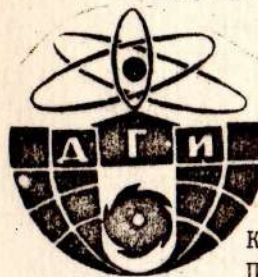


Бесплатно

Министерство высшего и среднего специального
образования СССР

Днепропетровский ордена Трудового Красного Знамени
горный институт им. Артема

Днепродзержинский ордена Трудового Красного Знамени
индустриальный институт им. М.И.Арсеничева



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРОФИЛЬНОГО ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ "ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА"
С ПРИМЕНЕНИЕМ ЭВМ

для студентов горно-металлургических
специальностей



Днепропетровск ДГИ 1990

Министерство высшего и среднего специального
образования УССР

Днепропетровский ордена Трудового Красного Знамени
горный институт им. Артема

Днепродзержинский ордена Трудового Красного Знамени
индустриальный институт им. М.И.Арсеничева

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРОФИЛЬНОГО ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ "ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА"
С ПРИМЕНЕНИЕМ ЭЭМ

"Движение точки, брошенной под углом
к горизонту"

для студентов горно-металлургических
специальностей

Утверждено
на заседании кафедры
теоретической и
строительной механики
Протокол № 13
от 30 октября 1989 г.

Днепропетровск ДИИ 1990

Методические указания к выполнению профильного домашнего задания по теоретической механике с применением ЭМ / Сост.: Л.В.Колосов, В.А.Ропай – Днепропетровск; ДТИ, 1990 – 39 с.

Составители: Л.В.Колосов, докт. техн. наук, проф.

В.А.Ропай, канд. техн. наук, доц.

Ответственный за выпуск зав. кафедрой строительной и теоретической механики В.И.Онищенко, канд. физ.-мат. наук, проф.

I. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Значительная часть горно-металлургических машин предназначена для осуществления непрерывного перемещения и транспортирования горных масс, причем, часть времени транспортируемые массы находятся в условиях свободного полета. Существуют также машины специально предназначенные для метания горных пород на большие расстояния (метательные машины).

На рис. I представлена схема метательной машины, осуществляющей перемещение горных масс в условиях свободного полета

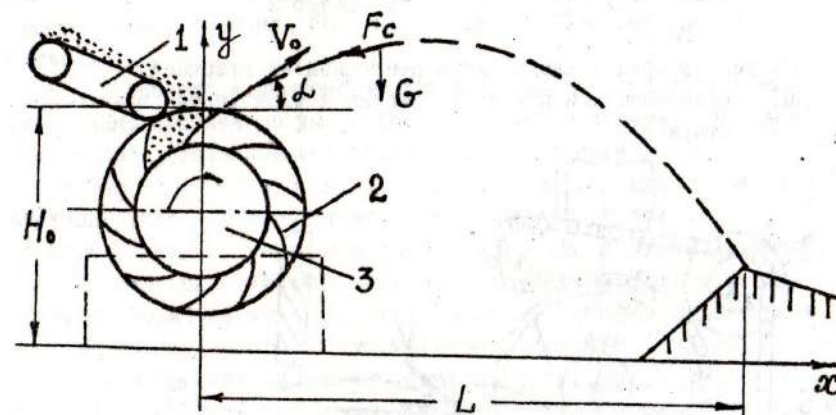


Рис. I

Принцип действия машины заключается в следующем. Транспортер I подает горную массу на ковши 2, закрепленные на роторном колесе 3, вращающемся с угловой скоростью ω . Ковши устроены так, что они захватывают горную массу и бросают ее под углом α к горизонту (для достижения наибольшей дальности полета угол $\alpha = 45^\circ$). Диаметр роторного колеса и скорость его вращения ω выбирают таким образом, чтобы обеспечить заданную дальность метания L (до 100–150 м).

Целесообразность такой схемы транспортирования горных пород обуславливается невозможностью применения традиционных транспортных средств (конвейер, автотранспорт и др.), например, при наличии взрывных работ в зоне транспортирования.

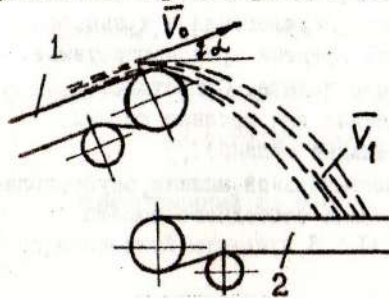


Рис. 2

На рис. 2 представлена схема перегрузочного пункта на ленточных конвейерах.

Горная масса в условиях свободного полета транспортируется с ленточного конвейера I, расположенного под углом α , на ленточный конвейер 2.

На рис. 3 представлена схема ленточной загрузочной машины, предназначенной для забрасывания в электропечь шлакообразующих материалов.

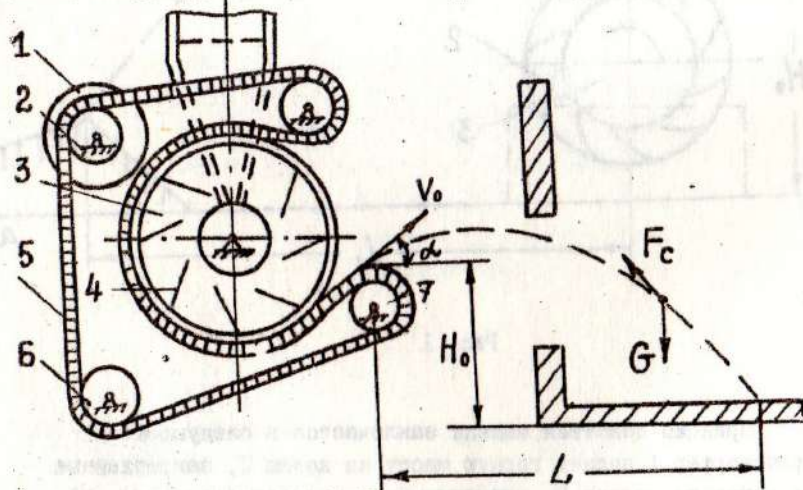


Рис. 3

Бросковый механизм машины, приведенной на рисунке, состоит из электродвигателя I с приводным роликом 2, ротора 3 с лопатками 4, бесконечной ленты 5, натяжного ролика 6, направляющего ролика 7.

Материал из бункера подается в центр ротора 3, захватывается лопатками 4, передается на ленту 5 и далее выбрасывается в нужное место печи с направляющего ролика 7.

По аналогичному принципу действуют закладочные машины в горной технике, назначение которых состоит в заполнении подземных выработок специальным закладочным материалом.

Можно привести еще целый ряд технологических процессов в горно-металлургической промышленности, в которых осуществляется передача (транспортирование) материала в условиях свободного полета. Практически это все процессы загрузки бункеров с ленточных конвейеров, транспортирования вскрышных пород в выработанное пространство, метания (бросания) горной массы или специальных материалов.

Для расчета и компоновки таких машин, выбора схем транспортирования, необходимо уметь решать задачу о движении частицы материала, брошенной под углом α к горизонту с начальной скоростью V_0 . При этом, как показывает практика, движение частицы будет зависеть от начальной скорости бросания, формы и размеров частицы, характеристики среды, в которой она движется, т.е. от сил сопротивления движению F_c , которые действуют на частицу. Величина этих сил сопротивления в первом приближении пропорциональна скорости (или квадрату скорости) движения частицы.

Пренебрежение силами сопротивления при достаточно больших скоростях движения тел может привести к значительным ошибкам при определении дальности и высоты полета. Например, первоначально при проектировании металлургических машин пренебрегали сопротивлением среды при движении в ней частицы материала. Это привело к тому, что расчетная дальность метания L значительно (в несколько раз) отличалась от действительной.

Вследствие этого ниже приведены рекомендации по исследованию движения частицы материала в среде с сопротивлением.

Изложенная ниже методика одинаково оправдана как для описания движения частиц материала в горно-металлургических машинах, так и полета снаряда в воздухе, движения тела в морской воде (в настоящее время создаются комплексы оборудования для добычи полезных ископаемых со дна Мирового океана).

2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ КРИВОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ ТОЧКИ И ИХ ИНТЕГРИРОВАНИЕ

При составлении дифференциальных уравнений движения будем полагать исследуемый объект материальной точкой, однако, при определении сил сопротивления будем учитывать форму и размеры тела.

Дифференциальное уравнение движения материальной точки на участке свободного полета в векторной форме записывается в виде

$$m\bar{a} = \bar{G} + \bar{F}_c, \quad (1)$$

где m - масса точки, \bar{a} - ускорение движения точки, \bar{G} - сила тяжести, \bar{F}_c - сила сопротивления движению точки. Проанализируем следующие три случая.

1. Движение материальной точки без учета сил сопротивления (например, в безвоздушном пространстве).
2. Движение материальной точки с учетом сил сопротивления, пропорциональных первой степени скорости (при относительно малых скоростях движения тел).
3. Движение материальной точки с учетом сил сопротивления, пропорциональных квадрату скорости (для скоростей до 300 м/с).

2.1. Движение материальной точки без учета сил сопротивления ($F_c = 0$)

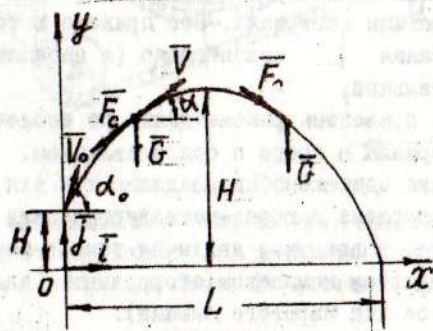


Рис. 4

Проектируя векторное уравнение (1) на координатные оси x и y и полагая $F_c = 0$, получим

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= 0, & \text{а)} \\ m\ddot{y} &= 0, & \text{б)} \end{aligned} \quad (2)$$

где $\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$,
 $\ddot{y} = \frac{d^2y}{dt^2}$.

Уравнения (2) запишем в виде

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= 0, & \text{а)} \\ \ddot{y} &= -g. & \text{б)} \end{aligned} \quad (3)$$

Уравнения (3) будем интегрировать при следующих начальных условиях:

при $t=0$ $x_0=0$ а) $y_0=H_0$ б)
 $\dot{x}_0=V_0 \cos \alpha_0$ в) $\dot{y}_0=V_0 \sin \alpha_0$ г) (4)

Интегрируя уравнение (3 а), получим

$$\dot{x} = C_1; \quad x = C_1 t + C_2 \quad (5)$$

Определяя постоянные интегрирования C_1 и C_2 из начальных условий (4 а) и (4 в), найдем

$$C_1 = V_0 \cos \alpha_0, \quad C_2 = 0.$$

Интегрируя уравнение (3 б), получим

$$\dot{y} = -gt + C_3; \quad y = -\frac{gt^2}{2} + C_3 t + C_4. \quad (6)$$

Используя начальные условия (4 б) и (4 г), найдем

$$C_3 = V_0 \sin \alpha_0, \quad C_4 = H_0.$$

Окончательно уравнения движения материальной точки имеют вид

$$\begin{aligned} x &= V_0 t \cos \alpha_0 & \text{а)} \\ y &= -\frac{gt^2}{2} + V_0 t \sin \alpha_0 + H_0 & \text{б)} \end{aligned} \quad (7)$$

При этом

$$\dot{x} = V_0 \cos \alpha_0 \quad \text{а)}, \quad \dot{y} = -gt + V_0 \sin \alpha_0 \quad \text{б)} \quad (8)$$

Проанализируем полученные результаты. Уравнение траектории движения точки $y = f(x)$ получим, исключив параметр t в уравнениях (7). Из (7 а) находим $t = \frac{x}{V_0 \cos \alpha_0}$. Подставляя это значение в (7 б) найдем

$$y = -\frac{gx^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha_0} + x \operatorname{tg} \alpha_0 + H_0. \quad (9)$$

Это уравнение параболы.

