Бесплатно

10/50

Министерство высшего и среднего специального образования УССР

Днепропетровский ордена Трудового Красного Знамени горный институт им. Артема

Халосов Л.В

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЯ "ИЗУЧЕНИЕ МАЛЫХ КОЛЕБАНИЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ" ПО ДИСЦИПЛИНЕ "ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА"

для студентов механических специальностей

Днепропетровск ДГИ 1990

Министерство высшего и среднего специального
образования УССР

Днепропетровский ордена Трудового Красного Знамени
горный институт им. Артема

10/50

Колосов Л.В

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЯ "ИЗУЧЕНИЕ МАЛЫХ КОЛЕБАНИЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ" ПО ДИСЦИПЛИНЕ "ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА"

для студентов механических специальностей

Утверждено
на заседании кафедры
строительной и теоретической механики
Протокол №8 от 6 марта
1989 г.

Днепропетровск ДГИ 1990

Методические указания к выполнению задания "Изучение малых колебаний механической системы с одной степенью свободы" по дисциплине "Теоретическая механика" для студентов механических специальностей / Сост.: Л.В.Колосов, К.С.Заболотный, В.Е.Артюхова.- Днепропетровск: ДГИ, 1990. - 20 с.

Составители: Л.В.Колосов, д-р. техн. наук, проф.
К.С.Заболотный, канд. техн. наук, доц.
В.Е.Артюхова

Ответственный за выпуск зав. кафедрой строительной и теоретической механики В.И.Онищенко, канд. физ.-мат.наук,проф.

I. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Настоящая работа иллюстрирует методику применения уравнений Лагранжа II рода к изучению малых колебаний консервативной механической системы с одной степенью свободы около положения устойчивого равновесия, а также определению условий устойчивости состояния покоя этой системы.

Уравнение Лагранжа II рода имеет вид

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}}\right)-\frac{\partial T}{\partial q}=Q. \tag{I.1}$$

Здесь: q - обобщенная координата; $\dot{q}$ - обобщенная скорость; T - кинетическая энергия системы; Q - обобщенная сила.

Обобщенная сила может вычисляться двумя способами: как коэффициент в выражении суммы элементарных работ задаваемых сил при соответствующем возможном перемещении и через потенциальную энергию системы Π .

В последнем случае

$$Q=-\frac{\partial \Pi}{\partial q}. \tag{I.2}$$

Для малых колебаний системы выражение для кинетической энергии можно записать в виде

$$T=\frac{1}{2}m_{np}\dot{q}^2, \tag{I.3}$$

где m_{np} - приведенная масса системы.

Потенциальная энергия представляет функцию обобщенной координаты q

$$\Pi=\Pi(q).$$

Разложим эту функцию в ряд Маклорена в окрестности $q=0$ (положения равновесия)

$$\Pi=\Pi(0)+\frac{\partial \Pi(0)}{\partial q}q+\frac{\partial^2 \Pi(0)}{\partial q^2}\frac{q^2}{2}+\dots \tag{I.4}$$

Постоянному первому члену может быть приписано любое значение, так как потенциальная энергия определяется с точностью до произвольного постоянного слагаемого. Поэтому положим $\Pi(0)=0$.

Так как в положении равновесия обобщенная сила равна нулю, то в соответствии с (I.2)

$$\frac{\partial \Pi(0)}{\partial q} = 0$$

Таким образом, окончательно получим

$$\Pi = \frac{1}{2} C_{np} q^2, \tag{I.5}$$

где

$$C_{np} = \frac{\partial^2 \Pi(0)}{\partial q^2} \tag{I.6}$$

– так называемый обобщенный или приведенный коэффициент жесткости системы.

Подставляя в уравнение (I.I) выражения (I.3) и (I.5), получим основное дифференциальное уравнение свободных колебаний системы с I-й степенью свободы

$$m_{np} \ddot{q} + C_{np} q = 0, \tag{I.7}$$

где $\ddot{q} = \frac{d^2 q}{dt^2}$.

Введем понятие об устойчивости равновесия механической системы. Равновесие называется устойчивым, если при малых отклонениях системы от положения равновесия система будет двигаться около положения равновесия, имея малые скорости. Неустойчивое равновесие характеризуется тем, что при малом отклонении системы от положения равновесия с увеличением времени отклонения и скорости будут возрастать.

Рассмотрим, например, математический маятник (рис. I), который имеет два положения равновесия: $\varphi = 0$ – нижнее положение равновесия и $\varphi = \pi$ – верхнее положение равновесия. Однако указанные положения равновесия существенно отличаются друг от друга. Если сообщить маятнику в верхнем положении равновесия небольшое отклонение, то он уйдет из этого положения равновесия, в то время как при малых отклонениях от нижнего положения равновесия маятник будет сколь угодно долго двигаться в окрестности равновесия. Нижнее положение равновесия является устойчивым, верхнее – неустойчивым.

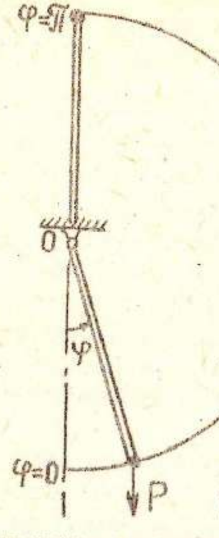


Рис.1

Необходимым условием равновесия консервативной системы с I-й степенью свободы с голономными идеальными связями является равенство нулю обобщенной силы в положении равновесия

$$Q = -\frac{\partial \Pi}{\partial q} = 0. \tag{I.8}$$

Условие (I.8) является необходимым, но недостаточным. Достаточные условия устойчивости такой системы определяются теоремой Лагранжа-Дирихле, которая устанавливает, что те положения покоя или равновесия консервативной системы, в которых потенциальная энергия достигает минимума, являются ее устойчивыми состояниями покоя.

