МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ ПО РАЗДЕЛУ «КИНЕМАТИКА» ДИСЦИПЛИНЫ «ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА»

для студентов заочной формы обучения

Днепропетровск
2002

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К ВЫПОЛНЕНИЮ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ
ПО РАЗДЕЛУ «КИНЕМАТИКА»
ДИСЦИПЛИНЫ «ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА»

**для студентов заочной
формы обучения**

**Утверждено к изданию учебно-методическим
управлением университета**

Днепропетровск
НГУ
2002

Методичні вказівки до виконання домашніх завдань з розділу "Кінематика" дисципліни "Теоретична механіка" для студентів заочної форми навчання /Уклад.: В.Д. Кірнос, Н.В. Матисіна, І.А. Шуляк.- Дніпропетровськ: Національна гірнича академія України, 2002. – 19 с.

Укладачі: В.Д. Кірнос, Н.В. Матисіна, І.А. Шуляк,
кандидати техн. наук, доценти

Відповідальний за випуск зав. кафедри Б та ТМ С. Є. Блохін, доктор техн. наук, професор.

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Изучение раздела «Кинематика» курса «Теоретическая механика», как и любого другого, необходимо начать с теории. Особое внимание следует обратить на доказательство теорем и основных положений. После чего необходимо разобраться в решениях соответствующих задач, которые приводятся в разделе этой темы.

1. Рабочая программа раздела «Кинематика» курса «Теоретическая механика»

1.1. Введение в кинематику. Кинематика точки.

Предмет кинематики. Пространство и время в классической механике. Задачи кинематики. Способы задания движения точки (векторный, координатный и естественный). Траектория движения, скорость и ускорение точки для трех способов задания движения.

1.2. Кинематика твердого тела

Поступательное движение (скорость, ускорение и закон движения). Вращательное движение (скорость, ускорение и закон движения). Плоскопараллельное движение (определение скоростей точек тела, теорема о проекциях скоростей двух точек тела, мгновенный центр скоростей, определение ускорений точек тела).

1.3. Сложное движение точки

Теорема о сложении скоростей. Теорема Кориолиса о сложении ускорений. Ускорение Кориолиса.

2. ЗАДАЧИ К ДОМАШНИМ ЗАДАНИЯМ

2.1. ЗАДАЧА К1

По заданному закону движения точки $x = f_1(t)$, $y = f_2(t)$ (табл. К1) и моменту времени t = 1 с найти уравнение траектории, а также скорость, ускорение точки и радиус кривизны траектории.

Указания. Задача К1 относится к кинематике точки. Для ее решения необходимо знать формулы определения скорости точки, а также нормального и касательного ускорений. В некоторых вариантах задач при определении траектории и при последующих расчетах следует учесть известные тригонометрические формулы: $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$; $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$; зависимости $x = f_1(t)$ и $y = f_2(t)$ заданы в табл. К1.

Таблица К1

№ варианта	$x=f_1(t)$, м	№ условия	$y=f_2(t)$, м
0	$2 - 3\cos(\frac{\pi}{6}t)$	0	$2t^2 + 2$
1	$6\cos(\frac{\pi}{6}t) - 3$	1	$2t^2 + 2$
2	$4\cos(\frac{\pi}{6}t)$	2	$2t^3$
3	$10\sin(\frac{\pi}{6}t)$	3	$2 - 3t^2$
4	$6\sin(\frac{\pi}{6}t) - 1$	4	$(t+1)^3$
5	$\cos(\frac{\pi}{6}t)$	5	$2 - t^3$
6	$4 - 2\cos(\frac{\pi}{6}t)$	6	$5t^2$
7	$12\sin(\frac{\pi}{6}t)$	7	$5t^3$
8	$4 - 6\sin(\frac{\pi}{6}t)$	8	$5 + t^2$
9	$8\sin(\frac{\pi}{6}t) - 2$	9	$5 + t^3$

Пример задачи К1

Даны уравнения движения точки $x = -2\cos(\frac{\pi}{4}t) + 3$; $y = 2\sin(\frac{\pi}{8}t) - 1$

(x , y – в метрах, t - в секундах). Определить скорость и ускорение точки, а также радиус кривизны траектории в заданный момент времени.

Решение. Исключим из заданных уравнений движения параметр t, учитывая, что

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha \text{ или } \cos(\frac{\pi}{4}t) = 1 - 2\sin^2(\frac{\pi}{8}t).$$

Підході

На основании чего получим:

$$\cos(\frac{\pi}{4}t) = \frac{3-x}{2}, \qquad \sin(\frac{\pi}{8}t) = \frac{y+1}{2}.$$

Следовательно, выразив $\sin(\frac{\pi}{8}t)$, из уравнений движения, имеем:

$$\frac{3-x}{2} = 1 - 2\frac{(y+1)}{4}; \quad x = (y+1)^2 + 1.$$

Скорость точки найдем в соответствии с координатным способом задания движения;

$$V_x = \frac{dx}{dt} = \frac{\pi}{2}\sin(\frac{\pi}{4}t); \quad V_y = \frac{dy}{dt} = \frac{\pi}{4}\cos(\frac{\pi}{8}t); \quad V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2};$$