Определим время T полета материальной точки. Полагая $y = 0$ в выражении (7 б), получим квадратное уравнение относительно T

$$-\frac{gT^2}{2} + V_0 T \sin \alpha_0 + H_0 = 0.$$

Корни этого уравнения

$$T_{1,2} = \frac{V_0 \sin \alpha_0 \pm \sqrt{V_0^2 \sin^2 \alpha_0 + 2gH_0}}{g}. \quad (10)$$

Однако, отрицательное значение T не соответствует физическому смыслу задачи, поэтому значение T соответствует знаку "+" перед корнем в числителе выражения (10).

Дальность полета точки вычислим, полагая $t = T$ в выражении (7 а)

$$x_{\max} = L = V_0 T \cos \alpha_0. \quad (11)$$

Время движения материальной точки по восходящей ветви траектории τ , найдем, положив в (8 б) $\dot{y} = 0$, т.е.

$$-g\tau + V_0 \sin \alpha_0 = 0$$

Отсюда

$$\tau = \frac{V_0 \sin \alpha_0}{g}. \quad (12)$$

Максимальную высоту траектории, найдем, положив в (7 б) $t = \tau$

$$y_{\max} = H = -\frac{g\tau^2}{2} + V_0 \tau \sin \alpha_0 + H_0 = \frac{V_0^2}{2g} \sin^2 \alpha_0 + H_0. \quad (13)$$

Найдем длину траектории материальной точки, используя следующее известное соотношение

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \sqrt{1 + (y')^2} dx. \quad (14)$$

Дифференцируя выражение (9), найдем

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{gx}{V_0^2 \cos^2 \alpha_0} + \operatorname{tg} \alpha_0$$

Тогда
$$s = \int ds = \int_0^{x_{\max}} \sqrt{1 + (y')^2} dx \quad (15)$$

Выражение для s можно найти, учитывая, что

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt}; \quad \dot{y} = \frac{dy}{dt}.$$

Отсюда

$$dx = \dot{x} dt; \quad dy = \dot{y} dt.$$

Тогда

$$ds = \sqrt{(\dot{x})^2 + (\dot{y})^2} dt \quad \text{и} \quad (16)$$

где \dot{x} и \dot{y} определяются из выражений (8)

В заключение выполним анализ кинематических характеристик движения. Во время полета на материальную точку действует только вертикальная сила тяжести G ($F_0 = 0$). Поэтому ускорение движения точки $a = g = 9,81 \text{ м/с}^2$ и направлено вертикально вниз (рис. 5)

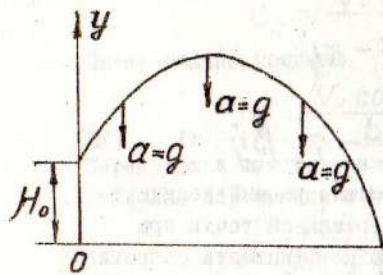


Рис. 5

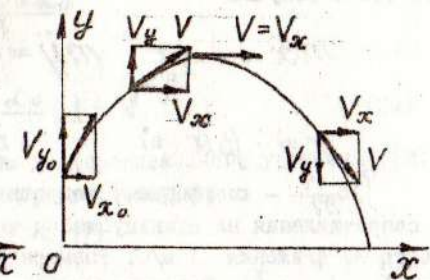


Рис. 6

Из-за отсутствия горизонтальных сил, действующих на точку, горизонтальная составляющая вектора скорости \vec{V} остается неизменной и равной начальному значению $V_x = V_{x_0} = \dot{x}_0 = V_0 \cos \alpha_0$. Изменяется во времени только вертикальная составляющая скорости $V_y = \dot{y}$.

2.2. Движение материальной точки при наличии сил сопротивления, пропорциональных первой степени скорости

При малых скоростях движения точки силу сопротивления среды можно представить в виде

$$\vec{F}_c = -\kappa \vec{V}, \quad (17)$$

где κ - коэффициент пропорциональности, имеющий размерность $[\frac{H \cdot c}{M}]$ и зависящий от плотности среды, в которой движется тело, формы и размеров тела.

Проекция силы сопротивления среды на оси координат можно записать в виде (см. рис. 4)

$$F_x = -F_c \cos \alpha; \quad F_y = -F_c \sin \alpha,$$

$$\text{где } \cos \alpha = \frac{V_x}{V}; \quad \sin \alpha = \frac{V_y}{V}.$$

Таким образом

$$F_x = -\kappa V \frac{V_x}{V} = -\kappa V_x; \quad F_y = -\kappa V \frac{V_y}{V} = -\kappa V_y, \quad (18)$$

и выражение для силы сопротивления запишем в виде

$$\vec{F}_c = -\kappa \dot{x} \vec{i} - \kappa \dot{y} \vec{j} \quad (19)$$

Проектируя векторное уравнение (I) на оси координат с учетом (19), получим

$$m \ddot{x} = -\kappa \dot{x}, \quad m \ddot{y} = G - \kappa \dot{y},$$

или

$$\ddot{x} = -\beta \dot{x} \quad \text{а)} \quad \ddot{y} = -g - \beta \dot{y} \quad \text{б)} \quad (20)$$

где $\beta = \frac{\kappa}{m}$ - коэффициент сопротивления, равный величине силы сопротивления на единицу массы материальной точки при скорости ее движения 1 м/с. Размерность коэффициента сопротивления $\beta [1/c]$. Величина коэффициента β колеблется в пределах 0,1-0,001 1/с

Начальные условия

$$\text{при } t=0 \quad x_0=0 \quad \text{а)}; \quad y_0=H_0 \quad \text{б)}; \\ \dot{x}_0=V_0 \cos \alpha_0 \quad \text{в)}; \quad \dot{y}_0=V_0 \sin \alpha_0 \quad \text{г)}. \quad (21)$$

Представим уравнение (20 а) в виде

$$\frac{d\dot{x}}{dt} = -\beta \dot{x}.$$

Разделяя переменные и интегрируя, получим

$$\int \frac{d\dot{x}}{\dot{x}} = -\beta \int dt; \quad \ln |\dot{x}| = -\beta t + C_1.$$

Используя начальное условие (21 в), найдем

$$C_1 = \ln V_0 \cos \alpha_0.$$

$$\ln \frac{\dot{x}}{V_0 \cos \alpha_0} = -\beta t.$$

Отсюда находим

$$\dot{x} = V_0 \cos \alpha_0 \cdot e^{-\beta t} \quad (22)$$

Интегрируя далее выражение (22), получим

$$\int dx = V_0 \cos \alpha_0 \int e^{-\beta t} dt, \\ x = -\frac{V_0 \cos \alpha_0}{\beta} e^{-\beta t} + C_2. \quad (23)$$

Подставляя начальное условие (21 а) в (23), найдем

$$C_2 = \frac{V_0 \cos \alpha_0}{\beta}.$$

Окончательно получим

$$x = \frac{V_0 \cos \alpha_0}{\beta} (1 - e^{-\beta t}). \quad (24)$$

Переходим к интегрированию дифференциального уравнения (20 б).

Разделяя переменные и интегрируя, получим

$$\int \frac{d\dot{y}}{g + \beta \dot{y}} = -\int dt, \\ \ln |g + \beta \dot{y}| = -\beta t + C_3. \quad (25)$$

Постоянную интегрирования C_3 находим, используя начальное условие (21 г)

$$C_3 = \ln (g + \beta V_0 \sin \alpha_0).$$

Подставляя значение C_3 в (25), получим

$$\ln \frac{g + \beta \dot{y}}{g + \beta V_0 \sin \alpha} = -\beta t. \quad (26)$$

Из (26) находим

$$g + \beta \dot{y} = (g + \beta V_0 \sin \alpha_0) e^{-\beta t}$$

или

$$\dot{y} = \frac{1}{\beta} (g + \beta V_0 \sin \alpha_0) e^{-\beta t} - \frac{g}{\beta}. \quad (27)$$

Интегрируя уравнение (27), получим

$$y = -\frac{1}{\beta^2} (g + \beta V_0 \sin \alpha_0) e^{-\beta t} - \frac{g}{\beta} t + C_4. \quad (28)$$

Используя начальное условие (21 б) и подставляя его в (28), найдем

$$C_4 = H_0 + \frac{1}{\beta^2} (g + \beta V_0 \sin \alpha_0).$$

Окончательно получим

$$y = \frac{1}{\beta^2} (g + \beta V_0 \sin \alpha_0) (1 - e^{-\beta t}) - \frac{g}{\beta} t + H_0. \quad (29)$$

Таким образом, выражения (24) и (29) определяют закон движения материальной точки, а выражения (22) и (27) — проекции вектора скорости точки на оси координат.

Уравнение траектории движения точки можно получить, выразив t из (24) и подставив его в (29), однако, это сводится к решению трансцендентных уравнений, что весьма затруднительно. Аналогичные проблемы возникают при определении времени T , дальности полета материальной точки L , длины траектории. Ниже определение этих параметров предложено с помощью ЭМ.

Проанализируем кинематические характеристики движения точки.

В рассматриваемом случае на точку действует вертикальная сила тяжести \vec{G} и сила сопротивления \vec{F}_c , изменяющая свое направление в зависимости от положения точки на траектории (рис. 4).

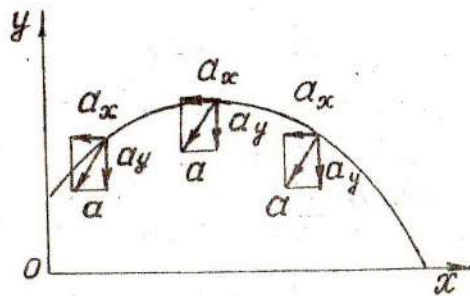


Рис. 7

В этом случае будут изменяться вертикальная и горизонтальная составляющие ускорения \vec{a} (рис. 7). Обе составляющие a_x и a_y отрицательны и с течением времени уменьшаются по модулю. Также изменяются и обе составляющие вектора скорости V_x и V_y

2.3. Движение материальной точки при наличии сил сопротивления, пропорциональных второй степени скорости

Для скоростей движения тел, не очень малых и не близких к скорости звука ($V \leq 300$ м/с), сила сопротивления, как показывает опыт, зависит от формы и размеров тела, скорости его движения, а также от свойств самой среды.

При этом сила сопротивления может определяться по формуле

/ I /

$$F_c = -K_1 V^2 \vec{v},$$

где

$$K_1 = \frac{1}{2} C_x \rho S \quad (30)$$

— коэффициент пропорциональности.

Здесь обозначено: ρ — плотность среды, в которой движется тело; S — площадь сечения проекции тела на плоскость, перпендикулярную направлению движения (площадь миделя); C_x — безразмерный коэффициент сопротивления, зависящий от формы тела. Например, для шара $C_x = 0,4$, у очень хорошо обтекаемых веретенообразных тел $C_x = 0,03$, для тел произвольной формы $C_x \geq 1,0$.