В случае, если

$$\left.\frac{\partial^2 \Pi}{\partial q^2}\right|_{q=0} > 0, \tag{I.9}$$

условие минимума будет выполнено, и положение равновесия устойчиво.

Проиллюстрируем эти положения для математического маятника (рис. I). Потенциальная энергия маятника

$$\Pi = Pl(1-\cos\varphi) = mgl(1-\cos\varphi). \tag{I.10}$$

Дифференцируя (I.10) по φ, находим

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} = mgl\sin\varphi = 0, \tag{I.11}$$

т.е. действительно система имеет два положения равновесия: нижнее ($\varphi = 0$) и верхнее ($\varphi = \pi$). Равновесие будет устойчивым, если

$$\left.\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi}\right|_{\varphi=0} = 0;$$

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial \varphi^2}\Big|_{\varphi=0} = mgl > 0.$$

Таким образом, формальным признаком устойчивости служит положительность коэффициента C_{np} (I.6), равного значению второй производной потенциальной энергии системы в положении равновесия. При этом суждение об устойчивости равновесия системы можно сделать на основании теоремы Лагранжа-Дирихле при вычислении только потенциальной энергии системы или на основе анализа уравнения (I.7). При этом для составления уравнения (I.7) совсем не обязательно вычислять потенциальную энергию системы, вычисляя обобщенную силу как коэффициент в выражении суммы элементарных работ.

Будем считать, что существует один варьируемый параметр S системы, при изменении которого может измениться знак коэффициента C_{np}, например, этим параметром является жесткость пружины C. Значение этого параметра, при котором устойчивость состояния равновесия системы сменяется неустойчивостью, будем называть критическим значением.

При этом состояние равновесия устойчиво в той области значений S, в которой $C_{np}(S)>0$, при $C_{np}(S)<0$ состояния равновесия неустойчивы (случай "отрицательной жесткости"). Критические значения параметра S являются корнями уравнения

$$C_{np}(S)=0. \tag{I.12}$$

При $C_{np}<0$ основное дифференциальное уравнение (I.7) принимает вид

$$m_{np}\ddot{q} - C^*_{np} q = 0, \tag{I.13}$$

где $C^*_{np} = -C_{np}$ - абсолютное значение обобщенного коэффициента жесткости.

При $C_{np}>0$, обозначая

$$k=\sqrt{\frac{C_{np}}{m_{np}}}, \tag{I.14}$$

получим

$$\ddot{q}+k^2 q = 0. \tag{I.15}$$

Здесь k - частота свободных колебаний системы.

Решение уравнения (I.15) через начальные условия $q(0)=q_0$ и $\dot{q}(0)=\dot{q}_0$ записывается в виде

$$q=\frac{\dot{q}_0}{k}\sin kt + q_0\cos kt \tag{I.16}$$

или

$$q = a\sin(kt+\alpha), \tag{I.17}$$

где

$$a=\sqrt{\left(\frac{\dot{q}_0}{k}\right)^2+q_0^2}; \quad \alpha = arctg\frac{kq_0}{\dot{q}_0}. \tag{I.18}$$

Решение уравнения (I.13) имеет вид

$$q = a\,sh(k^* t+\alpha), \tag{I.19}$$

где

$$k^*=\sqrt{\frac{C^*_{np}}{m_{np}}}$$

и описывает монотонное удаление системы от положения равновесия.

2. ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ

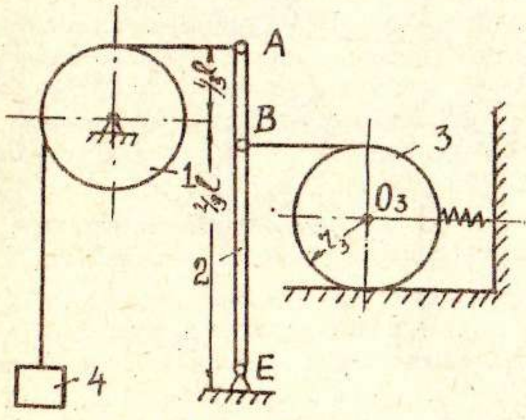


Рис. 2

Механизм (рис.2), расположенный в вертикальной плоскости, состоит из однородного колеса I массой m_1 = 4 кг и радиусом r_1 = 15 см. На колесо намотана нерастяжимая нить, к одному концу которой прикреплен стержень 2, а к другому концу подвешен груз 4 массой m_4 = I кг. Стержень 2 массой m_2=3 кг и длиной l = 60 см закреплен одним концом на шарнире. Промежуточной точкой стержень 2 посредством невесомого стержня соединен шарнирно с подвижным колесом 3 радиуса r_3 = 20 см. Колесо 3 с массой m_3 = 2 кг, распределенной по его ободу, катится по горизонтальной плоскости без скольжения. В положении равновесия механизм поддерживается невесомой пружиной с коэффициентом жесткости

c = 10 Н/см.

