1].

Исходную информацию для составления уравнений равновесия каждого узла рассчитываемой фермы удобно представить в табличной форме (табл. 2 и табл. 3).

Табл. 2 состоит из двух строк и шести столбцов. В первую строку таблицы записываются номера ячеек памяти (с нулевой на пятую), во вторую - информация, заносимая в данные ячейки.

Таблица 2

П0	П1	П2	П3	П4	П5
1	2	3	4	5	6

При составлении уравнений равновесия для *i*-го узла фермы на ПМК в нулевую ячейку памяти (первый столбец таблицы) записывается знак проекции первого неизвестного на ось X. Знак записывается совместно с единицей. Если проекция первого неизвестного на ось X положительна, то в первый столбец таблицы записывается +1, если отрицательна -1 и 0, если проекция равна 0.

В первую ячейку памяти (второй столбец таблицы) записывается величина угла в градусах между осью X и первым неизвестным.

Во вторую ячейку памяти (третий столбец) аналогично предыдущему записывается знак проекции на ось X второго неизвестного (+1, 0, -1).

В третью ячейку памяти (четвертый столбец) записывается величина угла в градусах между вторым неизвестным и осью X.

Аналогично предыдущему знаки проекций первого и второго неизвестных на ось Y записываются в четвертую (пятый столбец) и пятую (шестой столбец) ячейки памяти.

В табл.3 записывается информация, по которой определяются величины свободных членов уравнений равновесия рассматриваемых узлов.

Табл.3 состоит из двух или более строк и восьми столбцов. Во вторую и последующие строки таблицы может быть записана информация не более чем о двух силах, действующих на вырезанный узел или найденных ранее усилиях в стержнях.

Таблица 3

П0	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7
1	2	3	4	5	6	7	8

Занесение исходной информации в табл. 3 аналогично заполнению табл. 2.

В нулевую ячейку памяти (первый столбец таблицы) записывается знак проекции на ось  $X$  первой силы  $(+I, I, 0)$ .

В первую ячейку памяти (второй столбец таблицы) записывается величина угла в градусах между осью  $X$  и первой силой.

В третий и четвертый столбцы таблицы эти же параметры соответственно записываются для второй силы.

В четвертую ячейку памяти (пятый столбец таблицы) записывается знак проекции первой силы на ось  $Y$   $(+I, -I, 0)$ .

В пятую ячейку памяти - аналогичная величина, но для второй силы.

В шестую и седьмую ячейки памяти (седьмой и восьмой столбцы таблицы) записываются величины первой и второй силы соответственно.

Для определения усилий в стержнях  $i$ -го узла фермы на ПКМ необходимо:

1. Ввести приведенную в разд. 2.2 программу в память микрокалькулятора и отредактировать ее.

2. Изобразить на чертеже вырезанный узел со всеми действующими на него внешними силами. Провести оси координат  $X$  и  $Y$ . Показать действительные направления найденных ранее усилий в стержнях, образующих данный узел.

3. Переобозначить искомые усилия, приняв одно из них за  $N_1$ , второе за  $N_2$ . Переобозначить также известные действующие на узел силы индексами 1, 2, 3 и т.д. Для вырезанного узла занести необходимую исходную информацию в табл. 2 и табл. 3.

4. Согласно табл. 2 занести исходную информацию в соответствующие ячейки памяти ПКМ. В остальные ячейки памяти ("П6"-"ПД") записать нули.

5. Пустить программу на выполнение с адреса 00.

6. После остановки в процессе выполнения программы в соответствующие ячейки памяти ПКМ записать информацию из второй строки табл. 3.

7. Пустить программу на счет с 21-го адреса.

8. Если табл. 3 содержит более двух строк, то П6 и П7 выполнить для каждой из них.

9. Решить систему уравнений равновесия узла, пустив калькулятор на счет с 58-го адреса.

После окончания работы программы величина усилия  $N_1$  высветится на индикаторе и запишется в ячейку памяти С. Величине усилия  $N_2$  запишется в ячейку памяти Д.