Проекция силы сопротивления на оси координат

$$F_x = -F_c \cos \alpha = -K_1 V^2 \frac{V_x}{V} = -K_1 V_x V = -K_1 \dot{x} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2},$$

$$F_y = -F_c \sin \alpha = -K_1 V^2 \frac{V_y}{V} = -K_1 V_y V = -K_1 \dot{y} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}.$$

С учетом этих обозначений силу сопротивления представим в

$$\vec{F}_c = -\kappa_1 V_x V \vec{i} - \kappa_1 V_y V \vec{j} = -\kappa_1 \dot{x} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \vec{i} - \kappa_1 \dot{y} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \vec{j}.$$

Дифференциальные уравнения движения материальной точки

$$m\ddot{x} = -\kappa_1 \dot{x} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2},$$

$$m\ddot{y} = -G - \kappa_1 \dot{y} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$$

или, разделив левую и правую части уравнений на m , получим

$$\ddot{x} = -\beta_1 \dot{x} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}, \quad \text{а)}$$

$$\ddot{y} = -g - \beta_1 \dot{y} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}, \quad \text{б)}$$

$$\text{где } \beta_1 = \frac{\kappa_1}{m} [1/m]$$

Начальные условия для интегрирования уравнений (31) записываются как и для предыдущих случаев в форме (21).

Уравнения (31) представляют собой совместную систему двух нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка, интегрирование которых целесообразно осуществлять с использованием ЭММ. Методика решения этой задачи с помощью ЭММ рассмотрена в разделе 3.

Представляет интерес рассмотрение такой упрощенной задачи, когда уравнения движения по координатам x и y не будут связаны между собой, как это имело место для силы сопротивления, пропорциональной первой степени скорости.

Например, если в выражении $\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$, входящем в правую часть уравнений (31) пренебречь соответственно слагаемым \dot{y} в уравнении (31 а) и \dot{x} в уравнении (31 б), то мы получим систему двух несвязанных между собой уравнений. В результате такого упрощения мы уменьшим величину силы сопротивления и, следовательно, получим несколько завышенные результаты по дальности и высоте полета материальной точки. Однако, как будет показано при сравнении решений уравнений (31) с решениями упрощенных уравнений, это отличие не будет являться существенным. Вследствие этого решение упрощенной задачи, а именно независимых уравнений по координатам x и y , представляет определенный практический и методологический интерес.

Рассмотрим решение указанной упрощенной задачи. Сформулируем дополнительные условия, учитывающие изменение направления вертикальной составляющей этой силы при переходе точки через вершину траектории.

Эти дополнительные условия запишем в следующем виде:

а) точка движется по восходящей ветви траектории

$$\vec{F}_c = -\kappa_1 (\dot{x})^2 \vec{i} - \kappa_1 (\dot{y})^2 \vec{j}; \quad (32)$$

б) точка движется по нисходящей ветви траектории

$$\vec{F}_c = -\kappa_1 (\dot{x})^2 \vec{i} + \kappa_1 (\dot{y})^2 \vec{j}. \quad (33)$$

Таким образом, задача о движении материальной точки разбивается на две части.

Рассмотрим вначале движение точки по восходящей ветви траектории. Дифференциальные уравнения движения имеют вид

$$m\ddot{x} = -\kappa_1 (\dot{x})^2,$$

$$m\ddot{y} = -G - \kappa_1 (\dot{y})^2$$

или

$$\ddot{x} = -\beta_1 (\dot{x})^2, \quad \text{а)}$$

$$\ddot{y} = -g - \beta_1 (\dot{y})^2. \quad \text{б)}$$

Здесь обозначено $\beta_1 = \frac{\kappa_1}{m}$. Размерность коэффициента

$$\beta_1 \left[\frac{H \cdot C^2}{M^2 \cdot K^2} \right] = [1/M]$$

Начальные условия для интегрирования уравнений (34)

$$\text{при } t=0 \quad x_0 = 0 \quad \text{а);} \quad y_0 = H_0 \quad \text{б);} \quad (35)$$

$$x_0 = V_0 \cos \alpha_0 \quad \text{в);} \quad y_0 = V_0 \sin \alpha_0 \quad \text{г).$$

При движении по нисходящей ветви траектории дифференциальные уравнения движения примут вид

$$\ddot{x} = -\beta_1 (\dot{x})^2 \quad \text{а)}$$

$$\ddot{y} = -g + \beta_1 (\dot{y})^2. \quad \text{б)}$$

Как видно, уравнения (34 а) и (36 а) одинаковы, а (34 б) и (36 б) отличаются знаком перед членом $\beta_1 (\dot{y})^2$.

переход от уравнений (34) к уравнениям (36) осуществляется в момент времени $t = \tau$ - момент перехода через вершину траектории. Вследствие этого начальными условиями для интегрирования уравнений (36) должны быть кинематические параметры в верхней точке траектории при $t = \tau$, а именно:

$$y = y_{max} \text{ а); } \dot{y} = 0 \quad \text{б).} \quad (37)$$

Рассмотрим интегрирование уравнения (34 а), для чего представим его в виде

$$\frac{d\dot{x}}{dt} = -\beta_1 (\dot{x})^2.$$

Разделяя переменные и интегрируя, получим

$$\int \frac{d\dot{x}}{(\dot{x})^2} = -\beta_1 \int dt$$

$$-\frac{1}{\dot{x}} = -\beta_1 t + C_1. \quad (38)$$

Используя начальное условие (35 в), из (38) получим

$$C_1 = -\frac{1}{V_0 \cos \alpha_0}. \quad (39)$$

Подставляя (39) в (38), получим

$$\dot{x} = \frac{V_0 \cos \alpha_0}{1 + V_0 \cos \alpha_0 \cdot \beta_1 t}. \quad (40)$$

Интегрируя выражение (40), получим

$$x = \frac{1}{\beta_1} \ln(1 + V_0 \cos \alpha_0 \cdot \beta_1 t) + C_2.$$

Используя начальное условие (35 а), найдем $C_2 = 0$, и закон движения точки получим в виде

$$x = \frac{1}{\beta_1} \ln(1 + V_0 \cos \alpha_0 \cdot \beta_1 t) \quad (41)$$

Проинтегрируем уравнение (34 б). Для этого перепишем его в виде

$$\frac{d\dot{y}}{dt} = -(g + \beta_1 \dot{y}^2).$$

Разделяя переменные и интегрируя, получим

$$\int \frac{d\dot{y}}{g + \beta_1 \dot{y}^2} = -\int dt$$

$$\frac{1}{\sqrt{g\beta_1}} \operatorname{arctg} \left(\frac{\dot{y}}{\sqrt{\frac{g}{\beta_1}}} \right) = -t + C_{3(1)}. \quad (42)$$

Используя начальное условие (35 г), из (42) находим

$$C_{3(1)} = \frac{1}{\sqrt{g\beta_1}} \operatorname{arctg} \left(\frac{V_0 \sin \alpha_0}{\sqrt{\frac{g}{\beta_1}}} \right).$$

Подставляя значение $C_{3(1)}$ в (42), найдем

$$\dot{y} = \sqrt{\frac{g}{\beta_1}} \operatorname{tg} \left(\operatorname{arctg} \frac{V_0 \sin \alpha_0}{\sqrt{\frac{g}{\beta_1}}} - t \sqrt{g\beta_1} \right). \quad (43)$$

Проинтегрируем уравнение (36 б), описывающее изменение координаты y при движении по нисходящей ветви траектории.

Запишем уравнение (36 б) в виде

$$\frac{d\dot{y}}{dt} = -g + \beta_1 \dot{y}^2.$$

Разделяя переменные и интегрируя, получим

$$\int \frac{d\dot{y}}{g - \beta_1 \dot{y}^2} = -\int dt,$$

$$\frac{1}{2\sqrt{g\beta_1}} \ln \left| \frac{\sqrt{\frac{g}{\beta_1}} + \dot{y}}{\sqrt{\frac{g}{\beta_1}} - \dot{y}} \right| = -t + C_{3(2)}. \quad (44)$$

Используя начальное условие (37 б), найдем

$$C_{3(2)} = \tau.$$

Подставляя значение $C_{3(2)}$ в (44), получим в правой части выражения разность $(-t + \tau)$, физически соответствующую новому отсчету времени после перехода точки через вершину траектории.

Выражение (44) представим в виде

$$\frac{\sqrt{\frac{g}{\beta_1}} + \dot{y}}{\sqrt{\frac{g}{\beta_1}} - \dot{y}} = e^{-2\sqrt{g\beta_1}(t-\tau)}$$

Отсюда находим

$$\dot{y} = -\sqrt{\frac{g}{\beta_1}} \cdot \frac{1 - e^{-2\sqrt{g\beta_1}(t-\tau)}}{1 + e^{-2\sqrt{g\beta_1}(t-\tau)}}. \quad (45)$$

Выражения (43), (45) определяют приближенные значения вертикальной составляющей вектора скорости $V_y = \dot{y}$ при движении соответственно по восходящей и нисходящей ветвям траектории.

Переход от формулы (43) к формуле (45) должен быть осуществлен в момент времени τ , определяемым условием

$$V_y = \dot{y}_{t=\tau} = 0.$$

Аналитическое интегрирование выражений (43) и (45) представляет значительные трудности. Вследствие этого в дальнейшем будем использовать методы численного интегрирования с применением ЭМ.

3. ПРИМЕНЕНИЕ ЭМ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ КРИВОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ ТОЧКИ

Даже при интегрировании дифференциальных уравнений движения точки без учета сил сопротивления, аналитическое решение задачи о вычислении длины траектории движения точки весьма громоздко, не говоря уже о значительной сложности интегрирования в квадратурах уравнений движения точки при наличии сил сопротивления, пропорциональных квадрату скорости движения точки.

Еще одним преимуществом применения ЭМ является возможность наглядного и быстрого представления результатов решения на экране дисплея с последующим переносом изображения на бумагу с помощью печатающего устройства.

Ниже даются пояснения по реализации алгоритмов решения указанной задачи на ЭМ, построение программы на языке Бейсик для персональной ЭМ типа Искра 10-30, примеры решения задач.

Покажем методику вычисления длины траектории точки с помощью ЭМ. Так, учитывая, что $ds = V dt$, выражение (16) запишем в виде

$$s = \int_0^T v dt. \quad (46)$$

Этот интеграл можно заменить конечной суммой

$$s = \sum_{i=1}^n V_i \Delta t, \quad (47)$$

в которой время T разбито на n интервалов $\Delta t (T = n \Delta t)$.

Значения скорости V_i вычисляются для каждого момента времени $t_i = i \Delta t (0 \leq i \leq n)$. Чем больше n (меньше Δt), тем ближе приближенные значения s , определяемые

формулой (47), приближаются к точному решению (16).

Этот алгоритм вычисления длины траектории реализован в программе (см. Приложение I) для четырех вариантов расчета движения материальной точки операторами II20, I450, I920, 2300 соответственно.

Во всех вариантах для каждого момента времени t_i вычислялись координаты точки x_i, y_i , которые необходимы для построения траектории движения точки на экране дисплея, а также величины V_{x_i}, V_{y_i}, V_i , которые необходимы для расчета длины траектории.

Для численного интегрирования уравнений движения типа (31), (43), (45) использовали модифицированный метод Эйлера.

Вследствие этого кратко изложим суть этого метода для интегрирования дифференциального уравнения $\dot{y} = f(t)$ при начальных условиях: при $t = 0$ $y_0 = H_0$.