Определить статическое удлинение пружины $\lambda_{ст}$, частоту и период колебаний системы, закон вращательного движения колеса I при начальных условиях : при $t = 0$ φ_{10} = 0,1 рад; $\dot{\varphi}_{10}$ = 0,2 с$^{-1}$.

Также определить критическое значение жесткости пружины (полагая ее неизвестной), при котором положение равновесия будет неустойчивым.

I. Изобразим механическую систему на рисунке (рис. 3).

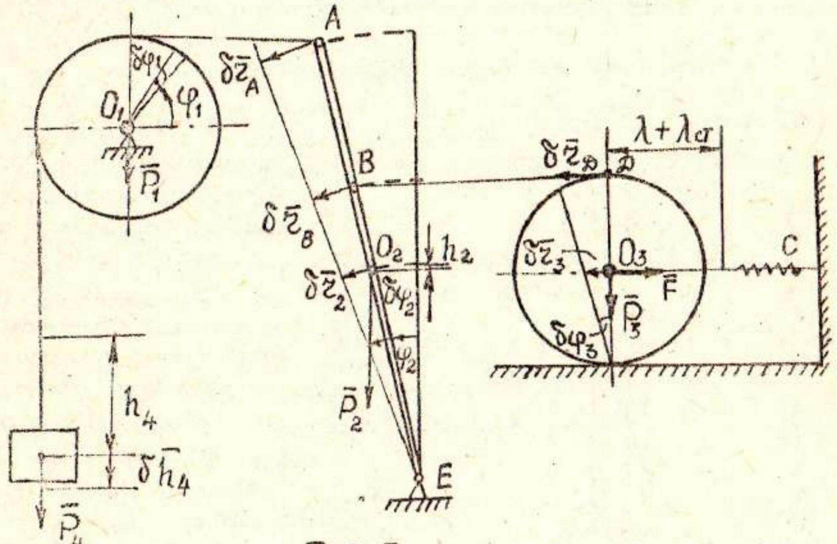


Рис. 3

2. Выберем в качестве обобщенной координаты угол поворота φ_1 колеса I, считая φ_1 положительным в направлении против часовой стрелки. Обобщенная скорость $\dot{\varphi}_1 = \omega_1$ – угловая скорость колеса I.

Уравнение Лагранжа II рода для обобщенной координаты имеет вид

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1}\right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q_1. \qquad (2.1)$$

К механизму приложены задаваемые силы: $\bar{P}_1$ – вес колеса I; $\bar{P}_2$ – вес стержня 2; $\bar{P}_3$ – вес колеса 3; $\bar{P}_4$ – вес груза 4; $\bar{F}$ – реакция пружины.

Зададим колесу I возможное перемещение $\delta\varphi_1$ в направлении положительного отсчета угла φ_1 (рис. 3). При этом стержень 2 повернется на угол $\delta\varphi_2$, колесо 3 на угол $\delta\varphi_3$, а груз 4 спустится вниз на δh_4. Обозначим возможные перемещения точек A, B, D, O_2, O_3 соответственно через $\delta r_A, \delta r_B, \delta r_D, \delta r_2, \delta r_3$.

3. Для определения обобщенной силы Q_1 вычислим сумму работ всех задаваемых сил на возможных перемещениях точек системы

$$\delta A = P_2\delta r_2\cos(90^\circ - \varphi_2) + P_4\delta h_4 - F\delta r_3, \qquad (2.2)$$

где $F = c(\lambda + \lambda_{ст})$; λ – перемещение точки O_3, соответствующее координате φ_1.

Выразим перемещения $\delta r_2, \delta r_3, \delta h_4$ через обобщенное возможное перемещение $\delta\varphi_1$. Нетрудно видеть, что $\delta h_4 = r_1\delta\varphi_1$. Поскольку точка K – мгновенный центр скоростей колеса 3, то $\delta r_D = 2\delta r_3$. Далее $\delta r_D = \delta r_B$ и из подобия треугольников с катетами BE и AE следует, что $\delta r_A = 1{,}5\delta r_B$. С другой стороны, $\delta r_A = r_1\delta\varphi_1$. Следовательно,

$$\delta r_3 = \frac{r_1}{3}\delta\varphi_1. \qquad (2.3)$$

Рассматривая подобие прямоугольных треугольников с катетами O_2E и AE, определяем $\delta r_A = 2\delta r_2$.

В формуле разложения $\sin\varphi_2 = \varphi_2 - \frac{\varphi_2^3}{3!} + \ldots$ ввиду малости угла φ_2 ограничимся первым членом и учтем, что

$$r_1\varphi = l\varphi_2. \qquad (2.4)$$

Зависимость перемещения λ точки O_3 от обобщенной координаты φ_1 выражается формулой, аналогичной формуле (2.3)

$$\lambda = \frac{r_1}{3}\varphi_1. \qquad (2.5)$$

Подставляя найденные зависимости в формулу (2.2), получим

$$\delta A = \left[P_2 \frac{r_1 \varphi_1}{\ell} \frac{1}{2} r_1 + P_4 r_1 - C\left(\frac{r_1}{3}\varphi_1 + \lambda_{cm}\right)\frac{r_1}{3}\right]\delta\varphi_1.$$

Обобщенная сила

$$Q_1 = \frac{\delta A}{\delta \varphi_1} = \frac{1}{2} P_2 \frac{r_1^2}{\ell}\varphi_1 + P_4 r_1 - C\left(\frac{r_1}{3}\varphi_1 + \lambda_{cm}\right)\frac{r_1}{3}. \qquad (2.6)$$

