

**Міністерство освіти і науки України  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ГІРНИЧИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**МЕХАНІКО-МАШИНОБУДІВНИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
Кафедра будівельної, теоретичної та прикладної механіки**

**МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ**  
до виконання індивідуальних завдань  
з дисципліни “Теоретична механіка”  
(Розділ “Кінематика”)  
студентами заочної форми навчання

г. Дніпропетровськ  
НГУ  
2009 р.

**Міністерство освіти і науки України  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ГІРНИЧИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ**  
до виконання індивідуальних завдань  
з дисципліни “Теоретична механіка”  
(Розділ “Кінематика”)  
студентами заочної форми навчання

г. Дніпропетровськ  
2009 р.

Методичні вказівки до виконання індивідуальних завдань з дисципліни «Теоретична механіка» студентами заочної форми навчання (Розділ «Кінематика»)/ Упоряд.: В.Д. Кірнос, Н.В. Матисіна, Кіба В.Я., Колосов Д.Л. – Д. : Національний гірничий університет, 2009. – 23 с.

Упорядники:

Кірнос Володимир Дмитрович  
Матисіна Наталія Валентинівна  
Кіба В'ячеслав Якович  
Колосов Дмитро Леонідович

Затверджено методичною комісією з напряму підготовки 6.050502 «Інженерна механіка» (протокол № від . . 09) за поданням кафедри будівельної, теоретичної та прикладної механіки (протокол № від . . 09).

Відповідальний за випуск зав. кафедри БТ та ПМ С. Є. Блохін, д-р техн. наук, проф.

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
до виконання індивідуальних завдань  
з дисципліни “Теоретична механіка”  
(Розділ “Кінематика”)  
студентами заочної форми навчання

Підписано до друку    Формат 30x42/4.  
Папір офсетний Ризографія. Ум. друк. арк. 1,0.  
Обл. - вид. арк. 1,0. Тираж 300 прим. Зам. №

Національний гірничий університет  
49600, м. Дніпропетровськ, просп. К. Маркса, 19.

## 2.Задачі до індивідуальних завдань

### 2.1. Задача К1

Відповідно до заданого закону руху точки  $x = f_1(t)$ ,  $y = f_2(t)$  (таблиця. К1) і моменту часу  $t = 1$ с знайти рівняння траєкторії, а також швидкість, прискорення точки і радіус кривизни траєкторії.

**Вказівки:** Задача К1 відноситься до кінематики точки. Для її розв'язання необхідно знати формули визначення швидкості точки, а також нормального та дотичного прискорень. У деяких варіантах завдань при визначенні траєкторії та при подальших розрахунках слід використовувати відомі тригонометричні формули:

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1; \sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha.$$

залежності  $x = f_1(t)$  та  $y = f_2(t)$  подано в таблиці К1.

Таблиця К1

№ варіанта	$x=f_1(t)$ , м	№ умови	$y=f_2(t)$ , м
0	$2 - 3\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	0	$2t^2+2$
1	$6\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) - 3$	1	$2t^2+2$
2	$4\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	2	$2t^3$
3	$10\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	3	$2-3t^2$
4	$6\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right) - 1$	4	$(t+1)^3$
5	$\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	5	$2-t^3$
6	$4 - 2\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	6	$5t^2$
7	$12\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	7	$5t^3$
8	$4 - 6\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	8	$5+t^2$
9	$8\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right) - 2$	9	$5+t^3$

### Приклад задачі К1

Задано рівняння руху точки  $x = -2 \cos(\frac{\pi}{4}t) + 3$ ;  $y = 2 \sin(\frac{\pi}{8}t) - 1$ ; ( $x, y$  – у метрах,  $t$  – у секундах). Визначити швидкість і прискорення точки, а також радіус кривизни траєкторії у вказаний момент часу.

**Розв'язування:** Виключимо із заданих рівнянь руху параметр  $t$ , враховуючи що

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \quad \text{або} \quad \cos(\frac{\pi}{4}t) = 1 - 2\sin^2(\frac{\pi}{8}t).$$

На підставі чого отримаємо:

$$\cos(\frac{\pi}{4}t) = \frac{3-x}{2}, \quad \sin(\frac{\pi}{8}t) = \frac{y+1}{2};$$

Отже, виражаючи  $\sin(\frac{\pi}{8}t)$ , з рівнянь руху маємо:

$$\frac{3-x}{2} = 1 - 2\frac{(y+1)^2}{4}; \quad x = (y+1)^2 + 1.$$

Швидкість точки знайдемо відповідно до координатного способу завдання руху:

$$V_x = \frac{dx}{dt} = \frac{\pi}{2} \sin(\frac{\pi}{4}t); \quad V_y = \frac{dy}{dt} = \frac{\pi}{4} \cos(\frac{\pi}{8}t); \quad V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2};$$

і при  $t=1\text{с}$

$$V_x = 1,11 \text{ м/с}, \quad V_y = 0,73 \text{ м/с};$$

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{1,11^2 + 0,73^2} = 1,33 \text{ м/с};$$

Аналогічно знайдемо прискорення точки:

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = \frac{\pi^2}{8} \cos(\frac{\pi}{4}t), \quad a_y = \frac{dV_y}{dt} = -\frac{\pi^2}{32} \sin(\frac{\pi}{8}t), \quad a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}.$$

$$\text{При } t=1\text{с} \quad a_x = 0,87 \text{ м/с}^2; \quad a_y = -0,12 \text{ м/с}^2; \quad a = 0,88 \text{ м/с}^2.$$

Дотичне прискорення визначимо, диференціюючи за часом вираз швидкості точки:  $V^2 = V_x^2 + V_y^2$ . Отримаємо:

$$2V \frac{dV}{dt} = 2V_x \frac{dV_x}{dt} + 2V_y \frac{dV_y}{dt},$$

тоді

$$a^\tau = \frac{dV}{dt} = \frac{V_x a_x + V_y a_y}{V},$$

Після підстановки числових значень в останній вираз матимемо при  $t=1\text{с}$  :

$$a^\tau = 0,66 \text{ м/с}^2.$$

Нормальне прискорення точки  $a^n = \sqrt{a^2 - (a^\tau)^2}$

Підставляючи числові значення при  $t=1\text{с}$ , отримаємо:

$$a_1^n = 0,58i / \tilde{n}^2$$

Радіус кривизни траєкторії визначається із виразу

$$\rho = \frac{V^2}{a^2}$$

У результаті підстановки числових значень знайдемо, що при  $t = 1\text{ с}$   
 $\rho = 3,05\text{ м}$ .

Відповідь :  $V = 1,33\text{ м/с}$ ,  $a = 0,88i / \tilde{n}^2$ ,  $\rho = 3,05\text{ м}$ .