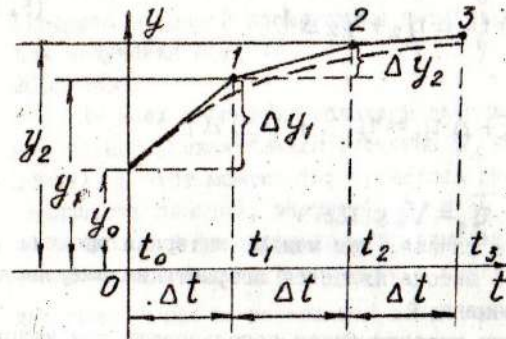


Рис. 8

На рис. 8 иллюстрируется метод Эйлера. Пунктирной линией показана истинная зависимость, а сплошной ломаной - результат численного интегрирования изменения во времени координаты y . Геометрический смысл производной

$\dot{y} = \frac{dy}{dt}$ состоит в том, что она является тангенсом угла наклона касательной к кривой $y = f(t)$. При этом

$$\dot{y} = \frac{dy}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta t} \quad (48)$$

Приближенно представим

$$\dot{y} \approx \frac{\Delta y}{\Delta t} \quad (49)$$

Чем меньше отрезок времени Δt , тем ближе значения \dot{y} , вычисляемые по формулам (48) и (49).

Приращения координат $\Delta y_1, \Delta y_2, \dots$ (рис. 8) представим в виде

$$\begin{aligned} \Delta y_1 &= \dot{y}_0 \Delta t, \\ \Delta y_2 &= \dot{y}_1 \Delta t, \\ \Delta y_i &= \dot{y}_{i-1} \Delta t. \end{aligned} \quad (50)$$

Значения производных $\dot{y}_0, \dot{y}_1, \dot{y}_2, \dots, \dot{y}_{i-1}$ в момент времени $t_0, t_1 = \Delta t, t_2 = 2\Delta t, \dots, t_{i-1} = (i-1)\Delta t$ вычисляем по заданной дифференциальной зависимости (уравнению, которое интегрируем).

Имея значения Δy_i (50) можно определить координаты y_i в момент времени t_i

$$\begin{aligned} y_0 &= H_0, \\ y_1 &= y_0 + \Delta y_1 = y_0 + \dot{y}_0 \Delta t, \\ y_2 &= y_1 + \Delta y_2 = y_1 + \dot{y}_1 \Delta t, \\ y_3 &= y_2 + \Delta y_3 = y_2 + \dot{y}_2 \Delta t, \\ &\dots \dots \dots \end{aligned} \quad (51)$$

$$y_i = y_{i-1} + \Delta y_i = y_{i-1} + \dot{y}_{i-1} \Delta t.$$

Начальное значение $\dot{y}_0 = V_0 \sin \alpha$.

Изложенный метод тем точнее, чем меньше интервал времени Δt . Однако, недостатком этого метода является возрастание погрешности решения с увеличением времени t .

Вследствие этого для решения будем использовать так называемый модифицированный метод Эйлера, суть которого состоит в следующем. Остаются в силе все соотношения (48)–(51), только значения производных \dot{y}_i вычисляются не в точках 0, 1, 2, 3 ..., соответствующих концам рассматриваемых интервалов времени, а в серединах этих интервалов, т.е. в момент времени

$$\begin{aligned} t_{0s} &= \Delta t - \frac{\Delta t}{2}, \\ t_{1s} &= 2\Delta t - \frac{\Delta t}{2}, \\ t_{2s} &= 3\Delta t - \frac{\Delta t}{2}, \\ &\dots \dots \dots \\ t_{i,s} &= (i-1)\Delta t - \Delta t/2. \end{aligned} \quad (52)$$

В качестве первого значения тангенса угла наклона касательной к кривой $y=f(t)$ следует взять не значение $\dot{y}_0 = V_0 \sin \alpha$, а значение, вычисленное для середины первого интервала.

Для I-го варианта (при отсутствии сил сопротивления) и 2-го варианта (силы сопротивления пропорциональны первой степени скорости), использовались расчетные зависимости для вычисления a_x, a_y, V_x, V_y, x, y .

В 3-ем варианте (приближенное решение задачи при силах сопротивления, пропорциональных квадрату скорости) вычислялись значения a_x, a_y, V_x, V_y, x, y и численным интегрированием уравнений (43) (операторы I770 и I870) и (45) (операторы I830 и I870) вычислялись значения координат y_i соответственно на восходящих и нисходящих участках траектории.

В 4-ом варианте (численное решение задачи о движении материальной точки при силах сопротивления пропорциональных второй степени скорости в точной постановке) интегрировали систему уравнений (31) для получения $a_x, a_y, V_x, V_y, x_i, y_i$ - операторы 2080–2400.

Во всех вариантах условием окончания вычислений было достижение точкой уровня начала отсчета $y_i \leq 0$ (уровня поверхности Земли). В этот момент фиксировалось значение координаты $x = x_{max}$ (дальность полета), значение $t_i = T$ - время полета. В процессе вычислений фиксировалось максимальное значение координаты $y_i = H_{max}$ - наибольшая высота траектории, и соответствующее $t_i = \tau$ - время движения точки по восходящей ветви траектории.

Проанализируем результаты этих решений. Если при относительно малой начальной скорости $V_0 = 20$ м/с (рис. 10, приложение 2) дальность полета и высота траектории незначительно зависят от величины силы сопротивления (кривые 1, 2, 3, 4 соответствуют указанным выше вариантам), то при начальной скорости $V_0 = 100$ м/с (рис. 11, приложение 3) значения дальности полета и высоты траектории весьма существенно зависят от величины силы сопротивления и, например, при отсутствии силы сопротивления (кривая 1) дальность полета почти в 2 раза превышает соответствующее значение (кривая 4) при силе сопротивления, пропорциональной квадрату скорости даже при относительно малом значении коэффициента сопротивления $\beta = 0,001$.

Кроме того, следует отметить относительно небольшое различие для вариантов 3 и 4 (кривые 3 и 4), описывающих приближенное и точное решение для случая, когда сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости. Это различие уменьшается с уменьшением начальной скорости метания V_0 и, как показывают расчеты, при $V_0 \leq 50$ м/с практически можно использовать приближенное решение.

4. РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ

Студенту предлагается.

1. Аналитически решить задачу о движении материальной точки, брошенной под углом к горизонту без учета сил сопротивления. При этом следует вычислить дальность полета, время полета, высоту траектории.

2. Выполнить расчеты на ЭМ для всех четырех вариантов и сопоставить результаты аналитического решения с результатами машинного счета, при этом определить величину погрешности в определении дальности и высоты полета вследствие неучета сил сопротивления.

Для расчета студент получает следующие исходные данные:

- начальную скорость V_0 [м/с];
- угол наклона вектора начальной скорости к горизонту, α [град];
- высоту начального положения точки H_0 [м].

Коэффициент сопротивления β_1 [1/м] для случая, когда сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости, студент вычисляет по формуле

$$\beta_1 = \frac{K_1}{m} = \frac{C_x \rho S}{2m},$$

причем, значения C_x (безразмерный коэффициент формы), ρ [$\frac{кг}{м^3}$] (плотность среды, в которой движется тело), S [$м^2$] (площадь мицеля) - для конкретной задачи выдаются преподавателем.

Ввиду отсутствия удобной формулы для определения коэффициента сопротивления β (сила пропорциональна первой степени ско-

рости), в дальнейших расчетах полагаем $\beta = \beta_1$.

После вычисления коэффициента β_1 , студент в диалоговом режиме вводит исходные вышеуказанные данные.

Программа (приведена в приложении I) составлена в диалоговом режиме и особой подготовки студента при ее пользовании не требуется. Все необходимые пояснения и указания высвечиваются на экране дисплея.

В результате решения на печать выдаются следующие данные: длина траектории, время полета, дальность полета, наибольшая высота траектории H_{max} , время подъема материальной точки на максимальную высоту.

В программе предусмотрено разбиение интервала движения на 200 частей. По желанию студента на печать выводятся значения кинематических характеристик для заданного им в диалоговом режиме числа точек траектории (3, 5, 10 и т.д.). При этом время полета ЭМ делит на заданное число частей и выдает на печать значения кинематических параметров в соответствующих точках разбиения:

- координаты материальной точки x [м], y [м];
- проекции скорости V_x, V_y (V_x, V_y);
- модуль скорости V ;
- проекции вектора ускорения a_x (A_x), a_y (A_y);
- модуль ускорения a (A)

Автоматически выбирается масштаб для графического построения, осуществляется построение координатных осей и их разметка, в выбранном масштабе прорисовываются траектории для всех просчитанных случаев движения точки.

Студенту предлагается:

- нанести векторы \vec{V} и \vec{a} для указанных преподавателем точек;
- выполнить анализ влияния начальной скорости V_0 и начального угла α_0 , коэффициентов сопротивления формы тела на дальность полета и высоту траектории.

Время вычисления каждого варианта около 1 мин. Полная затрата времени с учетом переноса изображения траекторий движения точки на бумагу - около 8 мин.

5. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА С ЭЛЕМЕНТАМИ ИССЛЕДОВАНИЙ

1. Рассчитать параметры полета твердого тела, брошенного в воздухе с начальной скоростью $V_0 = 300$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту, $H_0 = 500$ м при следующих данных. Тело полагать металлическим шаром радиусом $R = 0,0576$ м и плотностью $\rho_{ш} = 7800$ кг/м³. Плотность воздуха $\rho = 1,2$ кг/м³. Силу сопротивления полагать пропорциональной второй степени скорости. Безразмерный коэффициент формы для шара $C_x = 0,5$.

2. Выполнить анализ параметров полета, изменяя форму твердого тела, ориентируясь на следующие значения коэффициента сопротивления β_1 : для хорошо обтекаемых веретенообразных тел $0,02 \leq C_x \leq 0,3$; для частиц горных пород $0,5 \leq C_x \leq 1,0$.

При анализе массу тела полагать равной массе шара. Проанализировать полученные результаты и сравнить их с движением тела в безвоздушной среде ($\beta_1 = 0$).

Находим массу шара

$$m = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_{ш} = \frac{4}{3} \pi \cdot 0,0576^3 \cdot 7800 = 6,24 \text{ кг.}$$

Площадь миделя для шара

$$S = \pi R^2 = 3,14 \cdot 0,0576^2 = 0,0104 \text{ м}^2,$$

Коэффициент сопротивления среды

$$\beta = \frac{C_x S \rho}{2m} = \frac{0,5 \cdot 0,0104 \cdot 1,2}{2 \cdot 6,24} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ [1/м]}.$$

Результаты вычислений на ЭВМ траектории полета тела (шара) при указанном значении коэффициента сопротивления $\beta_1 = 5 \cdot 10^{-4}$ [1/м] приведены на рис. 9 (кривая 3).

Для сравнения на рис. 9 приведена траектория полета этого тела в безвоздушной среде ($\beta_1 = 0$, кривая 7).

Будем далее изменять форму тела, придавая ему вместо шара веретенообразную форму. Например, для веретенообразного тела с той же массой, что и масса шара $m = 6,24$ кг, полагая

$C_x = 0,1$, а площадь миделя $S = 0,005$ м², найдем $\beta_1 = 5 \cdot 10^{-5}$ [1/м]. Этому значению коэффициента β_1 соответствует кривая 5 на рис. 9.

Результаты вычислений параметров траектории при различных

значениях коэффициента β_1 для массы тела $m = 6,24$ кг приведены в табл. I, а траектории тел на рис. 9.