и при t = 1 с $\quad V_{1x} = 1{,}11$ м/с, $V_{1y} = 0{,}73$ м/с;

$$V_1 = \sqrt{V_{1x}^2 + V_{1y}} = \sqrt{1{,}11^2 + 0{,}73^2} = 1{,}33 \text{ м/с}.$$

Аналогично найдем ускорение точки:

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = \frac{\pi^2}{8}\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right), \quad a_y = \frac{dV_y}{dt} = -\frac{\pi^2}{32}\sin\left(\frac{\pi}{8}t\right), \quad a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2},$$

и при t=1 с. $\quad a_{1x} = 0{,}87$ м/с²; $a_{1y} = -0{,}12$ м/с²; $a_1 = 0{,}88$ м/с².

Касательное ускорение определим, дифференцируя по времени равенство скорости точки $V^2 = V_x^2 + V_y^2$. Получим:

$$2V\frac{dV}{dt} = 2V_x\frac{dV_x}{dt} + 2V_y\frac{dV_y}{dt},$$

а тогда

$$a^{\tau} = \frac{dV}{dt} = \frac{V_x a_x + V_y a_y}{V}.$$

вираз

После подстановки численных значений в последнее выражение будем иметь: $\quad a_1^{\tau} = 0{,}66$ м/с².

Нормальное ускорение точки $\quad a^n = \sqrt{a^2 - \left(a^{\tau}\right)^2}$.

Подставляя численные значения при $t_1 = 1$с, получим: $\quad a_1^n = 0{,}58$ м/с².

Радиус кривизны траектории определяется из выражения

$$\rho = \frac{V^2}{a^{\tau}}.$$

В результате подстановки числовых значений найдем, что при t = 1 с

ρ= 3,05 м.

Задача К2

Механизм состоит из ступенчатых колес 1-3, находящихся в зацеплении или связанных ременной передачей, зубчатой рейки и груза 5 (рис. К2.0…К2.9). Исходные данные сведены в табл. К2. Радиусы ступеней колес равны соответственно: у колеса 1 – r_1 = 2 см, R_1 = 4 см, у колеса 2 – r_2 = 6 см, R_2 = 8 см, у колеса 3 – r_3 = 12 см, R_3 = 16 см. На ободьях колес расположены точки А, В и С.

В таблице указан закон движения или закон изменения скорости ведущего звена механизма, где $\varphi_1(t)$ - закон вращения колеса 1,
$S_4(t)$ – закон движения рейки 4, $\omega_2(t)$ – закон изменения угловой скорости колеса 2, $v_5(t)$ – закон изменения скорости груза 5 и т.д. (везде φ выражено в радианах, s – в сантиметрах, t - в секундах). Положительное направление для φ и ω принято против хода часовой стрелки, для S_4, S_5 и v_4, v_5 – вниз.

Определить в момент времени t_1=2 с указанные в таблице скорости (v - линейные, ω– угловые) и ускорения (a – линейные, ε - угловые) соответствующих точек или тел (скорость v_5 – скорость груза 5 и т.д.).

Указания. Задача К2 на исследование вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси. При решении задачи необходимо учесть, что, когда два колеса находятся в зацеплении, скорость точки зацепления каждого колеса одна и та же, а когда два колеса связаны ременной передачей, то скорости всех точек ремня и, следовательно, точек, лежащих на ободе каждого из этих колес в данный момент времени численно одинаковы; при этом считается, что ремень по ободу колеса не скользит.

Таблица К2

Номер условия варианта	Дано Закон движения	Найти	
		скорости	ускорения
0	$S_4=4(7t-t^2)$	V_B, V_c	ε_2, a_A, a_5
1	$v_5=2(t^2-3)$	V_A, V_c	ε_3, a_B, a_4
2	$\varphi_1=2t^2-9$	v_4, ω_2	ε_2, a_c, a_5
3	$\omega_2=7t-3t^2$	v_5, ω_3	ε_2, a_A, a_4
4	$\varphi_3=3t-t^2$	v_4, ω_1	ε_1, a_B, a_5
5	$\omega_1=5t-2t^2$	v_5, v_B	ε_2, a_6, a_4
6	$\varphi_2=2(t^2-3t)$	v_4, ω_1	ε_1, a_c, a_5
7	$v_4=3t^2-8$	V_A, ω_3	ε_3, a_B, a_5
8	$S_5=2t^2-5t$	v_4, ω_2	ε_1, a_c, a_4
9	$\omega_3=8t-3t^2$	v_5, v_B	ε_2, a_A, a_4