## 2.2. Задача К2

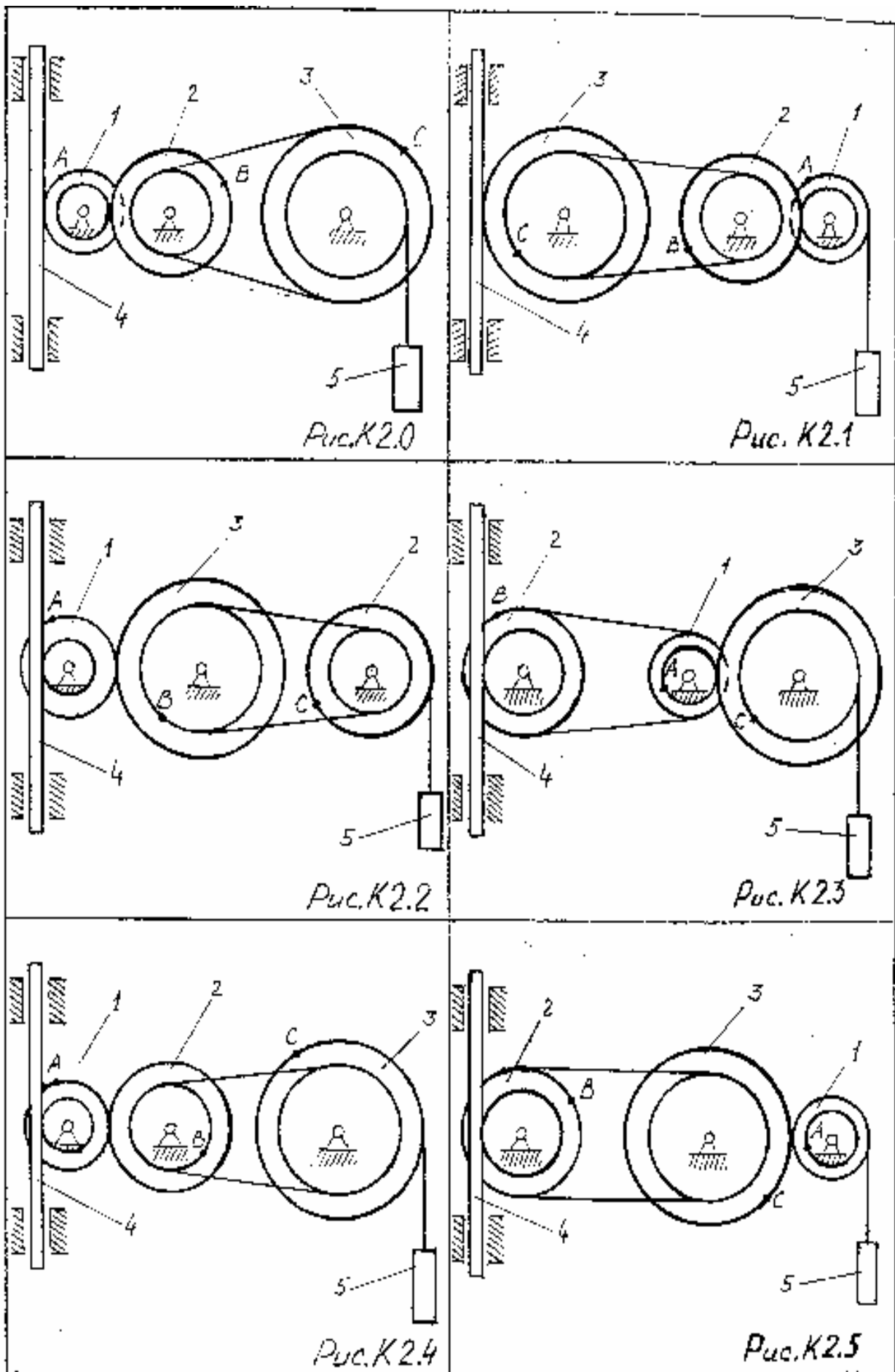
Механізм складається із ступінчастих коліс 1-3, що знаходяться в зачепленні або пов'язані ремінною передачею, зубчастої рейки 4 і вантажу 5 (рис. К2.0...К2.9). Вихідні дані зведено в табл. К2.

Радіуси ступенів коліс дорівнюють відповідно: у колеса 1 –  $r_1 = 2\text{ см}$ ,  $R_1 = 4\text{ см}$ , у колеса 2 –  $r_2 = 6\text{ см}$ ,  $R_2 = 8\text{ см}$ , у колеса 3 –  $r_3 = 12\text{ см}$ ,  $R_3 = 16\text{ см}$ .. На ободі коліс розташовано точки А, В і С.

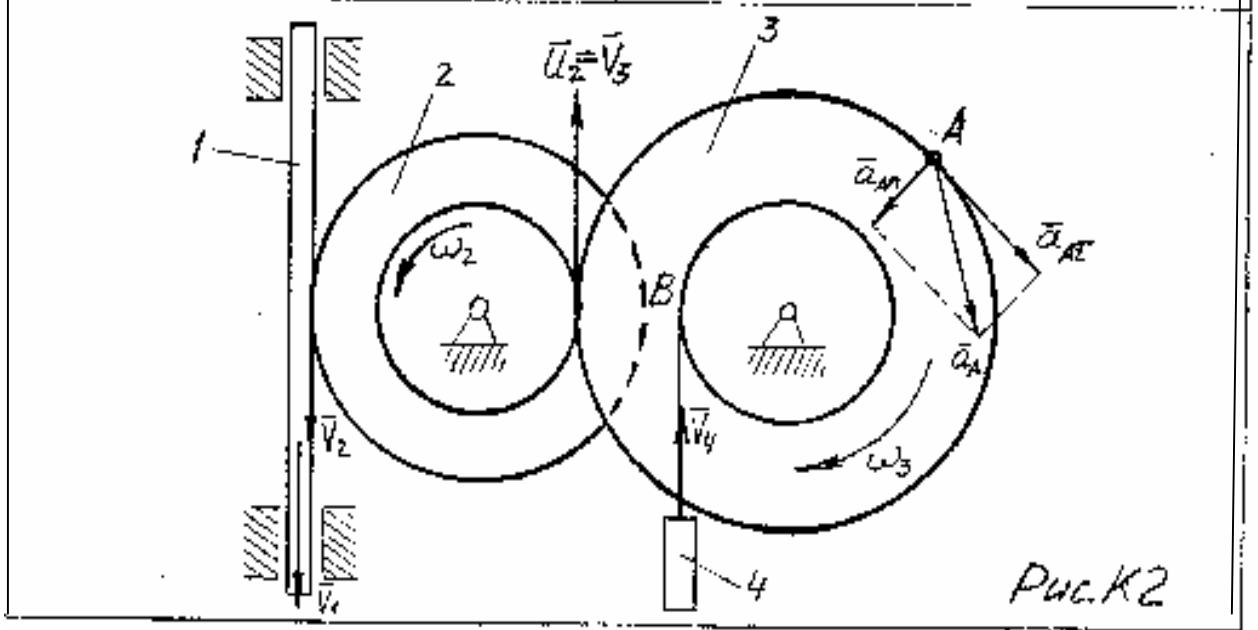
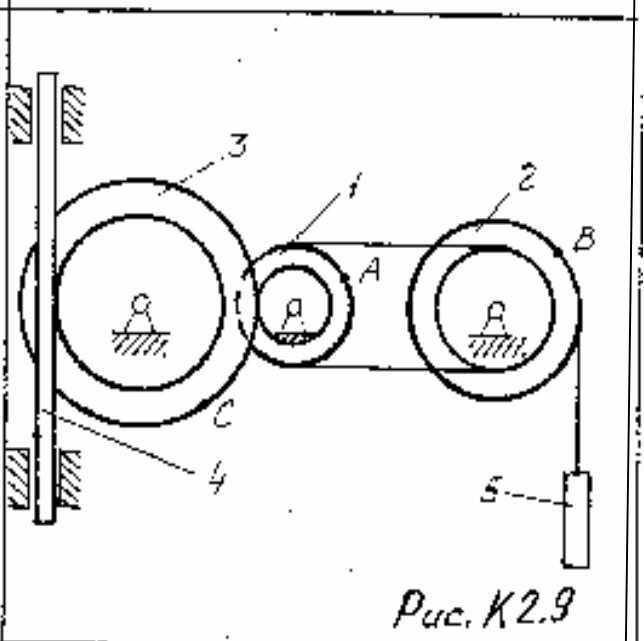
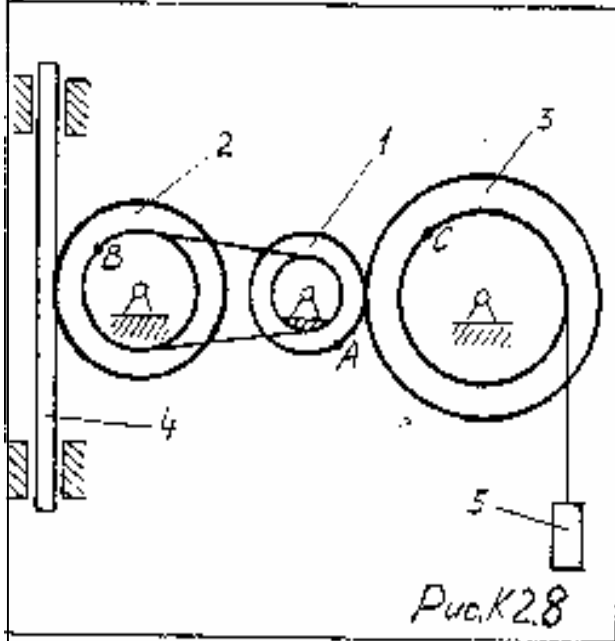
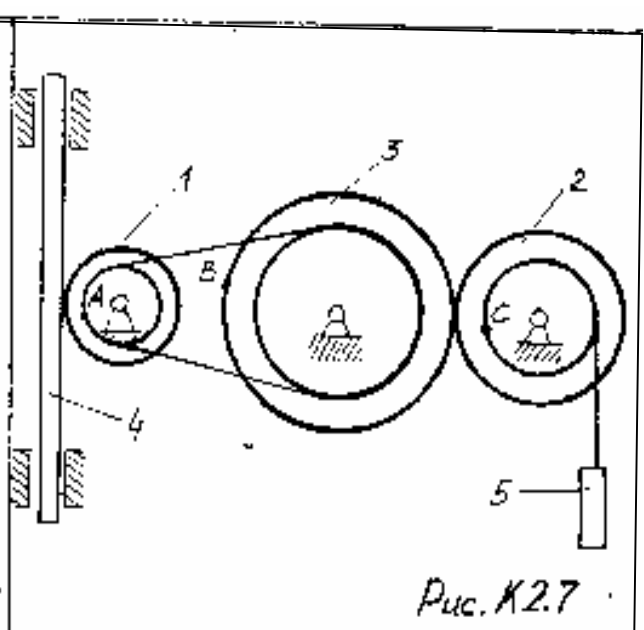
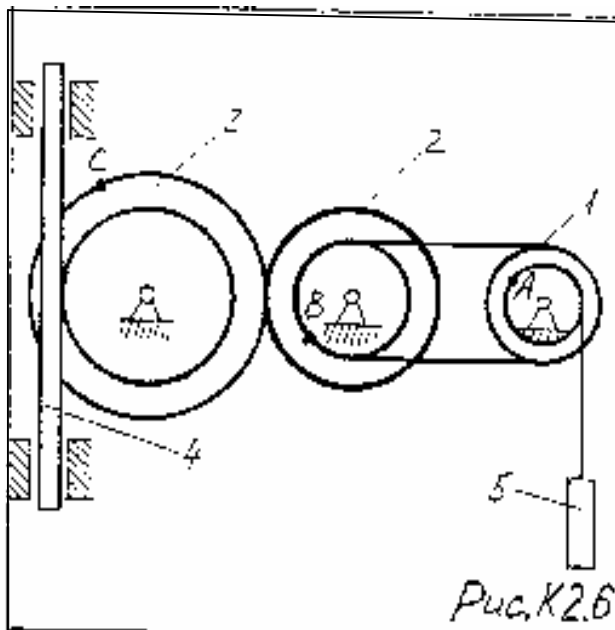
У стовпчику «Дано» таблиці К2 вказано закон руху або закон зміни швидкості провідної ланки механізму:  $\varphi_1(t)$  – закон обертання колеса 1,  $S_4(t)$  – закон руху рейки 4,  $\omega_2(t)$  – закон зміни кутової швидкості колеса 2,  $V_5(t)$  – закон зміни швидкості вантажу 5 і т. д. (скрізь  $\varphi$  виражено у радіанах,  $S$  – у сантиметрах,  $t$  – у секундах). Позитивний напрямок для  $\varphi$  і  $\omega$  проти ходу годинникової стрілки, для  $S_4$ ,  $S_5$ ,  $V_4$ ,  $V_5$  – вниз.