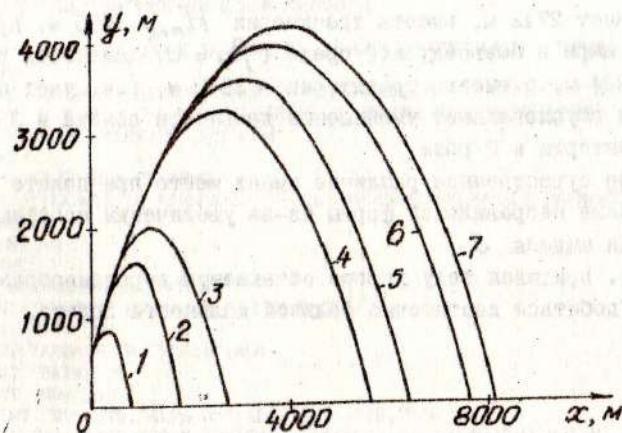


Рис. 9

Таблица I

№ кривой на рис.	Значение коэффициента β_1 [1/м]	Дальность полета, м	Высота траектории H_{max} , м	Время полета, сек	Длина траектории, м
I	$5 \cdot 10^{-3}$	623	855	28,8	1480
2	10^{-3}	1821	1531	34,5	3354
3	$5 \cdot 10^{-4}$	2742	1990	39	4719
4	10^{-4}	5468	3117	48	8340
5	$5 \cdot 10^{-5}$	6506	3456	51	9610
6	10^{-5}	7789	3827	54,0	11107
7	0	8224	3940	54,8	11622

В описанных выше примерах мы рассматривали гладкий шар ($C_x = 0,5$) или веретенообразное тело ($C_x = 0,1$). Для частиц горных пород, плотность которых $\rho = 1800 - 4000$ кг/м³ и $0,5 \leq C_x \leq 1,0$, значения коэффициента $\beta > 5 \cdot 10^{-4}$ [1/м]. Для этих условий ближе подходят кривые 1 и 2 на рис. 9.

Приведенная таблица и графики на рис. 9 наглядно иллюстрируют влияние силы сопротивления на параметры траектории полета твердого тела. Так, для рассмотренного выше металлического шара радиусом $R = 0,0576$ м, дальность полета в воздушной среде составляет 2742 м, высота траектории $H_{max} = 1990$ м. При полете этого шара в безвоздушной среде ($\beta_1 = 0$) дальность полета составляет 8224 м, а высота траектории - 3940 м, т.е. учет сил сопротивления обуславливает уменьшение дальности полета в 3 раза, а высоты траектории в 2 раза.

Еще более существенное различие имеет место при полете частиц материала неправильной формы из-за увеличения коэффициента C_x и площади мишени S .

Наоборот, придавая телу хорошо обтекаемую веретенообразную форму, можно добиться достаточно большой дальности полета.

Список литературы

I. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. -М.: Физматгиз, 1980. - 478 с.

РАСПЕЧАТКА ПРОГРАММЫ

```

10 LPRINT "КАФЕДРА ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ"
20 LPRINT
30 LPRINT TAB(5)"КУРСОВОЕ ЗАДАНИЕ ПО ДИНАМИКЕ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ"
40 LPRINT
50 LPRINT "ДВИЖЕНИЕ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ, БРОШЕННОЙ ПОД УГЛОМ К ГОРИЗОНТУ"
60 LPRINT "С УЧЕТОМ СИЛ СОПРОТИВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЮ, ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫМ 1-ОМУ И"
70 LPRINT "2-ОМУ СТЕПЕНЯМ СКОРОСТИ"
80 LPRINT
90 LPRINT "ВЫПОЛНИЛ СТУДЕНТ ":
100 PRINT "УКАЖИТЕ (В КАВЫЧКАХ) ГРУППУ, ФАМИЛИЮ, ИНИЦИАЛЫ И ВАРИАНТА"
110 INPUT AS
120 LPRINT AS
130 LPRINT
140 LPRINT "ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ:"
150 PRINT "ВВЕДИТЕ ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ЗАДАЧИ"
160 INPUT "VO=":VO
170 INPUT "ALFA 0 (В ГРАД)=":ALO
180 INPUT "BETA=":B
190 INPUT "HO=":HO
200 LPRINT "VO=":VO,"ALFA 0=":ALO,"BETA=":B,"HO=":HO
210 ALO=ALO*3.14159/180:N=200:SALO=SIN(ALO):CALO=COS(ALO):M=2*N
220 DIM X1(N),Y1(N),VY1(N),V1(N),T1(N)
230 DIM X2(M),Y2(M),VX2(M),VY2(M),V2(M),AX2(M),AY2(M),A2(M),T2(M)
240 DIM X3(M),Y3(M),VX3(M),VY3(M),V3(M),AX3(M),AY3(M),A3(M),T3(M)
250 DIM X4(M),Y4(M),VX4(M),VY4(M),V4(M),AX4(M),AY4(M),A4(M),T4(M)
260 PRINT
270 PRINT "БУДЕМ НАЗЫВАТЬ ВАРИАНТОМ 1 СЛУЧАЙ ОТСУТСТВИЯ СИЛ СОПРОТИВЛЕНИЯ,"
280 PRINT "ВАРИАНТ 2- СИЛЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫ 1-ОМУ СТЕП. СКОРОСТИ,"
290 PRINT "ВАРИАНТ 3- СИЛЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫ 2-ОМУ СТЕП. СКОРОСТИ."
300 PRINT "(ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ)"
310 PRINT "ВАРИАНТ-4-РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА 3 В ТОЧНОЙ ПОСТАНОВКЕ"
320 T1=(VO*SALO+SQR((VO*SALO)^2+2*9.810001*HO))/9.810001
330 DT=T1/N
340 PRINT
350 REM ДАННЫЕ ДЛЯ РАЗМЕТКИ ОСЕЙ
360 LM=VO*COS(ALO)*T1:HM=(VO*SALO)^2/2/9.810001+HO
370 IF LM>1 AND LM <=40 THEN RX4=40:GOTO 710
380 IF LM>40 AND LM <=80 THEN RX4=80:GOTO 710
390 IF LM>80 AND LM <=160 THEN RX4=160:GOTO 710
400 IF LM>160 AND LM <=400 THEN RX4=400:GOTO 710
410 IF LM>400 AND LM <=800 THEN RX4=800:GOTO 710
420 IF LM>800 AND LM <=1600 THEN RX4=1600:GOTO 710
430 IF LM>1600 AND LM <=4000 THEN RX4=4000:GOTO 710
440 IF LM>4000 AND LM <=8000 THEN RX4=8000:GOTO 710
450 IF LM>8000 AND LM <=16000 THEN RX4=16000:GOTO 710
460 IF LM>16000 AND LM <=40000 THEN RX4=40000:GOTO 710
470 IF LM>40000 AND LM <=80000 THEN RX4=80000:GOTO 710
480 IF LM>80000 AND LM <=160000 THEN RX4=160000:GOTO 710
490 IF LM>160000 AND LM <=400000 THEN RX4=400000:GOTO 710
500 IF LM>400000 AND LM <=800000 THEN RX4=800000:GOTO 710
510 IF LM>800000 THEN 680
520 IF HM>1 AND HM <=40 THEN RY4=40:GOTO 730
530 IF HM>40 AND HM <=80 THEN RY4=80:GOTO 730
540 IF HM>80 AND HM <=160 THEN RY4=160:GOTO 730

```



```

550 IF HM>100 AND HM<=400 THEN RY4=400:GOTO 730
560 IF HM>400 AND HM <=800 THEN RY4=800:GOTO 730
570 IF HM>800 AND HM <=1600 THEN RY4=1600:GOTO 730
580 IF HM>1600 AND HM <=4000 THEN RY4=4000:GOTO 730
590 IF HM>4000 AND HM <=8000 THEN RY4=8000:GOTO 730
600 IF HM>8000 AND HM <=16000 THEN RY4=16000:GOTO 730
610 IF HM>16000 AND HM <=40000! THEN RY4=40000!:GOTO 730
620 IF HM>40000! AND HM <= 80000! THEN RY4=80000!:GOTO 730
630 IF HM>80000! AND HM <=160000! THEN RY4=160000!:GOTO 730
640 IF HM>160000! AND HM <=400000! THEN RY4=400000!:GOTO 730
650 IF HM>400000! AND HM <=800000! THEN RY4=800000!:GOTO 730
660 IF HM>800000! THEN 680
670 IF HM>400000! AND HM <= 80000! THEN RY4=80000!:GOTO 730
680 PRINT
690 PRINT "УМЕНЬШИТЕ ЗНАЧЕНИЕ НАЧАЛЬНОЙ СКОРОСТИ ,ВЫХОДИМ ЗА РАСЧЕТНЫЕ ПРЕДЕЛЫ"
700 GOTO 140
710 RX1=RX4/4:RX2=RX1*2:RX3=RX1*3:KX=540/RX4
720 GOTO 520
730 RY1=RY4/4:RY2=RY1*2:RY3=RY1*3:KY=170/RY4
740 PRINT
750 PRINT "КАКОМ ВАРИАНТ ХОТИТЕ РАССМОТРЕТЬ?"
760 PRINT
770 PRINT "ВВЕДИТЕ С ПУЛЬТА ЦИФРУ 1,2,3 ИЛИ 4 СООТВЕТСТВЕННО"
780 PRINT
790 PRINT "ЕСЛИ РЕШЕНИЕ ЗАКОНЧЕНО И ВЫ ХОТИТЕ ПОЛУЧИТЬ НА ЭКРАНЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ"
800 PRINT "ТРАЕКТОРИИ ВСЕХ ПРОСЧИТАННЫХ ВАРИАНТОВ (ЭТО МОЖЕТ БЫТЬ ОДИН,ДВА,ИЛИ)"
810 PRINT "ВСЕ ЧЕТЫРЕ ВАРИАНТА),ВВЕДИТЕ ЛЮБУЮ ЦИФРУ >4"
820 PRINT
830 PRINT "ЕСЛИ НЕОБХОДИМО БУДЕТ ПЕРЕНЕСТИ ИЗОБРАЖЕНИЕ ТРАЕКТОРИИ С ЭКРАНА НА"
840 PRINT "БУМАГУ, НАЖМИТЕ ОДНОВРЕМЕННО КЛАВИШУ СО СТРЕЛКОЙ И КЛАВИШУ P<S"
850 PRINT
860 PRINT "ПОСЛЕ ПОЯВЛЕНИЯ НА ЭКРАНЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ,ВЫПОЛНЕНИЕ ПРОГРАММЫ ЗАКАНЧИВА"

870 PRINT "ЕЩЕ, ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ НОВЫХ РАСЧЕТОВ НУЖНО ОЧИСТИТЬ ЭКРАН ПОДАЧИ "
880 PRINT "КОМАНДЫ SCREEN 0 (КЛАВИША СЛЕВА F10) И ВВЕСТИ КОМАНДУ RUN (КЛАВ. F2)
890 INPUT NW
900 IF NW=1 THEN 950
910 IF NW=2 THEN 1270
920 IF NW=3 THEN 1610
930 IF NW=4 THEN 2080
940 IF NW>4 THEN 2550
950 REM РАСЧЕТ 1-ГО ВАР
960 PRINT "ДЛЯ КАКОГО ЧИСЛА ТОЧЕК ТРАЕКТОРИИ ПЕЧАТАТЬ КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕ-"
970 PRINT "РИСТИКИ ДВИЖЕНИЯ?"
980 INPUT "В 1-ОМ ВАРИАНТЕ";NT1
990 PRINT
1000 PRINT "МАШИНА СЧИТАЕТ ОКОЛО 0,5 МИН"
1010 PRINT
1020 REM ДАЛЬНОСТЬ,ВЫСОТА
1030 X1M=VO*CALO*T1:Y1M=HM
1040 VX1=VO*COS(ALO):A1=9.810001
1050 S1=VO*DT:S2=S1:S3=S1
1060 FOR I=1 TO N
1070 T1(I)=I*DT