## 2.2. ПРОГРАММА

АДРЕС	КОМАНДА	КОД
00	ИП "1"	61
01	F COS	IG
02	ИП 0	60
03	x	12
04	П8	48
05	ИП 3	63
06	F COS	IG
07	ИП 2	62
08	x	12
09	П9	49
10	ИП 1	61
11	F sin	IG
12	ИП 4	64
13	x	12
14	ПА	4-
15	ИП 3	63
16	F sin	IG
17	ИП 5	65
18	x	12
19	ПВ	4L
20	С/П	50
21	ИП 1	61
22	F cos	IG
23	ИП 0	60
24	x	12
25	ИП 6	66
26	x	12
27	ИП С	6С



ПРОДОЛЖЕНИЕ ПРОГРАММЫ

28	+	10
29	ПС	4Г
30	ИПЗ	63
31	F cos	1Г
32	ИП2	62
33	x	12
34	ИП7	67
35	x	12
36	ИПС	6С
37	+	10
38	ПС	4Г
39	ИП1	61
40	F sin	1Г
41	ИП4	64
42	x	12
43	ИП6	66
44	x	12
45	ИПD	6Г
46	+	10
47	ПD	4Г
48	ИП3	63
49	F sin	1Г
50	ИП5	65
51	x	12
52	ИП7	67
53	x	12
54	ИПD	6Г
55	+	10
56	ПD	4Г
57	С/П	50
58	ИП8	68

ОКОНЧАНИЕ ПРОГРАММЫ

59	F 1/x	23
60	ИП9	69
61	x	12
62	ИПА	6-
63	x	12
64	ИПВ	6L
65	xу	14
66	-	11
67	ПВ	4L
68	ИП8	68
69	F 1/x	23
70	ИПС	6С
71	x	12
72	ИПА	6-
73	x	12
74	ИПD	6Г
75	-	11
76	ИПВ	6L
77	÷	13
78	ПD	4Г
79	ИП9	69
80	x	12
81	ИП С	6С
82	+	10
83	/-/	0L
84	1	1
85	x	12
86	ИП8	68
87	÷	13
88	ПС	4Г
89	С/П	50

Таблица 5

ПО	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7
I	2	3	4	5	6	7	8
+I	30	0	0	-1	0	20	0

После последовательного ввода информации из таблиц и счета по приведенной в п.2.2 программе получим:

$$N_1 = -10 \text{ кН}; \quad N_2 = -17,320508 \text{ кН}.$$

Найденные значения неизвестных усилий запишем в табл. I.

Вырежем далее первый узел (рис.21). Найденное выше усилие  $N_1$  отрицательно, поэтому его направим к узлу. Перенумеруем неизвестные  $N_3$  и  $N_4$ . Новые обозначения неизвестных на рис.21 записаны в круглых скобках. Обозначим также заданные силы  $X_A, Y_A$  и известное усилие  $N_1$  через  $P_1, P_2$  и  $P_3$ .

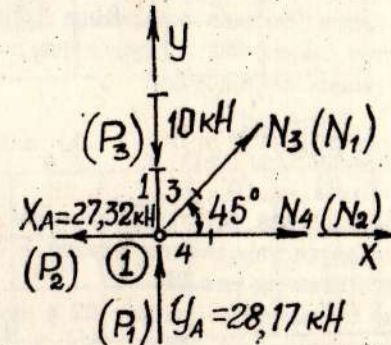


Рис.21

Исходную информацию для ПМК запишем в табл. 6 и табл. 7:

### 2.3. Пример определения усилий в стержнях фермы на ПМК

Ниже, в качестве примера, определим с применением ПМК БЗ-34 усилия в некоторых стержнях изображенной на рис.6 фермы.

Расчет начнем с узла, где находятся не более двух стержней, так как из двух уравнений можно определить только два неизвестных усилия. Вырежем второй узел (рис.20). Для составления уравнения равновесия узла на ПМК перенумеруем неизвестные: новые номера неизвестных усилий на рис.20 указаны в скобках. При этом обозначать неизвестные необходимо таким образом, чтобы проекция  $N_1$  на ось X не была равна нулю. В противном случае при решении системы уравнений равновесия узла на ПМК произойдет сбой вследствие деления на ноль.

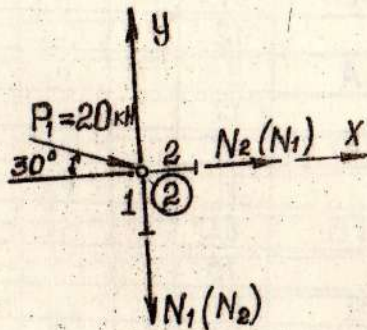


Рис.20

Исходную информацию для определения усилий в стержнях запишем в табл. 4 и табл. 5. Напомним, что порядок заполнения этих таблиц и последовательность их ввода в ПМК приведены в п. 2.1.

Таблица 4

ПО	П1	П2	П3	П4	П5
I	2	3	4	5	6
+I	0	0	90	0	-1

Таблица 6

ПО	П1	П2	П3	П4	П5
I	2	3	4	5	6
+I	45	+I	0	+I	0

Таблица 7

ПО	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7
I	2	3	4	5	6	7	8
0	90	-I	0	+I	0	28,17	27,32
0	90	0	0	-I	0	10	0

В третьей строке табл. 7 записана информация о силе  $P_3$ . Так как каждая строка этой таблицы предназначена для записи информации о двух силах, но сила  $P_4$  на вырезанный узел не действует, то в соответствующих колонках третьей строки записываются нули.