4. Найдем потенциальную энергию системы в отклоненном положении, определяемом малым углом φ_1, как сумму потенциальных энергий Π_2, Π_4, соответствующих силам тяжестей P_2, P_4 и $\Pi_{упр}$, соответствующей упругой силе, т.е.

$$\Pi = \Pi_2 + \Pi_4 + \Pi_{упр}. \qquad (2.7)$$

Напомним, что потенциальная энергия системы определяется работой соответствующих сил на перемещениях точек системы из отклоненного положения в нулевое положение, которым считается положение покоя системы. Для нашей системы:

$$\Pi_2 = -P_2 h_2 = -P_2 \frac{\ell}{2}(1-\cos\varphi_2);\ \Pi_4 = -P_4 h_4 = -P_4 r_1 \varphi_1;\ \Pi_{упр} = \frac{C(\lambda+\lambda_{cm})^2}{2} - \frac{C\lambda_{cт}^2}{2}.$$

В разложении $\cos\varphi_2 = 1 - \varphi_2^2/2! + \varphi_2^4/4! + \ldots$ ограничимся двумя первыми членами. Используя формулы (2.4) и (2.5), потенциальную энергию системы запишем в следующем виде:

$$\Pi = -\frac{P_2 r_1^2 \varphi_1^2}{4\ell} - P_4 r_1 \varphi_1 + \frac{C\left(\frac{r_1}{3}\varphi_1 + \lambda_{cm}\right)^2}{2} - \frac{C\lambda_{cm}^2}{2}. \qquad (2.8)$$

Величину обобщенной силы определяем по формуле

$$Q = -\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_1} = \frac{P_2 r_1^2}{2\ell}\varphi_1 + P_4 r_1 - C\left(\frac{r_1}{3}\varphi_1 + \lambda_{cm}\right)\frac{r_1}{3}, \qquad (2.9)$$

что совпадает с выражением (2.6).

5. Значение статического удлинения пружины λ_{cm} находим из формулы (2.6), приравняв нулю обобщенную силу и предварительно

положив $\varphi_1 = 0$

$$P_4 r_1 - \frac{C r_1}{3}\lambda_{cm} = 0. \qquad (2.10)$$

Отсюда $\lambda_{cm} = \frac{3P_4}{C} = \frac{3m_4 g}{C} = \frac{3\cdot 1\cdot 9{,}8}{1000} = 0{,}0294м = 2{,}94см.$

С учетом (2.10) получим следующее выражение для обобщенной силы:

$$Q_1 = -\frac{r_1^2}{18}\left(2C - 9\frac{P_2}{\ell}\right)\varphi_1 = -\frac{0{,}15^2}{18}\left(2\cdot 1000 - 9\frac{3\cdot 9{,}8}{0{,}6}\right)\varphi_1 = -1{,}95\varphi_1. \qquad (2.11)$$

6. Кинетическую энергию системы тел определяем по формуле

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4, \qquad (2.12)$$

где T_1, T_2, T_3, T_4 – кинетическая энергия тел системы.

Кинетическая энергия колеса I $T_1 = \frac{1}{2} J_1 \omega_1^2 = \frac{1}{4} m_1 r_1^2 \omega_1^2.$

Кинетическая энергия стержня 2 $T_2 = \frac{1}{2} J_2 \omega_2^2,$

причем $J_2 = \frac{1}{3} m_2 \ell^2.$

Продифференцировав выражение (2.4) по времени, получим

$$\dot\varphi_2 = \omega_2 = \frac{r_1}{\ell}\omega_1, \qquad T_2 = \frac{1}{6} m_2 r_1^2 \omega_1^2.$$

Кинетическая энергия колеса 3 $T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_{03}^2 + \frac{1}{2} J_3 \omega_3^2.$

Так как точка K – мгновенный центр скоростей колеса 3, то $\omega_3 = V_{03}/r_3$. Момент инерции колеса $J_3 = m_3 r_3^2$, следовательно, $T_3 = m_3 V_{03}^2$. Скорость центра колеса 3 выражается через ω_1 аналогично формулам (2.3) и (2.5), т.е.

$$V_{03} = \frac{r_1 \omega_1}{3}.$$

Окончательно находим $T_3 = m_3 \frac{r_1^2}{9}\omega_1^2.$

Кинетическая энергия груза 4 $T_4 = \frac{1}{2} m_4 v_4^2 = \frac{1}{2} m_4 r_1^2 \omega_1^2.$

Подставив найденные значения T_i в формулу (2.2), получим

$$T=\left(\frac{1}{4}m_1+\frac{1}{6}m_2+\frac{1}{9}m_3+\frac{1}{2}m_4\right)r_1^2\omega_1^2=0{,}05\,\omega_1^2\ Нм.$$

7. Частная производная от кинетической энергии T по обобщенной скорости ω_1 запишется в виде

$$\partial T/\partial\omega_1=0{,}1\,\omega_1.$$

Находим производную от полученного результата по времени:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial\omega_1}\right)=0{,}1\,\ddot{\varphi}_1. \qquad (2.13)$$

Частная производная по φ_1 от кинетической энергии T системы, в выражение которой не входит обобщенная координата φ_1, равна нулю

$$\frac{\partial T}{\partial\varphi_1}=0. \qquad (2.14)$$

8. Подставим найденные значения (2.11), (2.13), (2.14) в уравнение Лагранжа (2.1). Тогда получим

$$\ddot{\varphi}_1+19{,}5\,\varphi_1=0. \qquad (2.15)$$

Частота свободных колебаний системы

$$k=\sqrt{19{,}5}=4{,}42\ c^{-1}$$

Период свободных колебаний $\tau=\frac{2\pi}{k}=1{,}42\,c.$

9. С учетом начальных условий закон колебаний тела I

$$\varphi_1=0{,}1\cos 4{,}42t+0{,}045\sin 4{,}42t. \qquad (2.16)$$

10. Вычислим критическое значение жесткости пружины $C=C_{кр}$, при котором положение равновесия будет неустойчивым.