```

```

1080 X1(I)=VO*CALO*T1(I)
1090 Y1(I)=-9.810001/2*T1(I)^2+VO*SALO*T1(I)+HO
1100 VY1(I)=-9.810001*T1(I)+VO*SALO
1110 V1(I)=SQR(VX1^2+VY1(I)^2)
1120 S1=S1+V1(I)*DT
1130 NEXT I
1140 LPRINT
1150 LPRINT "1-ЫЙ ВАРИАНТ (НЕТ СИЛ СОПРОТИВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЮ)"
1160 LPRINT
1170 LPRINT "ДАЛИНА ТР-НИ=";S1;"ВРЕМЯ ПОЛЕТА=";T1;"ДАЛЬНОСТЬ=";X1M;"Hmax="Y1M
1180 LPRINT "H max ДОСТИГНУТА ПРИ T=";VO*SALO/9.810001
1190 LPRINT
1200 DNT1=N/NT1
1210 FOR K=1 TO NT1
1220 NT=CINT(K*DNT1)
1230 LPRINT "T=";T1(NT);"X=";X1(NT);"Y=";Y1(NT);"VX=";VX1;"VY=";VY1(NT)
1240 LPRINT TAB(5) "V=";V1(NT);"AX=";0;"AY=";-9.810001;"A=";9.810001
1250 NEXT K
1260 GOTO 740
1270 REM РАСЧЕТ 2-ГО ВАРИАНТА
1280 PRINT "ДЛЯ КАКОГО ЧИСЛА ТОЧЕК ТРАЕКТОРИИ ПЕЧАТАТЬ КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕ-"
1290 PRINT "РИСТИКИ ДВИЖЕНИЯ?"
1300 INPUT "ВО 2-ОМ ВАРИАНТЕ";NT2
1310 PRINT
1320 PRINT "МАШИНА СЧИТАЕТ ОКОЛО 1 МИН"
1330 PRINT
1340 S2=VO*DT:Y2M=0:N2=0
1350 FOR I=1 TO M
1360 T2(I)=I*DT
1370 X2(I)=VO*CALO/B*(1-EXP(-B*T2(I)))
1380 Y2(I)=(9.810001+B*VO*SALO)/B^2*(1-EXP(-B*T2(I)))-9.810001*T2(I)/B+HO
1390 VX2(I)=VO*CALO*EXP(-B*T2(I))
1400 VY2(I)=(9.810001+B*VO*SALO)/B*EXP(-B*T2(I))-9.810001/B
1410 V2(I)=SQR(VX2(I)^2+VY2(I)^2)
1420 AX2(I)=-B*VX2(I):AY2(I)=-9.810001-B*VY2(I)
1430 AZ(I)=SQR(AX2(I)^2+AY2(I)^2)
1440 IF Y2(I)>Y2M THEN Y2M=Y2(I):T2M=T2(I)
1450 S2=S2+V2(I)*DT:N2=I
1460 IF Y2(I)<=0 AND VY2(I)<0 THEN 1480
1470 NEXT I
1480 LPRINT
1490 LPRINT "2-ОМ ВАРИАНТ (СИЛЫ СОПРОТ. ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫ 1-ОМ СТЕП. СКОРОСТИ)"
1500 LPRINT
1510 LPRINT "ДАЛИНА ТР-НИ=";S2;"ВРЕМЯ ПОЛЕТА=";T2(N2);"ДАЛЬНОСТЬ=";X2(N2);"Hmax="
;Y2M
1520 LPRINT "H max ДОСТИГНУТА ПРИ T=";T2M
1530 LPRINT
1540 DNT2=N2/NT2
1550 FOR K=1 TO NT2
1560 NT=CINT(K*DNT2)
1570 LPRINT "T=";T2(NT);"X=";X2(NT);"Y=";Y2(NT);"VX=";VX2(NT);"VY=";VY2(NT)
1580 LPRINT TAB(5) "V=";V2(NT);"AX=";AX2(NT);"AY=";AY2(NT);"A=";AZ(NT)
1590 NEXT K
1600 GOTO 740

```



```

1610 REM РАСЧЕТ 3-ГО ВАРИАНТА
1620 ZN=0
1630 PRINT "ДЛЯ КАКОГО ЧИСЛА ТОЧЕК ТРАЕКТОРИИ ПЕЧАТАТЬ КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДВИЖЕНИЯ?"
1640 PRINT "ГИСТИКИ ДВИЖЕНИЯ?"
1650 INPUT "В 3-ЕМ ВАРИАНТЕ"; NT3
1660 PRINT
1670 PRINT "МАШИНА СЧИТАЕТ ОКОЛО 1 МИН"
1680 PRINT
1690 SQ=SQR(9.810001/B):VY0=VO*SALO
1700 S3=VO*DT:Y3M=0:N3=0
1710 FOR I=1 TO M
1720 T3(I)=I*DT
1730 VX3(I)=VO*CALO/(1+VO*CALO*B*T3(I))
1740 AX3(I)=-B*VX3(I)^2
1750 X3(I)=LOG(1+B*VO*CALO*T3(I))/B
1760 IF ZN=1 THEN 1820
1770 VY3(I)=SQ*TAN(ATN(VO*SALO/SQ)-T3(I)*SQR(9.810001*B))
1780 IF VY3(I) < 0 THEN ZN=1
1790 VY3S=SQ*TAN(ATN(VO*SALO/SQ)-(T3(I)-DT/2)*SQR(9.810001*B))
1800 AY3(I)=-((9.810001+B*VY3(I)^2)
1810 TP=T3(I):GOTO 1870
1820 EP=EXP(-2*SQR(9.810001*B)*(T3(I)-TP))
1830 VY3(I)=-SQ*(1-EP)/(1+EP)
1840 EPS=EXP(-2*SQR(9.810001*B)*(T3(I)-DT/2-TP))
1850 VY3S=-SQ*(1-EPS)/(1+EPS)
1860 AY3(I)=-((9.810001+B*VY3(I)^2)
1870 IF I=1 THEN Y3(1)=NO+VY3S*DT ELSE Y3(I)=Y3(I-1)+VY3S*DT
1880 IF Y3(I) <= 0 AND VY3(I) < 0 THEN 1940
1890 IF Y3(I) > Y3M THEN Y3M=Y3(I):T3M=T3(I)
1900 V3(I)=SQR(VX3(I)^2+VY3(I)^2)
1910 A3(I)=SQR(AX3(I)^2+AY3(I)^2)
1920 S3=S3+V3(I)*DT:N3=I
1930 NEXT I
1940 LPRINT
1950 LPRINT "3-ИИ ВАРИАНТ (СИЛЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫ 2-ОИ СТЕП. СКОР.)"

1960 LPRINT "(ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ)"
1970 LPRINT
1980 LPRINT "ДЛИНА ТР-ИИ=";S3;"ВРЕМЯ ПОЛЕТА=";T3(N3);"ДАЛЬНОСТЬ=";X3(N3);"Hmax="
Y3M
1990 LPRINT "H max ДОСТИГНУТА ПРИ T=";TP
2000 LPRINT
2010 DNT3=N3/NT3
2020 FOR K=1 TO NT3
2030 NT=CINT(K*DNT3)
2040 LPRINT "T=";T3(NT);"X=";X3(NT);"Y=";Y3(NT);"VX=";VX3(NT);"VY=";VY3(NT)
2050 LPRINT TAB(5) "V=";V3(NT);"AX=";AX3(NT);"AY=";AY3(NT);"A=";A3(NT)
2060 NEXT K
2070 GOTO 740
2080 REM РАСЧЕТ 4-ГО ВАРИАНТА
2090 PRINT "ДЛЯ КАКОГО ЧИСЛА ТОЧЕК ТРАЕКТОРИИ ПЕЧАТАТЬ КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДВИЖЕНИЯ?"
2100 PRINT "ХАРАКТЕРИСТИКИ ДВИЖЕНИЯ?"
2110 INPUT "В 4-ОМ ВАРИАНТЕ ?"; NT4
2120 PRINT
2130 PRINT "МАШИНА СЧИТАЕТ ОКОЛО 1 МИН."

```

```

2140 PRINT
2150 VY0=VO*SALO:VX0=VO*CALO:Y4M=0:N4=0
2160 AX40=-B*VX0*VO:AY40=-9.810001-B*VY0*VO
2170 VX4S=VX0+AX40*DT/2:VY4S=VY0+AY40*DT/2
2180 V4S=SQR(VX4S^2+VY4S^2):S4=V4S*DT
2190 AX4S=-B*VX4S*V4S:AY4S=-9.810001-B*VY4S*V4S
2200 VX4(1)=VX0+AX4S*DT:VY4(1)=VY0+AY4S*DT
2210 V4(1)=SQR(VX4(1)^2+VY4(1)^2)
2220 X4(1)=VX4S*DT:Y4(1)=NO+VY4S*DT
2230 FOR I=2 TO M
2240 T4(I)=I*DT
2250 AX4(I-1)=-B*VX4(I-1)*V4(I-1)
2260 AY4(I-1)=-9.810001-B*VY4(I-1)*V4(I-1)
2270 A4(I-1)=SQR(AX4(I-1)^2+AY4(I-1)^2)
2280 VX4S=VX4(I-1)+AX4(I-1)*DT/2
2290 VY4S=VY4(I-1)+AY4(I-1)*DT/2
2300 V4S=SQR(VX4S^2+VY4S^2):S4=S4+V4S*DT
2310 AX4S=-B*VX4S*V4S:AY4S=-9.810001-B*VY4S*V4S
2320 VX4(I)=VX4(I-1)+AX4S*DT
2330 VY4(I)=VY4(I-1)+AY4S*DT
2340 V4(I)=SQR(VX4(I)^2+VY4(I)^2)
2350 X4(I)=X4(I-1)+VX4S*DT
2360 Y4(I)=Y4(I-1)+VY4S*DT
2370 IF Y4(I) > Y4M THEN Y4M=Y4(I):T4M=T4(I)
2380 N4=I
2390 IF Y4(I) <= 0 AND VY4(I) < 0 THEN 2410
2400 NEXT I
2410 LPRINT
2420 LPRINT "4-ИИ ВАРИАНТ-СИЛА СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРОПОРЦИОНАЛЬНА 2-ОИ СТЕПЕНИ"
2430 LPRINT "СКОРОСТИ (УТОЧНЕННОЕ РЕШЕНИЕ)"
2440 LPRINT
2450 LPRINT "ДЛИНА ТР-ИИ=";S4;"ВРЕМЯ ПОЛЕТА=";T4(N4);"ДАЛЬНОСТЬ=";X4(N4);"Hmax="
;Y4M
2460 LPRINT "H max ДОСТИГНУТА ПРИ T=";T4M
2470 LPRINT
2480 DNT4=N4/NT4
2490 FOR K=1 TO NT4
2500 NT=CINT(K*DNT4)
2510 LPRINT "T=";T4(NT);"X=";X4(NT);"Y=";Y4(NT);"VX=";VX4(NT);"VY=";VY4(NT)
2520 LPRINT TAB(5) "V=";V4(NT);"AX=";AX4(NT);"AY=";AY4(NT);"A=";A4(NT)
2530 NEXT K
2540 GOTO 740
2550 REM ПОСТРОЕНИЕ ОСЕЙ КООРДИНАТ С РАЗМЕТКОЙ, НАЧАЛО В ТОЧКЕ (80,180)
2560 SCREEN 2,,0,0
2570 KEY OFF
2580 LINE (80,180)-(620,180)
2590 LOCATE 22,76
2600 PRINT "X,m"
2610 LINE (80,2)-(80,180)
2620 LOCATE 2,12
2630 PRINT "Y,m"
2640 LINE (215,178)-(215,182)
2650 LINE (350,178)-(350,182)
2660 LINE (485,178)-(485,182)
2670 LINE (620,178)-(620,182)