Последовательно записав содержимое таблиц 6 и 7 в соответствующие регистры памяти ПМК и осуществив счет по программе, найдем значения искомым неизвестных:

$$N_3 = -25,696257 \text{ кН}; \quad N_4 = 45,489999 \text{ кН}.$$

Для четвертого узла расчет выполняется аналогично.

Рассмотрим далее определение усилий в стержнях третьего узла. Третий узел изображен на рис.22.

Аналогично предыдущему на рис.22 в круглых скобках даны новые обозначения неизвестных усилий  $N_6$  и  $N_7$ , а также обозначены заданные силы ( $P_1$ ,  $P_2$  и  $P_3$ ). Заданными силами в данном случае будем считать найденные ранее усилия в стержнях 2, 3 и 5, направленные в соответствии с полученными знаками.

Исходная информация для ПМК приведена в таблицах 8 и 9.

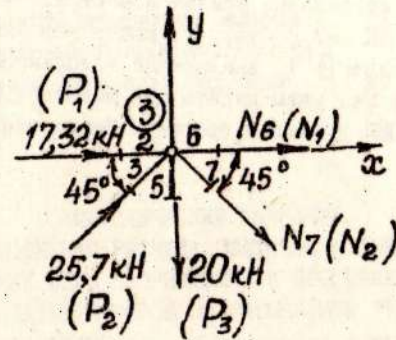


Рис.22

Таблица 8

ПО	П1	П2	П3	П4	П5
I	2	3	4	5	6
+I	0	+I	45	0	-I

Таблица 9

ПО	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7
I	2	3	4	5	6	7	8
+I	0	+I	45	0	+I	17,32	25,7
0	90	0	0	-I	0	20	0

В результате счета по программе получим:

$$N_6 = -33,66529 \text{ кН}; \quad N_7 = -2,5842701 \text{ кН}.$$

Усилия в стержнях для пятого, шестого, седьмого и восьмого узлов на ПМК определяются аналогично.

В заключение отметим, что если требуется определить усилие в одном из стержней узла (остальные усилия известны), то его нужно находить без применения ПМК из соответствующего условия равновесия ( $\sum F_{kx} = 0$  или  $\sum F_{ky} = 0$ ) аналогично изложенному в п.1.3. В рассматриваемом примере это узлы десять или девять и16-Истержень. Найденные с применением ПМК усилия в стержнях фермы приведены в табл. I.

#### Список литературы

1. Говорков В.А. Ускоренные числовые расчеты сложных электрических цепей. - М. : Энергия, 1973. - 104 с.
2. Микрокалькулятор "Электроника БЗ-34" : Руководство по эксплуатации.
3. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. - М. : Высш. шк., 1986. - 416 с.

#### Содержание

1. Аналитические методы расчета ферм . . . . .	3
1.1. Основные понятия о ферме . . . . .	3
1.2. Определение опорных реакций для фермы . . . . .	6
1.3. Определение усилий в стержнях фермы методом вырезания узлов . . . . .	8
1.4. Определение усилий в стержнях фермы методом сечений (метод Риттера) . . . . .	18
2. Определение усилий в стержнях фермы с применением программируемых микрокалькуляторов (ПМК) . . . . .	26
2.1. Основные сведения о программе расчета ферм на ПМК . . . . .	26
2.2. Программа . . . . .	29
2.3. Пример определения усилий в стержнях фермы на ПМК . . . . .	32
Список литературы . . . . .	36

Составители: Владимир Иванович Онищенко  
Сергей Евгеньевич Блохин  
Георгий Дмитриевич Пахомов  
Валентина Ефимовна Артюхова  
Эдуард Вигенович Нерсесян

#### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

К ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТА СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫХ ПЛОСКИХ ФЕРМ С ПРИМЕНЕНИЕМ ПРОГРАММИРУЕМЫХ МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ "ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА" для студентов специальностей  
17.01, 09.06

Редактор С.С.Графская  
Редакционно-издательский отдел

Подписано в печать 24.09.91. Формат 60x84/16.  
Бум.тип. № 3.0фс.печ. Усл.печ. л. 2,0.  
Уч.-изд. л.2,0. Тираж 75 экз. Заказ №478. Бесплатно.

Ротапринт ДГИ им.Артема  
320600, ГСП. Днепропетровск-14, пр. К.Маркса, 19.