Для этого запишем основное дифференциальное уравнение свободных колебаний (1.7) в виде

$$0{,}1\,\ddot{\varphi}_1+\frac{r_1^2}{18}\left(2c-9\frac{P_2}{\ell}\right)\varphi_1=0. \qquad (2.17)$$

Обозначим $C_{пр}=\frac{r_1^2}{18}\left(2c-9\frac{P_2}{\ell}\right).$

Приравнивая $C_{пр}$ нулю, получим

$$\frac{r_1^2}{18}\left(2c-9\frac{P_2}{\ell}\right)=0. \qquad (2.18)$$

Отсюда критическое значение C

$$C_{кр}=\frac{9P_2}{2\ell}=2{,}25\ Н/см. \qquad (2.19)$$

При $C < C_{кр}$ состояние равновесия системы будет неустойчивым, и она станет удаляться от положения равновесия. В рассматриваемом случае C = 10 $Н/см$, и при начальном отклонении система будет совершать малые колебания относительно положения равновесия.

Суждение об устойчивости состояния равновесия системы можно также составить на основе анализа выражения потенциальной энергии системы в соответствии с формулами (1.8) и (1.9) и с учетом соотношения (2.10) в положении равновесия.

Дифференцируя (2.9), найдем

$$\frac{\partial^2\Pi(0)}{\partial q^2}=\frac{P_2 r_1^2}{2\ell}-\frac{c\,r_2^2}{9}=-\frac{r_1^2}{18}\left(2c-9\frac{P_2}{\ell}\right).$$

Условие минимума потенциальной энергии будет выполнено, если

$$\frac{\partial^2\Pi(0)}{\partial q^2}>0 \quad \text{или}$$

$$\frac{r_1^2}{18}\left(2c-9\frac{P_2}{\ell}\right)>0. \qquad (2.20)$$

Отсюда критическое значение параметра C найдем, приравнивая (2.20) нулю, т.е.

$$C_{кр}=\frac{9P_2}{2\ell}.$$

Этот результат совпадает со значением $C_{кр}$ (2.19), полученным выше.

3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Изобразить механическую систему на чертеже.
2. Выбрать обобщенную координату.

3. Вычислить обобщенную силу как коэффициент в выражении суммы элементарных работ задаваемых сил при соответствующем обобщенном возможном перемещении, предварительно изобразив на чертеже все задаваемые силы системы.

4. Вычислить потенциальную энергию системы и обобщенную силу через потенциальную энергию.

5. Определить статическое удлинение (сжатие) пружины, приравняв нулю обобщенную силу.

6. Составить выражение для кинетической энергии системы.

7. Вычислить частные производные от кинетической энергии по обобщенной скорости $\dot{q}$, затем найти полные производные по времени от полученных выражений.

8. Подставляя полученные значения $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}}\right), \frac{\partial T}{\partial q}$ в уравнение Лагранжа II рода, составить уравнение свободных колебаний заданного тела системы, найти частоту и период колебаний системы.

9. Записать решение полученного дифференциального уравнения с учетом начальных условий.

10. Вычислить критическое значение жесткости пружины $C = C_{кр}$, при котором положение равновесия будет неустойчивым.

Вычисления выполнить на основе анализа выражения коэффициента приведенной жесткости $C_{пр}$ и, отдельно, на основе анализа выражения потенциальной энергии системы и теоремы Лагранжа-Дирихле.

4. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Для заданной механической системы с одной степенью свободы определить частоту и период свободных колебаний, пренебрегая силами сопротивления и массами нитей. Найти уравнение движения груза I, приняв за начало отсчета положение покоя груза I (при статической деформации пружины).

Схемы механических систем в положении равновесия показаны на с. 16. В задании приняты следующие обозначения: I – груз массой m_1; 2 – блок или стержень массой m_2; 3 – блок массой m_3; остальные блоки на схемах считать невесомыми. Сплошные диски или катки радиуса R считать однородными, для двухступенчатых

блоков или катков указаны значения радиуса инерции ρ. Значения масс и жесткости пружины C приведены в табл. I.