Визначити у момент часу  $t_1=2\text{с}$  вказані в таблиці в стовпчиках «Знайти» швидкості ( $V$  – лінійні,  $\omega$  – кутові) та прискорення ( $a$  – лінійні,  $\varepsilon$  – кутові) відповідних точок або тіл (швидкість  $V$  – швидкість вантажу 5 і т. д.).

**Вказівки.** Задача К2 – на дослідження обертального руху твердого тіла довкола нерухомої осі. При розв'язуванні задачі слід враховувати, що коли два колеса знаходяться в зачепленні, швидкість точок зачеплення колес однакова, а коли два колеса пов'язано ремінною передачею, то швидкості всіх точок ремня, а отже, і точок, що лежать на ободі кожного з цих коліс у кожний момент часу чисельно однакові. До цього вважатимемо, що ремінь по ободу колеса не ковзає.







Таблиця К2

Номер умови	Дано Закон руху або швидкості	Знайти	
		швидкості	Прискорення
0	$S_4 = 4(7t - t^2)$	$V_B, V_C$	$\varepsilon_2, a_A, \dot{a}_5$
1	$V_5 = 2(t^2 - 3)$	$V_A, V_C$	$\varepsilon_3, a_A, \dot{a}_4$
2	$\varphi_1 = 2t^2 - 9$	$V_4, \omega_2$	$\varepsilon_2, a_C, \dot{a}_5$
3	$\omega_2 = 7t - 3t^2$	$V_5, \omega_3$	$\varepsilon_2, a_A, \dot{a}_4$
4	$\varphi_3 = 3t - t^2$	$V_4, \omega_1$	$\varepsilon_1, a_B, \dot{a}_5$
5	$\omega_1 = 5t - 2t^2$	$V_5, V_B$	$\varepsilon_2, a_6, \dot{a}_4$
6	$\varphi_2 = 2(t^2 - 3t)$	$V_4, \omega_1$	$\varepsilon_1, a_C, \dot{a}_5$
7	$V_4 = 3t^2 - 8$	$V_A, \omega_3$	$\varepsilon_3, a_B, \dot{a}_5$
8	$S_5 = 2t^2 - 5t$	$V_4, \omega_2$	$\varepsilon_1, a_C, \dot{a}_4$
9	$\omega_3 = 8t - 3t^2$	$V_5, V_B$	$\varepsilon_2, a_A, \dot{a}_4$

**Приклад задачі К2.**

Рейка 1, ступінчасте колесо 2 радіусом  $R_2$  та  $r_2$  і колесо 3 радіусом  $R_3$ , яке скріплене з валом радіусом  $r_3$ , знаходяться в зачепленні. На вал намотано нитку з вантажем 4 на кінці (рис. К2). Рейка рухається згідно із законом  $S_1 = f(t)$ .

Дано:  $R_2 = 6\text{см}$ ,  $r_2 = 4\text{см}$ ,  $R_3 = 8\text{см}$ ,  $r_3 = 3\text{см}$ ,  $S_1 = 3t^3$  ( $S$  – в сантиметрах,  $t$  – в секундах),  $A$  – точка ободу колеса 3,  $t_1 = 3\text{с}$ . Визначити:  $\omega_3, V_4, \varepsilon_3, \dot{a}_A$  у момент часу  $t = t_1$ .

**Розв'язування:** Умовимося позначати швидкості точок, що лежать на зовнішніх ободах коліс (радіусу  $R_i$ ), через  $V_i$ , а точок, що лежать на внутрішніх ободах (радіусу  $r_i$ ) – через  $u_i$ .

1. Визначимо спочатку кутові швидкості всіх коліс як функції часу  $t$ . Знаючи закон руху рейки 1, знаходимо її швидкість

$$V_1 = \frac{dS_1}{dt} = 9t^2 \quad (1)$$

Оскільки рейка 1 і колесо 2 знаходяться в зачепленні, то

$$V_2 = V_1 \quad \text{або} \quad \omega_2 R_2 = V_1.$$

Але колеса 2 і 3 також знаходяться в зачепленні. Отже,

$$u_2 = V_3 \quad \text{або} \quad \omega_2 r_2 = \omega_3 R_3.$$

З цього рівняння знаходимо:

$$\omega_2 = \frac{v_1}{R_2} = \frac{3}{2}t^2, \quad \omega_3 = \frac{r_2}{R_3} \omega_2 = \frac{3}{4}t^2. \quad (2)$$

Тоді для моменту часу  $t = 3\text{с}$ . отримаємо  $\omega_3 = 6,75\text{с}^{-1}$ .

2. Визначимо  $V_4$ . Оскільки  $V_4 = V_B = \omega_3 r_3$ , то при  $t_1 = 3\text{с}$   $V_4 = 20,25\text{ см/с}$ .

3. Визначимо  $\varepsilon_3$ . Враховуючи друге з рівнянь (2), отримуємо  $\varepsilon_3 = \frac{d\omega_3}{dt} = 1,5t$ .

Тоді при  $t_1 = 3\text{с}$ .  $\varepsilon_3 = 4,5\text{с}^{-2}$ .