```


РАСПЕЧАТКА РЕЗУЛЬТАТОВ СЧЕТА

КАФЕДРА ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

КУРСОВОЕ ЗАДАНИЕ ПО ДИНАМИКЕ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

ДВИЖЕНИЕ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ, БРОШЕННОЙ ПОД УГЛОМ К ГОРИЗОНТУ
С УЧЕТОМ СИЛ СОПРОТИВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЮ, ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫХ 1-ОЙ И
2-ОЙ СТЕПЕНЯМ СКОРОСТИ

ВЫПОЛНИЛ СТУДЕНТ

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ:

$V_0 = 20$ $\alpha = 60$ $\beta = .001$ $\eta_0 = 10$

1-ЫЙ ВАРИАНТ (НЕТ СИЛ СОПРОТИВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЮ)

ДЛИНА ТР-ИИ= 60.3934 ВРЕМЯ ПОЛЕТА= 4.036294 ДАЛЬНОСТЬ= 40.36299 H_{max} = 25.29051
 H_{max} ДОСТИГНУТА ПРИ $T = 1.765596$

$T = .6659885$ $X = 6.659894$ $Y = 19.35969$ $VX = 10.00001$ $VY = 10.78715$
 $V = 14.70928$ $AX = 0$ $AY = -9.810001$ $A = 9.810001$

$T = 1.352158$ $X = 13.5216$ $Y = 24.45209$ $VX = 10.00001$ $VY = 4.055828$
 $V = 10.7912$ $AX = 0$ $AY = -9.810001$ $A = 9.810001$

$T = 2.018147$ $X = 20.1815$ $Y = 24.97766$ $VX = 10.00001$ $VY = -2.477518$
 $V = 10.30235$ $AX = 0$ $AY = -9.810001$ $A = 9.810001$

$T = 2.684135$ $X = 26.84139$ $Y = 21.15209$ $VX = 10.00001$ $VY = -9.010866$
 $V = 13.46091$ $AX = 0$ $AY = -9.810001$ $A = 9.810001$

$T = 3.370305$ $X = 33.7031$ $Y = 12.65969$ $VX = 10.00001$ $VY = -15.74219$
 $V = 18.64985$ $AX = 0$ $AY = -9.810001$ $A = 9.810001$

$T = 4.036294$ $X = 40.36299$ $Y = 7.629395E-06$ $VX = 10.00001$ $VY = -22.27554$
 $V = 24.41721$ $AX = 0$ $AY = -9.810001$ $A = 9.810001$

2-ОЙ ВАРИАНТ (СИЛЫ СОПРОТ. ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫ 1-ОЙ СТЕП. СКОРОСТИ)

ДЛИНА ТР-ИИ= 60.83098 ВРЕМЯ ПОЛЕТА= 4.056475 ДАЛЬНОСТЬ= 40.48234 H_{max} = 25.69922

H_{max} ДОСТИГНУТА ПРИ $T = 2.05851$

$T = .66617$ $X = 6.659312$ $Y = 19.5293$ $VX = 9.993154$ $VY = 10.5791$
 $V = 14.55268$ $AX = -9.993154E-03$ $AY = -9.820581$ $A = 9.820585$

$T = 1.352158$ $X = 13.51239$ $Y = 24.36817$ $VX = 9.986502$ $VY = 4.041016$
 $V = 10.77312$ $AX = -9.986502E-03$ $AY = -9.814042$ $A = 9.814047$

$T = 2.038328$ $X = 20.36276$ $Y = 25.11133$ $VX = 9.979651$ $VY = -2.691406$
 $V = 10.3362$ $AX = -9.979652E-03$ $AY = -9.80731$ $A = 9.807316$

$T = 2.704317$ $X = 27.00631$ $Y = 20.57617$ $VX = 9.973008$ $VY = -9.219727$
 $V = 13.56176$ $AX = -9.973008E-03$ $AY = -9.800781$ $A = 9.800786$

$T = 3.390487$ $X = 33.84774$ $Y = 12.53516$ $VX = 9.966166$ $VY = -15.94336$
 $V = 18.602$ $AX = -9.966167E-03$ $AY = -9.794058$ $A = 9.794062$

$T = 4.056475$ $X = 40.48234$ $Y = -.7651563$ $VX = 9.959532$ $VY = -22.46289$
 $V = 24.57181$ $AX = -9.959532E-03$ $AY = -9.787539$ $A = 9.787544$

```

2680 LINK (78,144)-(82,144)
2690 LINK (78,104)-(82,104)
2700 LINE (78,64)-(82,64)
2710 LINK (78,24)-(82,24)
2720 LOCATE 24,24
2730 PRINT RX1
2740 LOCATE 23,41
2750 PRINT RX2
2760 LOCATE 23,58
2770 PRINT RX3
2780 LOCATE 23,72
2790 PRINT RX4
2800 LOCATE 17,3
2810 PRINT USING "####";RY1
2820 LOCATE 12,3
2830 PRINT USING "####";RY2
2840 LOCATE 7,4
2850 PRINT USING "####";RY3
2860 LOCATE 2,4
2870 PRINT USING "####";RY4
2880 FOR I=1 TO N
2890 PSET (X1(I)*KX+80,180-Y1(I)*KY)
2900 NEXT I
2910 FOR I=1 TO N2
2920 PSET (X2(I)*KX+80,180-Y2(I)*KY)
2930 NEXT I
2940 FOR I=1 TO N3
2950 PSET (X3(I)*KX+80,180-Y3(I)*KY)
2960 NEXT I
2970 FOR I=1 TO N4
2980 PSET (X4(I)*KX+80,180-Y4(I)*KY)
2990 NEXT I
3000 END
    
```


3-ий ВАРИАНТ (СИЛЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫ 2-ОМУ СТЕП. СКОР.)
(ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ)

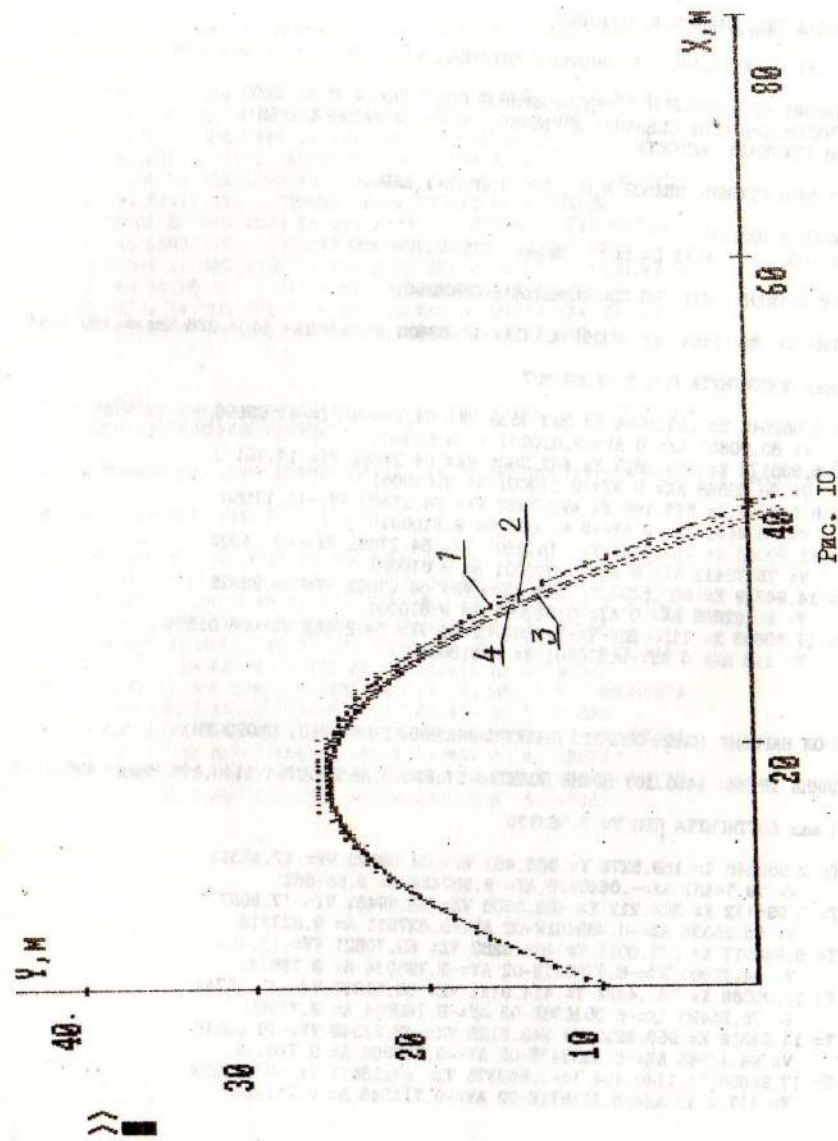
ДЛИНА ТР-ИИ= 59.20339 ВРЕМЯ ПОЛЕТА= 4.016112 ДАЛЬНОСТЬ= 39.3756 H_{max} = 25.06106
 H_{max} ДОСТИГНУТА ПРИ T = 1.755788

T = .6659885 X = 6.637759 Y = 19.30865 VX = 9.933856 VY = 10.65458
 V = 14.56714 AX =-.0986815 AY =-9.92352 A = 9.92401
 T = 1.331977 X = 13.23176 Y = 24.21251 VX = 9.868568 VY = 4.082728
 V = 10.67976 AX =-9.736863E-02 AY =-9.826669 A = 9.827151
 T = 2.018147 X = 19.98058 Y = 24.72348 VX = 9.802191 VY =-2.573164
 V = 10.1343 AX =-9.608295E-02 AY =-9.803379 A = 9.80385
 T = 2.684135 X = 26.48749 Y = 20.83972 VX = 9.738616 VY =-9.081509
 V = 13.31595 AX =-9.484064E-02 AY =-9.727527 A = 9.727989
 T = 3.350124 X = 32.95226 Y = 12.64446 VX = 9.675861 VY =-15.51172
 V = 18.28211 AX =-9.362228E-02 AY =-9.569388 A = 9.569845
 T = 4.016112 X = 39.3756 Y = .2076452 VX = 9.613909 VY =-21.81061
 V = 23.83548 AX =-9.242724E-02 AY = 9.334297 A = 9.334755

4-ый ВАРИАНТ-СИЛА СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРОПОРЦИОНАЛЬНА 2-ОМУ СТЕПЕНИ
СКОРОСТИ (УТОЧНЕННОЕ РЕШЕНИЕ)

ДЛИНА ТР-ИИ= 58.6632 ВРЕМЯ ПОЛЕТА= 4.016112 ДАЛЬНОСТЬ= 39.07327 H_{max} = 25.00027
 H_{max} ДОСТИГНУТА ПРИ T = 1.735606

T = .6659885 X = 6.619924 Y = 19.29871 VX = 9.88628 VY = 10.6254
 V = 14.51337 AX =-.1450074 AY =-9.968754 A = 9.969809
 T = 1.331977 X = 13.1756 Y = 24.17489 VX = 9.805216 VY = 4.030335
 V = 10.60122 AX =-.1047456 AY =-9.85517 A = 9.855726
 T = 2.018147 X = 19.88046 Y = 24.62665 VX = 9.73828 VY =-2.705696
 V = 10.10717 AX =-9.796786E-02 AY =-9.784773 A = 9.785263
 T = 2.684135 X = 26.34245 Y = 20.66118 VX = 9.663992 VY =-9.192273
 V = 13.33757 AX =-.1276515 AY =-9.691196 A = 9.692036
 T = 3.350124 X = 32.74672 Y = .2.40151 VX = 9.583236 VY =-15.59388
 V = 18.29274 AX =-.1734544 AY =-9.530756 A = 9.532334
 T = 4.016112 X = 39.07327 Y =-8.007294E-02 VX = 9.430231 VY =-21.86283
 V = 23.80993 AX =-.2230339 AY =-9.297606 A = 9.300279