Таблица I

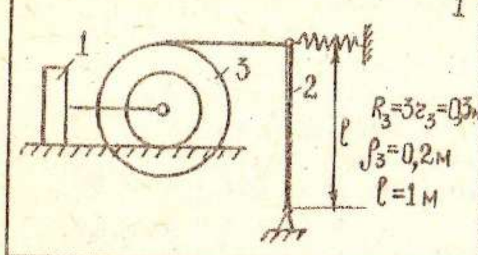
Варианты	I	2	3	4	5	6	7	8	9	I0
m_1, кг	I0	I2	I4	I6	I8	20	22	24	26	28
m_2, кг	2	6	6	8	I0	I2	I4	I6	I8	20
m_3, кг	4	I0	2	6	8	4	8	2	I0	I2
c, Н/м	I000	I200	I400	800	I000	I200	I400	600	800	I400

Список литературы

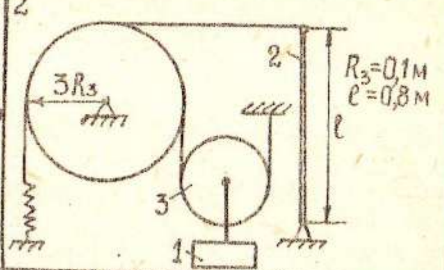
I. Яблонский А.А. Курс теоретической механики. Ч.П. Динамика. Учебник для вузов. Изд. 5-е, испр.- М.: Высш. шк., I977. - 430 с.

2. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике: Учеб. пособие для техн. вузов / А.А. Яблонский, С.С. Норейко, С.А. Вольфсон и др.; Под ред. А.А.Яблонского. - 4-е изд., перераб. и доп.- М.: Высш. шк., 1985. - 367 с.