4. Визначимо прискорення точки  $A$ :  $\bar{a}_A = \bar{a}_{A\tau} + \bar{a}_{An}$ , де

$$a_{A\tau} = R_3 \varepsilon_3, \quad a_{An} = R_3 \omega_3^2$$

Тоді для моменту часу  $t_1 = 3\text{с}$ . маємо:

$$a_{A\tau} = 36\tilde{n} / \tilde{n}^2, \quad a_{An} = 364,5\tilde{n} / \tilde{n}^2;$$

$$a_A = \sqrt{\dot{a}_{A\tau}^2 + \dot{a}_{An}^2} = 366,3\text{с} / \tilde{n}^2.$$

Всі швидкості та прискорення точок, а також напрями кутових швидкостей показано на рис. К2.

Відповідь :  $\omega_3 = 6,75\tilde{n}^{-1}$ ,  $V_4 = 20,25\tilde{n} / \tilde{n}$ ;  $\varepsilon_3 = 4,5\tilde{n}^{-2}$ ;  $a_A = 366,3\text{с} / \tilde{n}^2$ .

### 2.3. Задача К3.

Задача К3 на визначення кінематичних параметрів точок і тіл. Для заданої системи тіл визначити швидкість та прискорення точки, вказаної в табл. К3. у момент часу  $t$ , якщо відомий закон руху одного з тіл системи.

**Вказівки:** Для розв'язання задачі необхідно знати як визначаються швидкості та прискорення точок при плоско-паралельному русі (П.П.Р.) тіла. Швидкість будь-якої точки  $M$  тіла, що здійснює П.П.Р., дорівнює:

$$V_M = \omega \cdot AP,$$

де:  $\omega$  – кутова швидкість тіла;

$AP$  – відстань від даної точки до миттєвого центру швидкостей (М.Ц.Ш.) тіла.

Прискорення довільної точки  $M$  при П.П.Р. тіла є векторна сума складових прискорень

$$\bar{a}_M = \bar{a}_K + \bar{a}_{MK}^\tau + \bar{a}_{MK}^n$$

де:  $a_K$  – прискорення полюса  $K$ ;

$a_{MK}^\tau$  – тангенціальне прискорення обертального руху точки  $M$  навколо полюса  $K$ ;

$a_{MK}^n$  – нормальне прискорення точки  $M$  відносно полюса.

За полюс необхідно прийняти ту точку тіла, для якої відомі відповідні кінематичні характеристики.

При визначенні швидкостей точок тіла, що здійснює П.П.Р., можна користуватися також теоремою про проєкції швидкостей точок тіла.

Таблиця КЗ

№ умови	Закон руху тіла	Точка	Час $t$ , с
0	$x_1 = 2t^2(i)$	$A$	1
1	$\varphi_2 = 2\pi t^2(\delta\dot{a}\ddot{a})$	$B$	2
2	$x_1 = 10t^2 + t(i)$	$C$	4
3	$\varphi_2 = 5\pi t^2(\delta\dot{a}\ddot{a})$	$A$	1
4	$x_1 = 8t^2 + 5t(i)$	$B$	2
5	$\varphi_2 = 10\pi t^2 + 2t(\delta\dot{a}\ddot{a})$	$C$	4
6	$x_1 = 2\pi t^2 + 2t(i)$	$A$	1
7	$\varphi_2 = \sin \frac{\pi}{6} t(\delta\dot{a}\ddot{a})$	$B$	2
8	$x_1 = 6t^2 + 3t(i)$	$C$	4
9	$\varphi_2 = \cos \frac{\pi}{6} t(\delta\dot{a}\ddot{a})$	$A$	1

### **Приклад задачі КЗ**

Для заданої системи тіл (рис. КЗ) визначити швидкість та прискорення точки  $A$ .

Дано:  $x_1 = 2t^2 i$ ,  $R_2 = 2i$ ,  $r_3 = 1i$ ,  $R_3 = 2i$ ,  $t_1 = 1c$ .

**Розв'язування:** Визначимо швидкість тіла 1 за його законом руху

$$V_1 = \frac{dx_1}{dt} = 4t \text{ м/с.}$$

Кутова швидкість тіла 2 дорівнюватиме

$$\omega_2 = \frac{V_1}{r_2} = \frac{4t}{1} = 4t \text{ с}^{-1}.$$

Швидкість точки  $O_3$  визначиться виразом

$$V_0 = \omega_2 \cdot R_2 = 8t \text{ м/с.}$$

Кутова швидкість тіла 3 дорівнює відношенню швидкості точки  $O$  до відстані від точки  $O$  до М.Ц.Ш. (точка  $P$ ).

$$\omega_3 = \frac{V_0}{OP} = \frac{V_0}{R_3} = \frac{8t}{2} = 4t \text{ с}^{-1}.$$

Швидкість точки  $A$  дорівнюватиме :

$$V_A = \omega_3 \cdot AP = 4t \cdot R_3 \cdot \sqrt{2} = 4t \cdot 2\sqrt{2} = 10,6t \text{ м/с.}$$

Визначимо прискорення точки  $O$ , знаючи, що траєкторія її пряма лінія.

$$a_0 = \frac{dV_0}{dt} = 8 \text{ м/с}^2.$$

Прискорення точки  $A$  (точку  $O$  прийнято за полюс) має вигляд:

$$\vec{a}_A = \vec{a}_0 + \vec{a}_{Ai}^{\tau} + \vec{a}_{Ai}^n$$

Спроекуємо дане векторне рівняння на осі координат  $x$  та  $y$  відповідно і отримаємо

$$a_{Ax} = a_0 + a_{Ai}^n, \quad a_{Ay} = a_{Ai}^{\tau}.$$

Нормальне прискорення точки  $A$  при обертанні тіла відносно полюса  $O$  дорівнює

$$a_{Ai}^n = \omega_3^2 AO = \omega_3^2 R_3 = 32t^2.$$

Тоді проекція прискорення точки  $A$  на вісь  $x$  дорівнюватиме

$$a_{A0} = 8 + 32t^2$$

$$\text{При } t = 1 \text{ с. } a_{Ax} = 40 \text{ м/с}^2.$$

Тангенціальне прискорення точки  $A$  при обертанні тіла відносно полюса  $O$  дорівнює:

$$a_{Ai}^{\tau} = \varepsilon_3 \cdot AO,$$

де  $\varepsilon_3$  – кутове прискорення тіла 3.

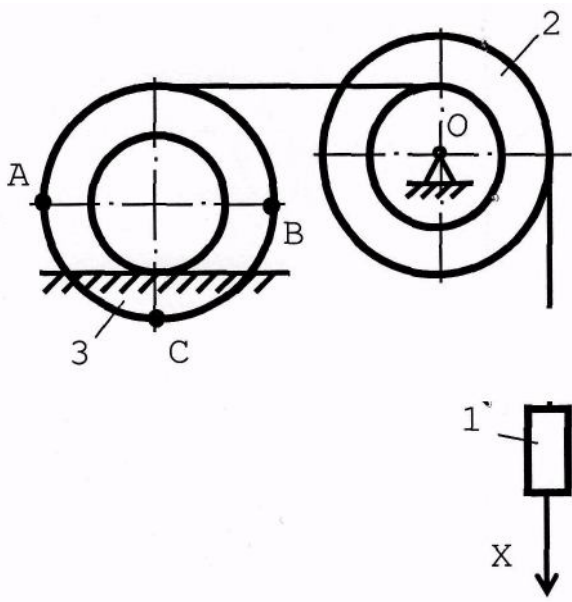
При  $t = 1$  с.

$$\dot{a}_{Ay} = a_{Ai}^{\tau} = 8 \text{ м/с}^2.$$

Остаточно визначимо модуль прискорення точки  $A$

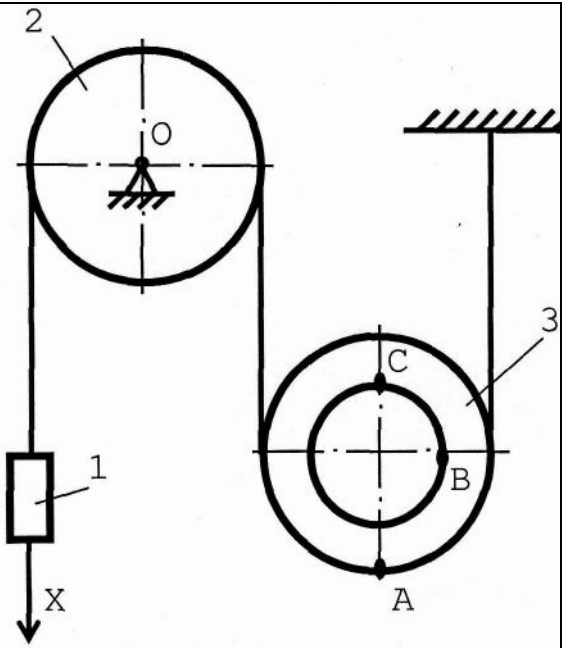
$$\dot{a}_A = \sqrt{(a_{Ax})^2 + (a_{Ay})^2} = \sqrt{40^2 + 8^2} = 40,8 \text{ м/с}^2.$$

Відповідь:  $V_A = 10,6 \text{ м/с}$ ;  $\dot{a}_A = 40,8 \text{ м/с}^2$ .