РАСПЕЧАТКА РЕЗУЛЬТАТОВ СЧЕТА

КАФЕДРА ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

КУРСОВОЕ ЗАДАНИЕ ПО ДИНАМИКЕ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

ДВИЖЕНИЕ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ, БРОШЕННОЙ ПОД УГЛОМ К ГОРИЗОНТУ
С УЧЕТОМ СИЛ СОПРОТИВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЮ, ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫМ 1-ОЙ И
2-ОЙ СТЕПЕНЯМ СКОРОСТИ

ВЫПОЛНИЛ СТУДЕНТ ИВАНОВ И.И., ГР. ТАП.88-1, ВАР-2

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ:

VO= 100 ALFA 0= 50 BETA= .001 HO= 200

1-ЫЙ ВАРИАНТ (НЕТ СИЛ СОПРОТИВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЮ)

ДЛИНА ТР-ИИ= 1464.365 ВРЕМЯ ПОЛЕТА= 17.89603 ДАЛЬНОСТЬ= 1150.336 Hmax= 499.0944

H max ДОСТИГНУТА ПРИ T= 7.808807

T= 2.952846 X= 189.8054 Y= 383.4328 VX= 64.27882 VY= 47.63698
V= 80.00655 AX= 0 AY=-9.810001 A= 9.810001
T= 5.995172 X= 385.3625 Y= 482.9606 VX= 64.27882 VY= 17.79176
V= 66.69568 AX= 0 AY=-9.810001 A= 9.810001
T= 8.948017 X= 575.168 Y= 492.7287 VX= 64.27882 VY=-11.17566
V= 65.2431 AX= 0 AY=-9.810001 A= 9.810001
T= 11.90086 X= 764.9734 Y= 416.9605 VX= 64.27882 VY=-40.14308
V= 75.78412 AX= 0 AY=-9.810001 A= 9.810001
T= 14.94319 X= 960.5304 Y= 249.4329 VX= 64.27882 VY=-69.98829
V= 95.02698 AX= 0 AY=-9.810001 A= 9.810001
T= 17.89603 X= 1150.336 Y=-1.220703E-04 VX= 64.27882 VY=-98.95571
V= 118 AX= 0 AY=-9.810001 A= 9.810001

2-ОЙ ВАРИАНТ (СИЛЫ СОПРОТ. ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫ 1-ОЙ СТЕП. СКОРОСТИ)

ДЛИНА ТР-ИИ= 1456.107 ВРЕМЯ ПОЛЕТА= 17.89603 ДАЛЬНОСТЬ= 1140.104 Hmax= 498.1407

H max ДОСТИГНУТА ПРИ T= 7.963735

T= 2.952846 X= 189.5275 Y= 383.461 VX= 64.08929 VY= 47.45313
V= 79.74481 AX=-.0640893 AY=-9.857454 A= 9.857662
T= 5.995172 X= 384.212 Y= 482.3008 VX= 63.89461 VY= 17.50977
V= 66.25038 AX=-6.389461E-02 AY=-9.827511 A= 9.827719
T= 8.948017 X= 572.8055 Y= 491.3282 VX= 63.70621 VY=-11.4668
V= 64.72996 AX=-6.370621E-02 AY=-9.798534 A= 9.798741
T= 11.90086 X= 760.4434 Y= 414.9141 VX= 63.51837 VY=-40.35742
V= 75.25493 AX=-6.351837E-02 AY=-9.769644 A= 9.76985
T= 14.94319 X= 953.3922 Y= 246.8125 VX= 63.32543 VY=-70.03516
V= 94.41945 AX=-6.332543E-02 AY=-9.739966 A= 9.740172
T= 17.89603 X= 1140.104 Y=-2.859375 VX= 63.13871 VY=-98.75293
V= 117.2119 AX=-6.313871E-02 AY=-9.711248 A= 9.711454

3-ИЙ ВАРИАНТ (СИЛЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫ 2-ОЙ СТЕП. СКОР.)
(ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ)

ДЛИНА ТР-ИИ= 1046.641 ВРЕМЯ ПОЛЕТА= 16.73279 ДАЛЬНОСТЬ= 730.233 Hmax= 434.4305
H max ДОСТИГНУТА ПРИ T= 6.711013

T= 2.773885 X= 164.0744 Y= 358.9869 VX= 54.55207 VY= 39.97241
V= 67.6293 AX=-2.975929 AY=-11.40779 A= 11.78957
T= 5.547771 X= 304.9845 Y= 428.4984 VX= 47.38215 VY= 10.82338
V= 48.60261 AX=-2.245068 AY=-9.927146 A= 10.17785
T= 8.411136 X= 432.2095 Y= 420.3021 VX= 41.72167 VY=-16.52234
V= 44.87411 AX=-1.740698 AY=-9.537013 A= 9.694569
T= 11.18502 X= 541.7194 Y= 339.2847 VX= 37.39402 VY=-41.22625
V= 55.65893 AX=-1.398313 AY=-8.110396 A= 8.230055
T= 13.95891 X= 640.4118 Y= 196.2403 VX= 33.87978 VY=-60.97125
V= 69.75193 AX=-1.14784 AY=-6.092508 A= 6.199692
T= 16.73279 X= 730.233 Y= 6.245702 VX= 30.96932 VY=-75.12336
V= 81.2565 AX=-.959099 AY=-4.166481 A= 4.275446

4-ИЙ ВАРИАНТ (СИЛЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫ 2-ОЙ СТЕПЕНИ
СКОРОСТИ (УТОЧНЕННОЕ РЕШЕНИЕ))

ДЛИНА ТР-ИИ= 969.2067 ВРЕМЯ ПОЛЕТА= 16.28539 ДАЛЬНОСТЬ= 662.5211 Hmax= 414.3988

H max ДОСТИГНУТА ПРИ T= 6.174132

T= 2.684405 X= 153.9629 Y= 350.5399 VX= 51.80065 VY= 37.85861
V= 64.16058 AX=-3.339475 AY=-12.34448 A= 12.80135
T= 5.45829 X= 286.9548 Y= 411.7776 VX= 44.68523 VY= 7.251001
V= 45.28971 AX=-2.046094 AY=-10.18213 A= 10.38568
T= 8.142896 X= 400.1742 Y= 396.1232 VX= 39.78881 VY=-18.414
V= 43.84319 AX=-1.743715 AY=-9.041415 A= 9.208025
T= 10.8271 X= 500.5785 Y= 315.7846 VX= 34.95315 VY=-40.81974
V= 53.73987 AX=-1.873096 AY=-7.669451 A= 7.894869
T= 13.60099 X= 590.141 Y= 175.4614 VX= 29.58075 VY=-59.53398
V= 68.47792 AX=-1.966506 AY=-5.910411 A= 6.228973
T= 16.28539 X= 662.5211 Y=-3.38771 VX= 24.38653 VY=-72.97172
V= 76.93877 AX=-1.881731 AY=-4.246807 A= 4.645027

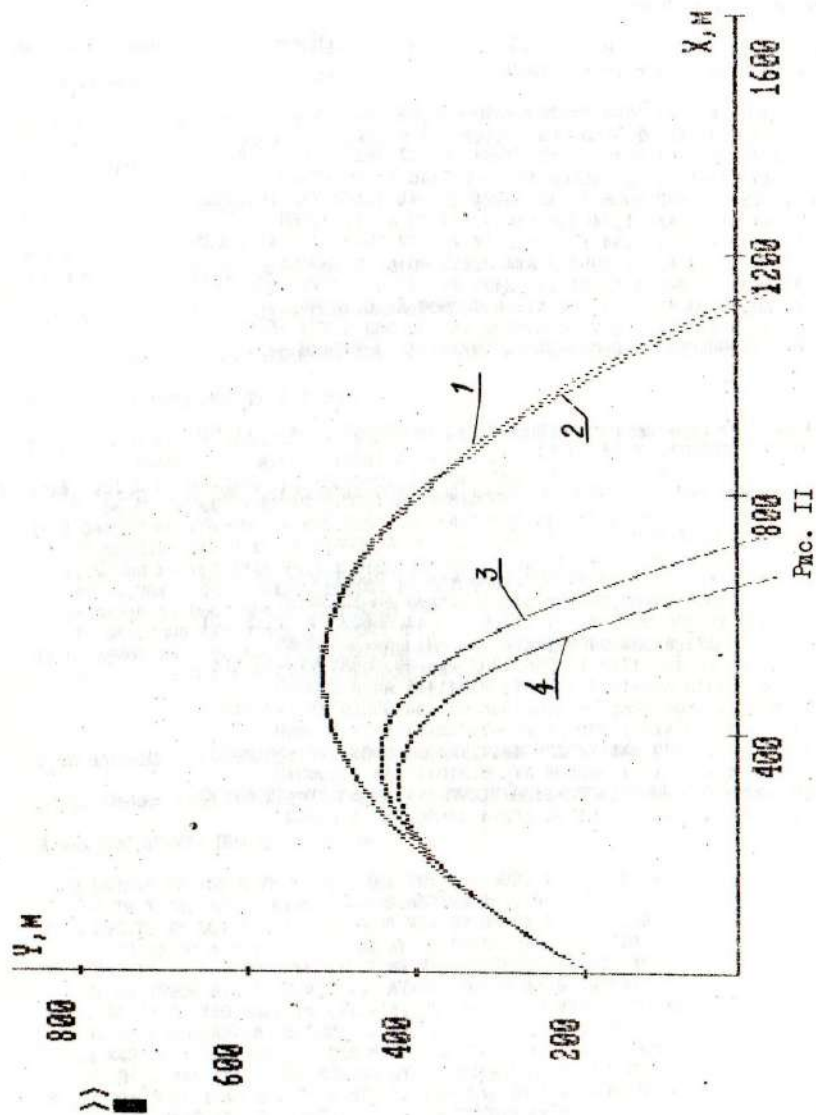


Рис. II

СОДЕРЖАНИЕ

I. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ	с. 3
2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ КРИВОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ ТОЧКИ И ИХ ИНТЕГРИРОВАНИЕ	6
2.1. Движение материальной точки без учета сил сопротивления ($F_c = 0$)	6
2.2. Движение материальной точки при наличии сил сопротивления, пропорциональных первой степени скорости	10
2.3. Движение материальной точки при наличии сил сопротивления, пропорциональных второй степени скорости	13
3. ПРИМЕНЕНИЕ ЭВМ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ КРИВОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ ТОЧКИ	18
4. РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ	22
5. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА С ЭЛЕМЕНТАМИ ИССЛЕДОВАНИЙ	24
ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Распечатка программы	27
ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Распечатка результатов счета	33
ПРИЛОЖЕНИЕ 3. Распечатка результатов счета	36

Составители:

Леонид Викторович Колосов
Валерий Андреевич Ропай

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРОФИЛЬНОГО ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ "ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА"
С ПРИМЕНЕНИЕМ ЭВМ

для студентов горно-металлургических
специальностей

Редактор В.И.Здельник

Редационно-издательский отдел

Подписано к печати 20.02.90 Формат 60x84/16
Бум.тип. № 2. Офс.печ. Усл.печ. л. 2,1
Уч.-изд.л. 2,2. Тираж 300 экз. Заказ 156 . Бесплатно

Ротапринт ДГУ им. Артема
320014, ГСП. г.Днепропетровск-14, пр. К.Маркса, 19