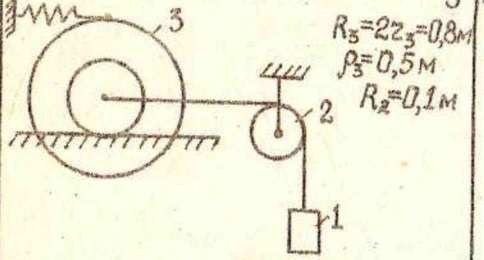
1



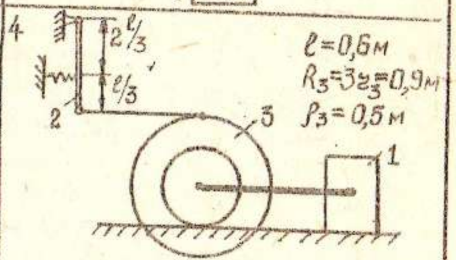
2



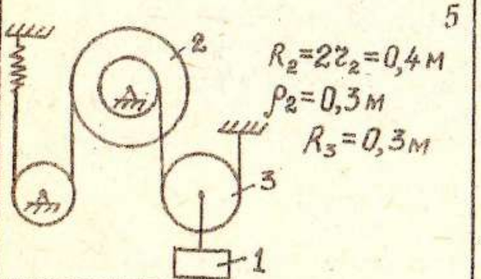
3



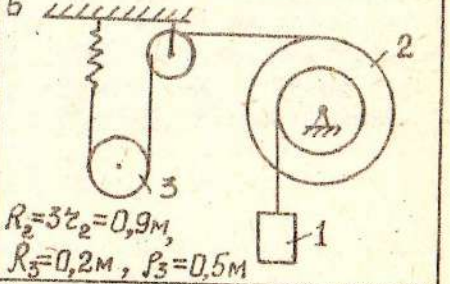
4



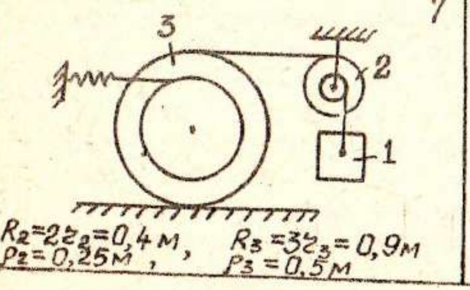
5



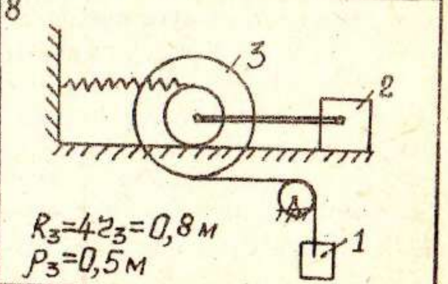
6



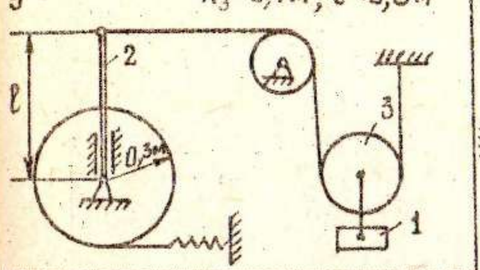
7



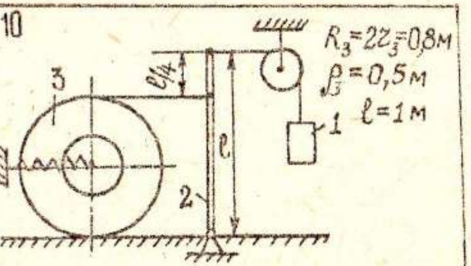
8



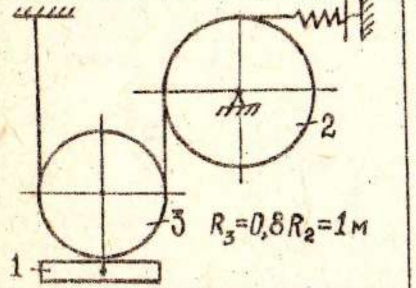
9



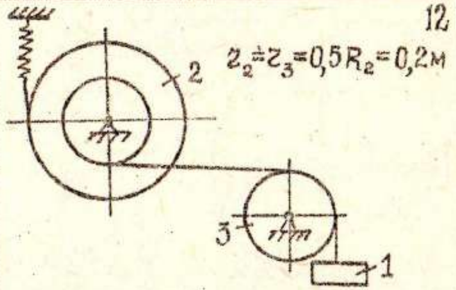
10



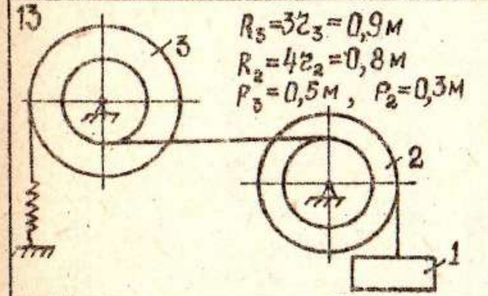
11



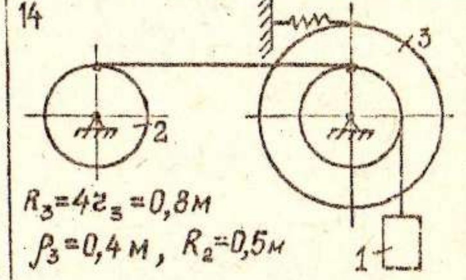
12



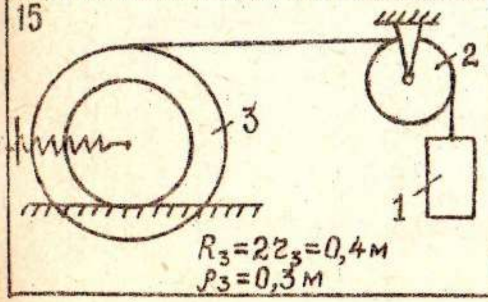
13



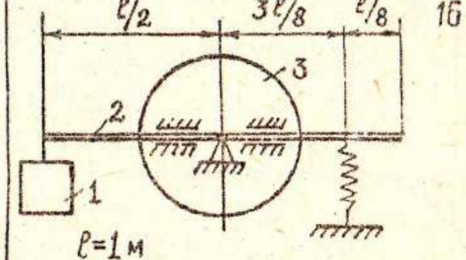
14

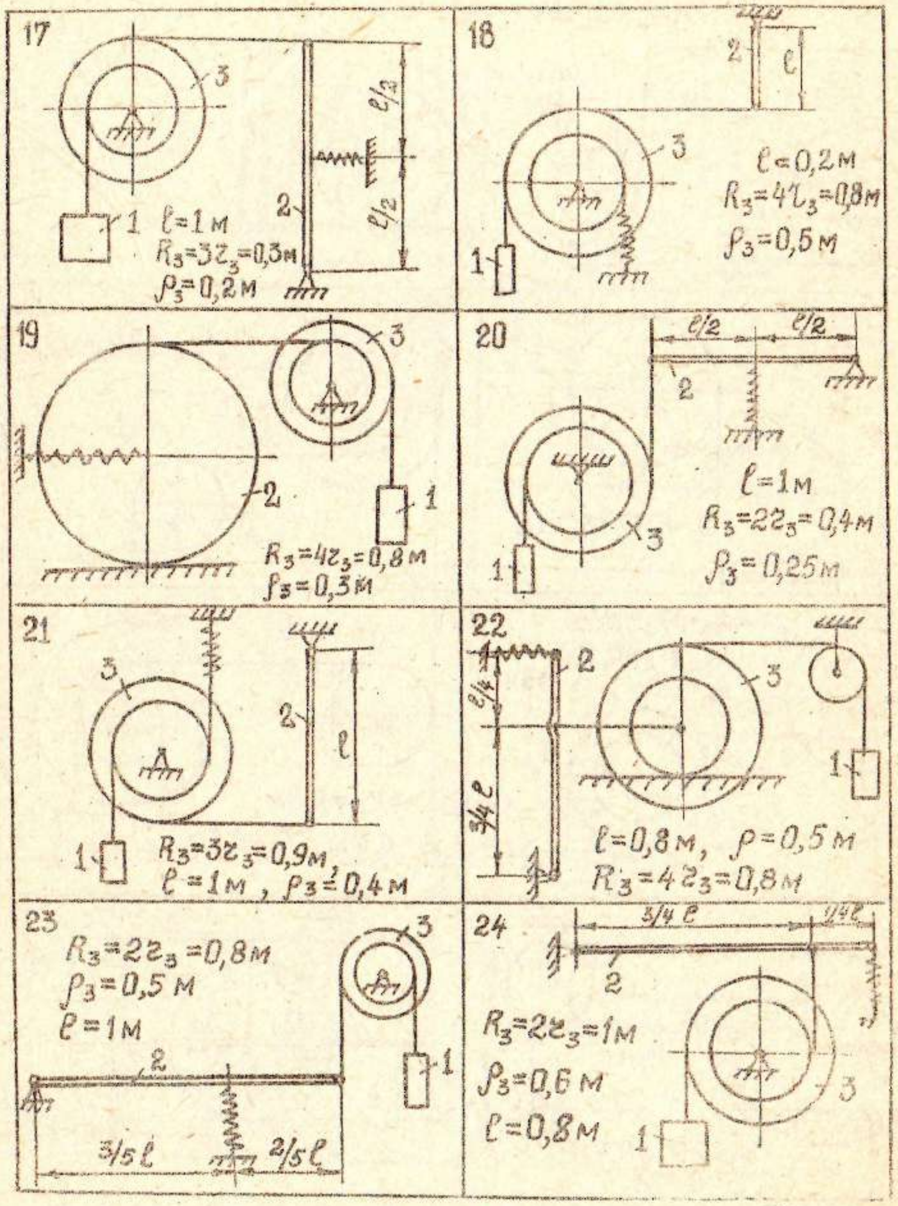


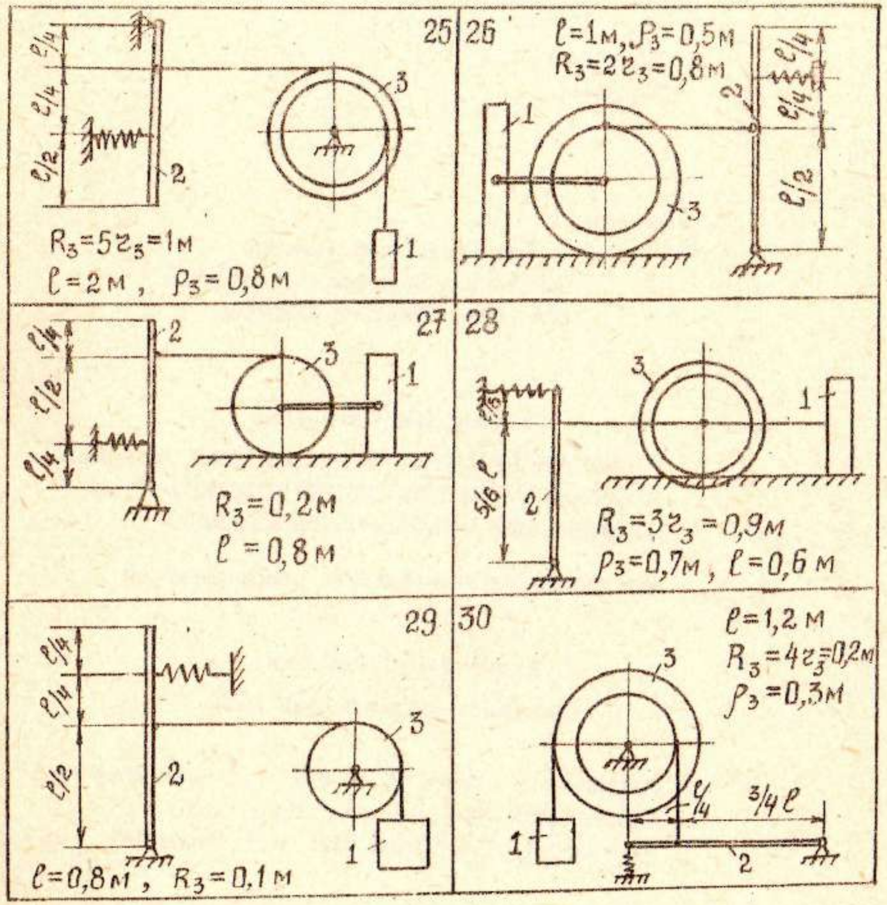
15



16




17
$\ell=1$ м
$R_3=3r_3=0{,}3$ м
$\rho_3=0{,}2$ м
18
$\ell=0{,}2$ м
$R_3=4r_3=0{,}8$ м
$\rho_3=0{,}5$ м
19
$R_3=4r_3=0{,}8$ м
$\rho_3=0{,}3$ м
20
$\ell=1$ м
$R_3=2r_3=0{,}4$ м
$\rho_3=0{,}25$ м
21
$R_3=3r_3=0{,}9$ м,
$\ell=1$ м, $\rho_3=0{,}4$ м
22
$\ell=0{,}8$ м, $\rho=0{,}5$ м