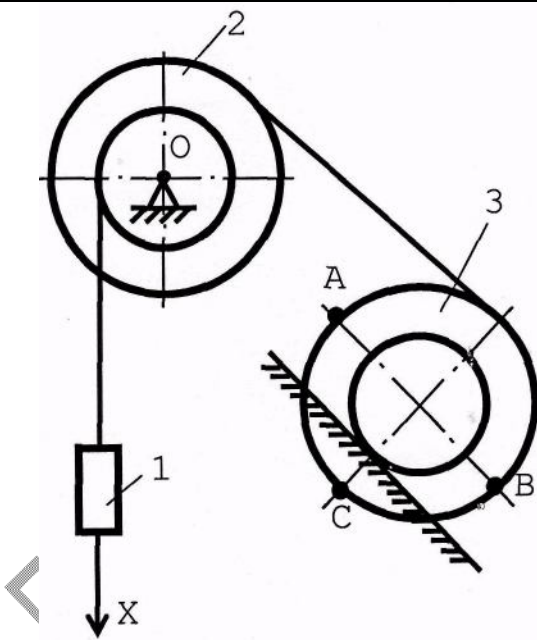
$$R_2 = R_3 = 2r_2 = 2r_3 = 2$$

Рис. К3.0



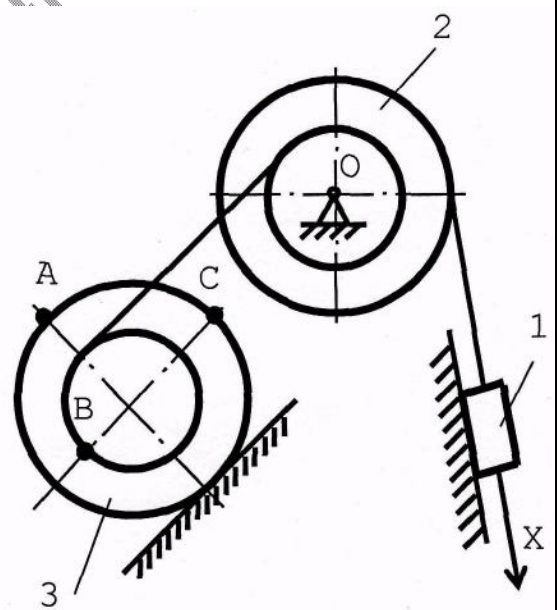
$$R_2 = R_3 = 2r_3 = 2$$

Рис.. К3.1



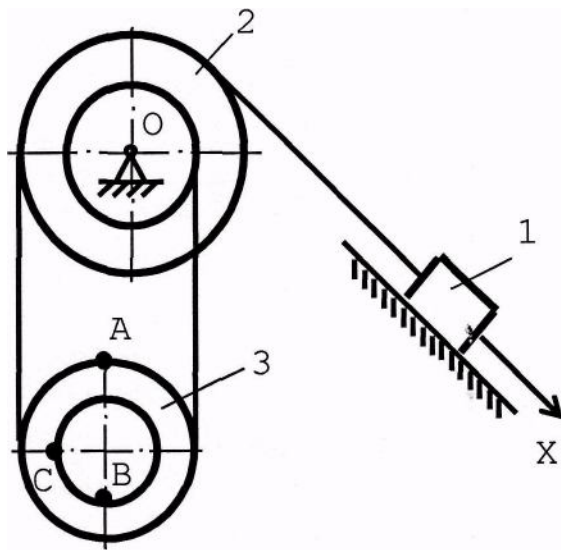
$$R_2 = R_3 = 2r_2 = 2r_3 = 2$$

Рис. К3.2

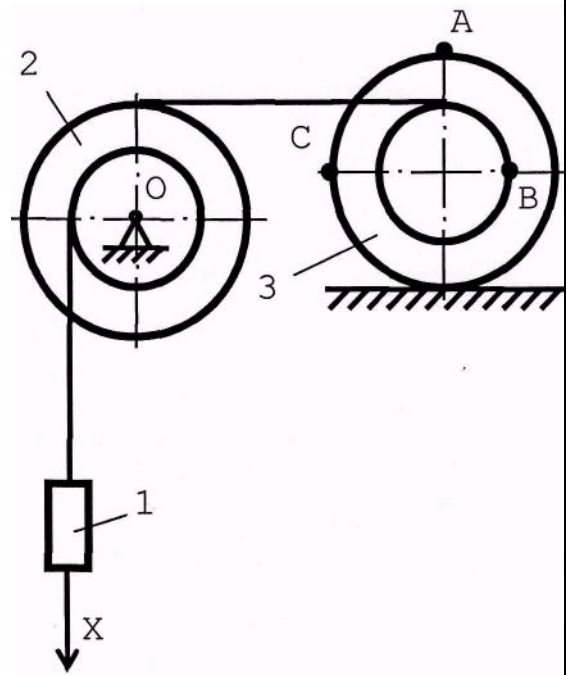


$$R_2 = R_3 = 2r_2 = 2r_3 = 2$$

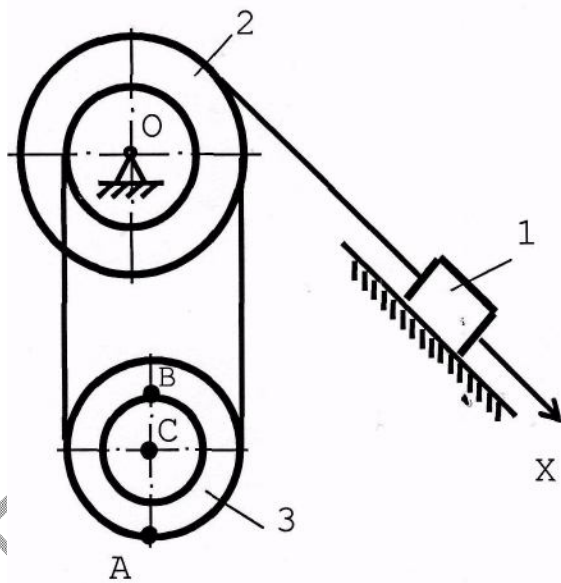
Рис. К3.3



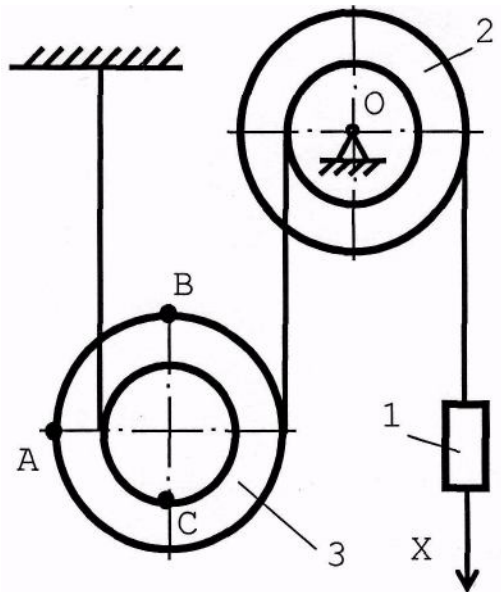
$R_2 = 2r_2 = 2m$   $R_3 = 2r$   
Рис. К3.4



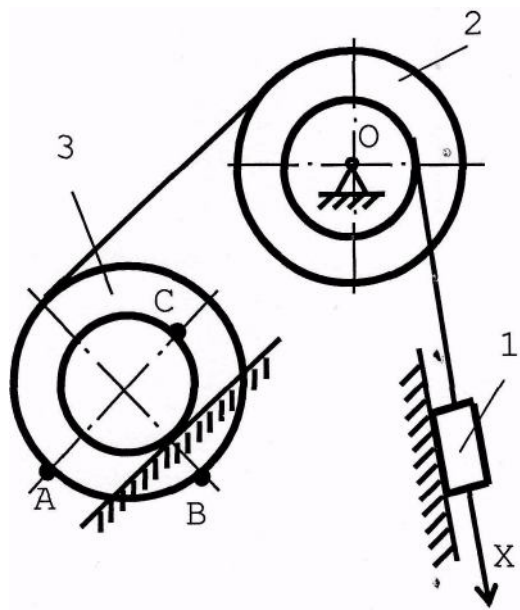
$R_2 = R_3 = 2r_2 = 2r_3 = 2$   
Рис. К3.5



$R_2 = 2r_2 = 2m$   $R_3 = 2r$   
Рис. К3.6

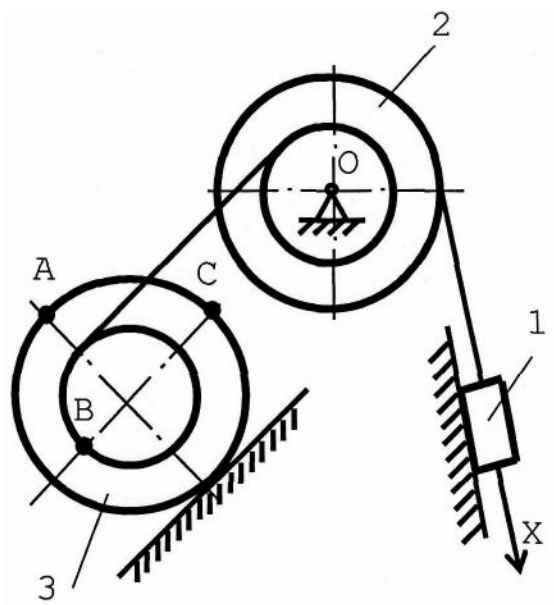


$R_2 = R_3 = 2r_2 = 2r_3 = 2$   
Рис. К3.7



$$R_2 = R_3 = 2r_2 = 2r_3 = 2$$

Рис. К3.8



$$R_2 = R_3 = 2r_2 = 2r_3 = 2$$

Рис. К3.9

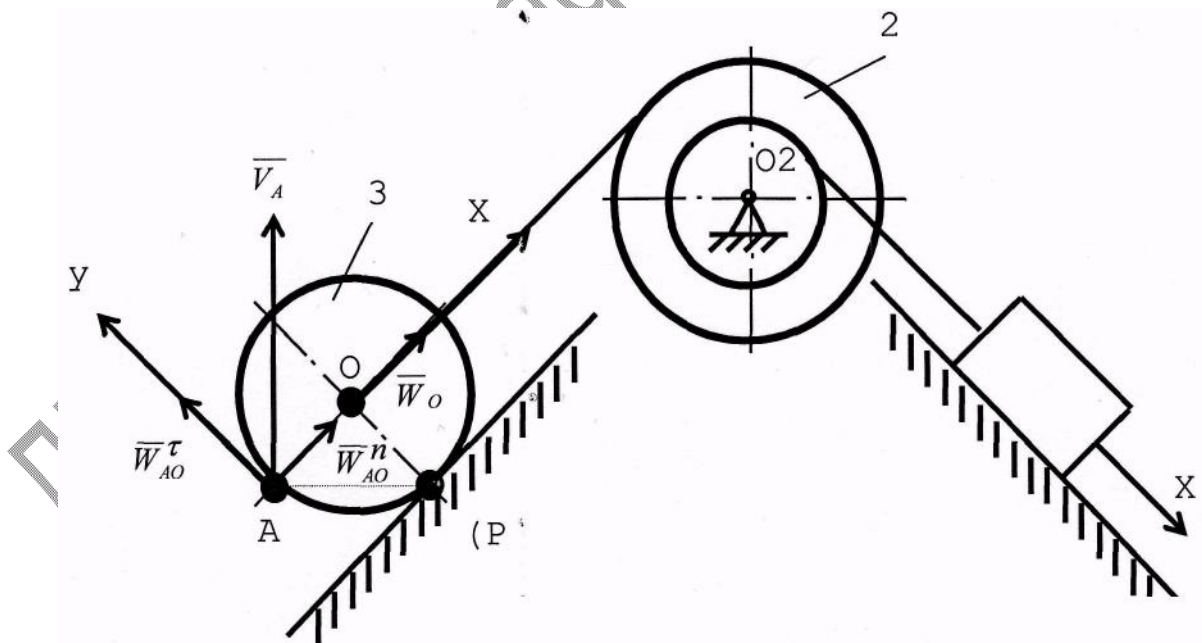


Рис. К3



## 2.4. Задача К4

Завдання К4 – на складний рух точки. Точка  $M$  рухається відносно тіла  $D$ . Відповідно до рівнянь відносного руху точки  $M$  і руху тіла  $D$  визначити для моменту часу  $t=t_l$  абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки  $M$ .

Схеми варіантів наведені на рис. К.4.0 – К.4.9, а вихідні дані зведено у табл. К.4.

**Вказівки.** Для розв'язання задачі необхідно скористатися теоремами про складання швидкостей і складання прискорень при складному русі точки.

Таблиця К4

Номер умови	Рівняння відносного руху точки $M$ $OM=S_r=S(t)$ , см	Рівняння руху тіла $\varphi_e = \varphi(t)$ , рад	$t_l$ , с	$R$ , см	$a$ , см
0	$20 \sin \pi t$	$2t^3$	2	20	10
1	$10 \sin \pi t$	$2t^3 - t^2$	1	10	70
2	$20 \cos 2\pi t$	$2t + t^2$	3	30	50
3	$120\pi t$	$2t^2 - t$	4	40	20
4	$6t + 3t^2$	$5t^2 + 10t$	5	15	30
5	$5t^2$	$10t^3 + t$	7	30	15
6	$10t + 2t^2$	$20t^3$	6	20	40
7	$30 \cos \pi t$	$2t^3 + t^2$	8	50	30
8	$15 \sin \pi t$	$10t^2 + 10t$	10	70	10
9	$2t^2$	$10t^2$	9	10	20

### Приклад задачі К4

Механізм зображений на рис. К.4.

Рівняння відносного руху точки :

$$S_r = OM = 16 - 8 \cos 3\pi t \text{ см.}$$

Рівняння руху тіла

$$\varphi_e = 0,9t^2 - 9t^3 \text{ рад.}$$

Визначити для моменту часу  $t_l = 2/9$  с абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки  $M$ .

**Розв'язування:** Вважаємо, що в заданий момент часу площина рисунку збігається з площиною тіла  $D$ . Положення точки  $M$  на тілі  $D$  визначається відстанню  $S_r = OM$ .

$$\text{При } t=t_1=2/9 \text{ с } S_r=16-8\cos\left(3\pi\cdot\frac{2}{9}\right)=20,0 \text{ см.}$$

Абсолютну швидкість точки  $M$  визначимо як векторну суму відносної та переносної швидкостей

$$\bar{V}_a = \bar{V}_r + \bar{V}_e$$

Модуль відносної швидкості

$$V_r = \frac{dS_r}{dt} = 24\pi \sin 3\pi t \text{ см/с.}$$

$$\text{При } t = 2/9 \text{ с } V_r = 65,2 \text{ см/с.}$$

Позитивний знак у  $V_r$  вказує на те, що вектор  $V_r$  направлений у бік зростання  $S_r$ .