$R_3=4r_3=0{,}8$ м
23
$R_3=2r_3=0{,}8$ м
$\rho_3=0{,}5$ м
$\ell=1$ м
24
$R_3=2r_3=1$ м
$\rho_3=0{,}6$ м
$\ell=0{,}8$ м


25
$R_3=5r_3=1$ м
$\ell=2$ м, $\rho_3=0{,}8$ м
26
$\ell=1$ м, $\rho_3=0{,}5$ м
$R_3=2r_3=0{,}8$ м
27
$R_3=0{,}2$ м
$\ell=0{,}8$ м
28
$R_3=3r_3=0{,}9$ м
$\rho_3=0{,}7$ м, $\ell=0{,}6$ м
29
$\ell=0{,}8$ м, $R_3=0{,}1$ м
30
$\ell=1{,}2$ м
$R_3=4r_3=0{,}2$ м
$\rho_3=0{,}3$ м

С О Д Е Р Ж А Н И Е

Составители:

Леонид Викторович Колосов
Константин Сергеевич Заболотный
Валентина Ефимовна Артюхова

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЯ "ИЗУЧЕНИЕ МАЛЫХ КОЛЕБАНИЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ" ПО ДИСЦИПЛИНЕ "ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА"

для студентов механических специальностей

Редактор С.С.Графская

Редакционно-издательский отдел

Подписано в печать 15.11.89. Формат 60x84/16.
Бум.тип.№3. Офс. печ. Усл.печ.л. I,I.
Уч.- изд.л. I,I Тираж 300 экз. Заказ 649. Бесплатно.

Ротапринт ДГИ им.Артема
320600, ГСП, г. Днепропетровск-14, пр. К.Маркса, 19.