Модуль переносної швидкості точки  $M$

$$V_e = R\omega_e,$$

де  $R$  - радіус кола, що описує точка тіла  $D$ , з якою в заданий момент часу збігається точка  $M$ ,  $R=S_r \sin 30^\circ = 10,0$  см;  $\omega_e$  - модуль кутової швидкості тіла  $D$ .

$$\omega_e = \frac{d\varphi_e}{dt} = 1,8 - 2,7t^2 \text{ (рад/с)}$$

$$\text{При } t=t_1=2/9 \text{ с } \omega_e = -0,93 \text{ с}^{-1}.$$

Негативний знак в  $\omega_e$  показує, що обертання тіла відбувається навколо осі  $OZ$  у бік протилежний напрямку відліку кута  $\varphi_e$ . Тому вектор  $\omega_e$  направлений по осі  $OZ$  вниз (рис. К.4.а).

Модуль переносної швидкості точки  $M$  (при  $t=2/9$  с) дорівнюватиме

$$V_e = 9,3 \text{ см/с.}$$

Вектор  $\bar{V}_e$  направлений по дотичній до кола  $L$  у бік обертання тіла.

Оскільки  $\bar{V}_e$  і  $\bar{V}_r$  взаємно перпендикулярні, модуль абсолютної швидкості точки  $M$  визначається як

$$V_a = \sqrt{V_r^2 + V_e^2}.$$

$$\text{Або при } t=2/9 \text{ с } V_a=65,9 \text{ см/с.}$$

Абсолютне прискорення точки  $M$  дорівнює геометричній сумі відносного, переносного і Кориолісового прискорення

$$\bar{a}_a = \bar{a}_r + \bar{a}_e + \bar{a}_c.$$

Або в розгорнутому вигляді

$$\bar{a}_a = \bar{a}_r^{\tau} + \bar{a}_r^n + \bar{a}_e^{\tau} + \bar{a}_e^n + \bar{a}_c.$$

Модуль відносного дотичного прискорення

$$\dot{a}^{\tau}_r = \frac{d^2 S_r}{dt^2} = 72\pi^2 \cos 3\pi t \text{ см/с}^2.$$

При  $t = 2/9 \text{ с}$   $\dot{a}^{\tau}_r = -355 \text{ см/с}^2$ .

Від'ємний знак  $a^{\tau}_r$  показує, що вектор  $\vec{a}^{\tau}_r$  направлений у бік від'ємних значень відліку  $S_r$ . Знаки  $V_r$  та  $\dot{a}^{\tau}_r$  протилежні, тобто відносний рух точки  $M$  сповільнений (рис. К4.б).

Відносне нормальне прискорення  $a^n_r = \frac{V_r^2}{\rho} = 0$ . Оскільки траєкторія відносного руху пряма лінія, то  $\rho = \infty$ .

Модуль переносного тангенціального прискорення точки  $M$

$$a^{\tau}_e = R\varepsilon_e,$$

де  $\varepsilon_e$  – кутове прискорення тіла

$$\varepsilon_e = \frac{d^2 \varphi_e}{dt^2} = 1,8 - 54t \text{ с}^{-2}.$$

При  $t = t_l = 2/9 \text{ с}$   $\varepsilon_e = -10,2 \text{ с}^{-2}$ .

Знаки  $\varepsilon_e$  і  $\omega_e$  однакові, отже обертання тіла  $D$  прискорене.

$$a^{\tau}_e = 102 \text{ см/с}^2.$$

Модуль переносного нормального прискорення

$$a^n_e = R\omega_e^2 = 9 \text{ см/с}^2.$$

Вектор  $\vec{\omega}_e$  направлений до центра кола  $L$  (рис. К4.б).

Прискорення Кориоліса визначається виразом

$$a_c = 2\vec{\omega}_e \times \vec{V}_r.$$

Модуль Кориолісового прискорення при  $t = 2/9 \text{ с}$

$$a_c = 2\omega_e V_r \sin 150^\circ = 61 \text{ см/с}^2.$$

Вектор  $\vec{a}_c$  направлено згідно з правилом векторного множення (рис. К4.в).

Модуль абсолютного прискорення точки  $M$  визначимо, проектуючи вектор  $\vec{a}_a$  на координатні осі:

$$a_z = -a_r \cos 30^\circ; \quad a_y = -a^n_e - a_r \cos 60^\circ; \quad a_x = a^{\tau}_e + a_c.$$

Тоді

$$a_a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = 395 \text{ см/с}^2.$$

Відповідь:  $V_a = 65,9 \text{ см/с}$ ,  $a_a = 395 \text{ см/с}^2$ .

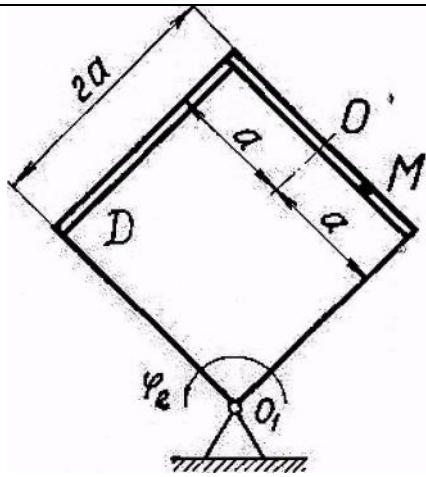


Рис.К4.0

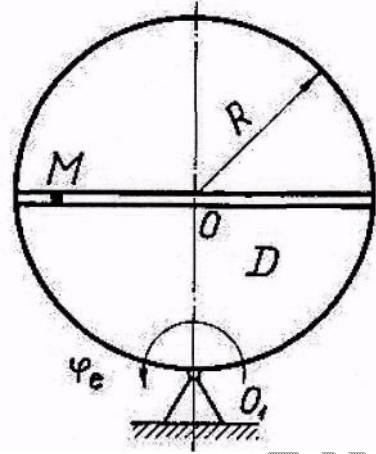


Рис.К4.1

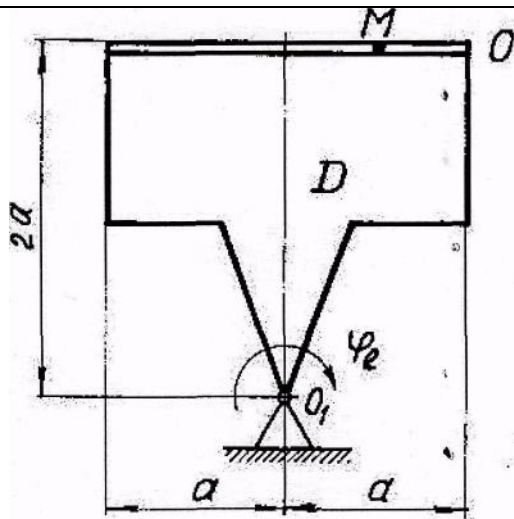


Рис.К4.2

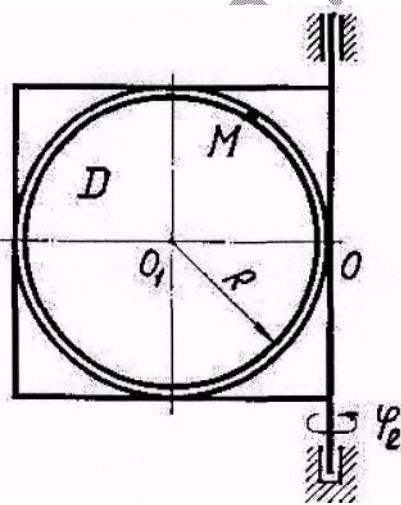


Рис.К4.3

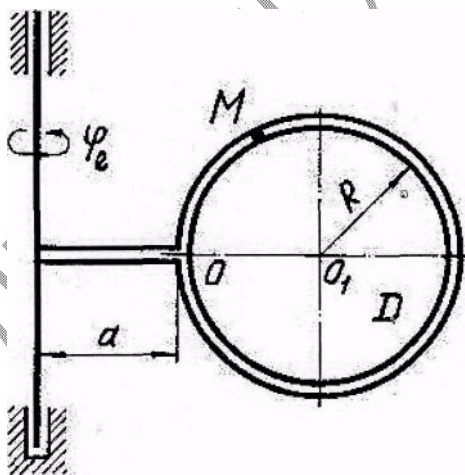


Рис.К4.4

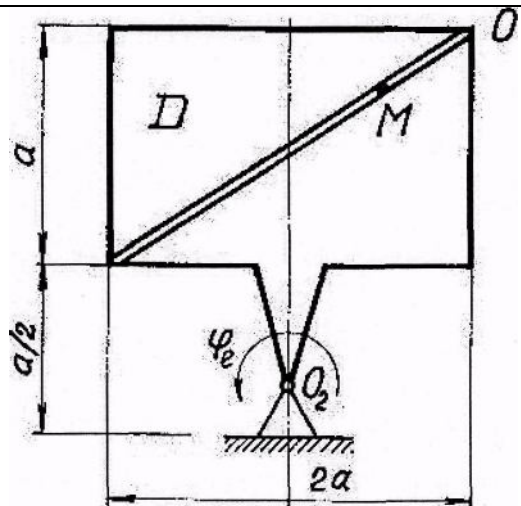


Рис.К4.5

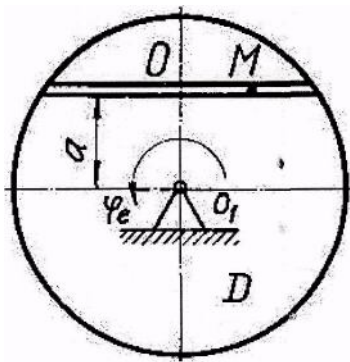


Рис.К4.6

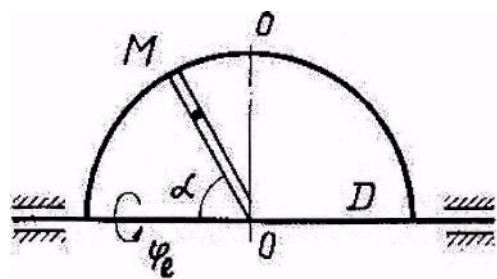


Рис.К4.7

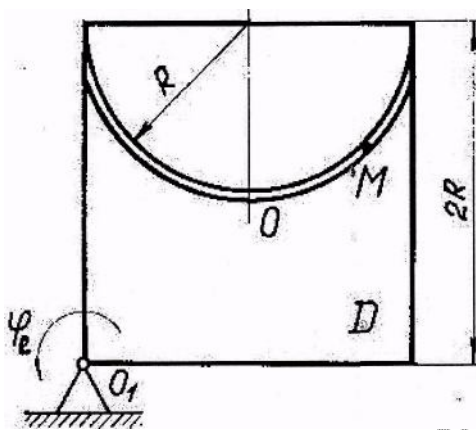


Рис.К4.8

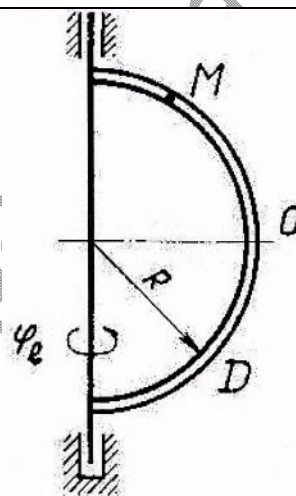


Рис.К4.9

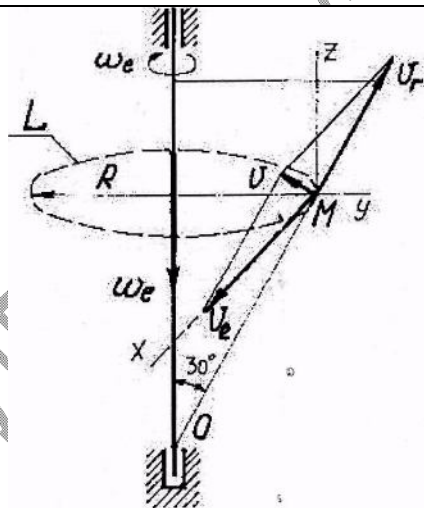


Рис.К4.а

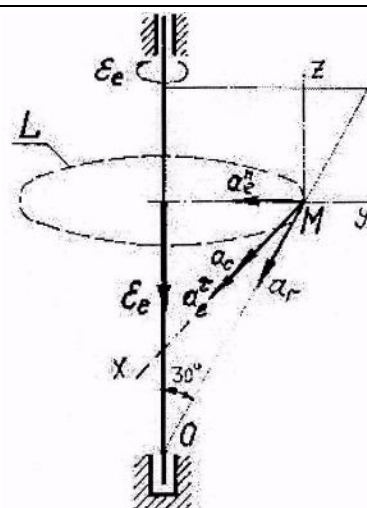


Рис.К4.б

## **Вибір варіантів, порядок виконання робіт, пояснення до тексту.**

До кожного завдання додається 10 рисунків і таблиця (з тим же номером, що і завдання), які містять додаткові умови до тексту завдання. Нумерація малюнків подвійна, при цьому номером малюнка є цифра, що стоїть після точки. Наприклад, рис. К1.7 – це рис.7 до завдання К1 і так далі. Номери числових даних від 0 до 9 проставлені в першому стовпчику (або рядку) кожної таблиці.

***Студент у всіх завданнях вибирає номер малюнка по передостанній цифрі шифру, а номер умови в таблиці – по останній; наприклад, якщо шифр закінчується числом 73, то вибирається рис. 7 і умова №3 з таблиці.***

Кожне завдання виконується в окремому учнівському зошиті. На обкладинці указуються: назва дисципліни, номер роботи, група, прізвище і ініціали студента, учбовий шифр (номер студентського квитка) і адреса.

***Розв'язування кожної задачі обов'язково починати з нової сторінки.***

Зверху указується номер завдання, далі виконується креслення (можна олівцем), записується коротка умова завдання і що потрібно визначити. Креслення виконується з урахуванням умов вирішуваного варіанту; на ній усі кути, число тіл і їх розташування на кресленні повинні відповідати цим умовам.

Креслення повинне бути акуратним і наочним, а його розміри повинні дозволяти ясно показати всі вектори швидкості і прискорення тіл та їхніх точок і др.; показувати ці вектори і координатні осі на кресленні, а також указувати розмірності всіх отримуваних величин ***потрібно обов'язково.***

Розв'язування завдань необхідно супроводжувати короткими поясненнями (які формули або теореми застосовуються, звідки отримані ті або інші результати і тому подібне) ***і детально висловлювати весь хід розрахунків.*** На кожній сторінці слід залишати поля для зауважень рецензента.

***Роботи, що не відповідають всім перерахованим вимогам, перевірятися не будуть, а повертатимуться для переробки.***

До роботи, що здається на повторну перевірку (якщо вона виконана в іншому зошиті) повинна обов'язково додаватися незарахована робота.

При виконанні кожного завдання необхідно врахувати наступне. Більшість малюнків наведено без дотримання масштабів. Вважається, що всі нитки (троси, вірьовки) є нерозтяжними і невагомими, нитки, перекинуті через блок, по блоку не ковзають, катки і колеса котяться по площинах без просковзування. Всі в'язі, якщо немає інших зауважень, вважаються ідеальними.

***При виконанні завдань всі перетворення і числові розрахунки повинні бути послідовно виконані з необхідними поясненнями. В кінці кожної задачі повинні бути наведені відповіді.***

## ЛИТЕРАТУРА

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. - М.: Высш. шк., 1974. - 527 с.
2. Бать М.И., Джанелидзе Т.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах. Том I. – М.: Наука, 1973. – 487 с.
3. Бать М.И., Джанелидзе Т.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах. Том II. – М.: Наука, 1973. – 520 с.
4. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике. /Под ред. А.А. Яблонского. – М.: Интеграл-Пресс, 1998. – 384 с.
5. Березова О.А., Друшляк Г.Е., Солодовников Р.В. Теоретическая механика: Сб. задач; Учеб. Пособие. – Киев: Вища шк., 1980. – 400 с.
6. Сборник задач по теоретической механике: Учеб пособие. / Под ред. К.С. Колесникова. – М.: Наука, 1989. – 448 с.
7. Добронравов В.В., Никитин Н.Н., Дворников А.Л. Курс теоретической механики. – М.: Высш. шк., 1983. – 449 с.

## ЗМІСТ

	Стор.
Загальні відомості.....	3
1. Робоча програма розділу «Кінематика».....	3
2. Задачі до індивідуальних завдань.....	4
2.1 Задача К1.....	4
2.2 Задача К2.....	6
2.3 Задача К3.....	10
2.4 Задача К4.....	16
Вибір варіантів, порядок виконання робіт.....	21
Література.....	22

ДВНЗ "НГУ" кафедра БТ та ПМ