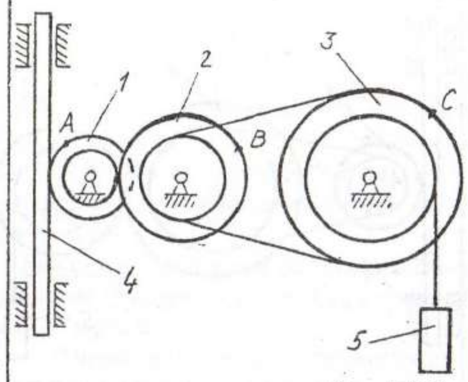


Рис.К2.0

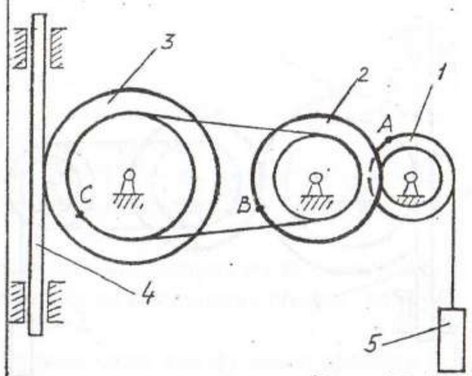


Рис. К2.1

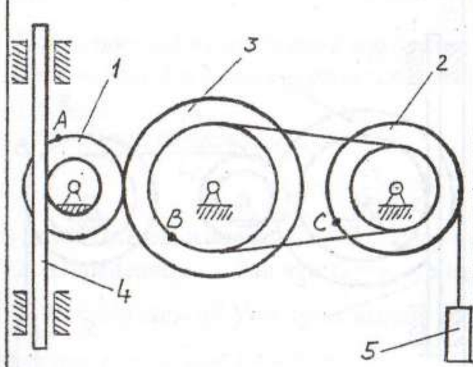


Рис.К2.2

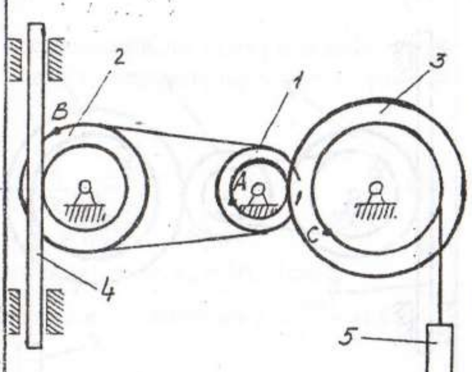


Рис.К2.3

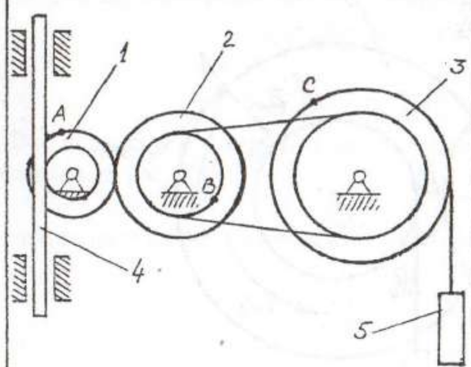


Рис.К2.4

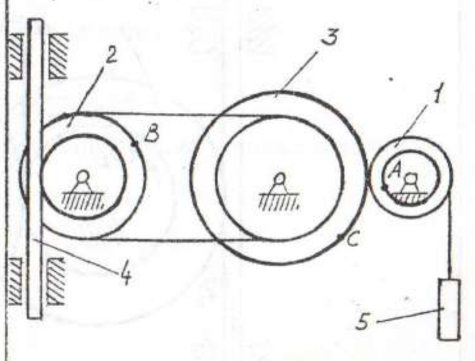


Рис.К2.5

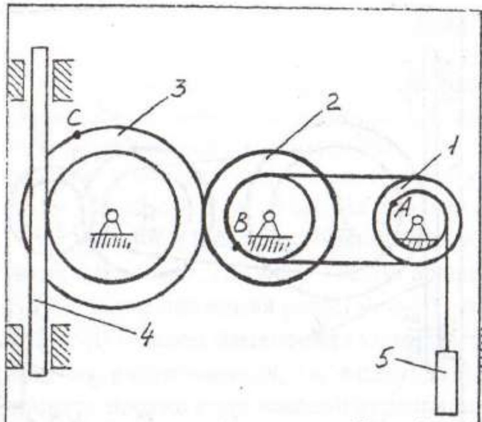


Рис. К2.6

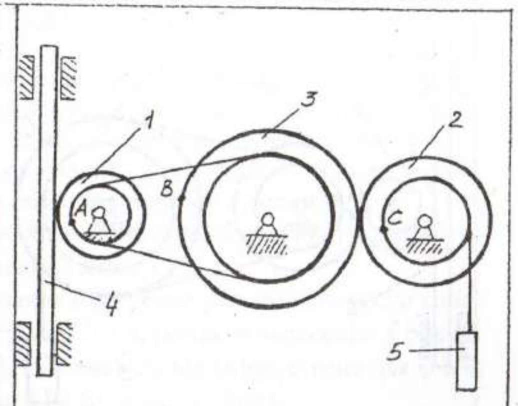


Рис. К2.7

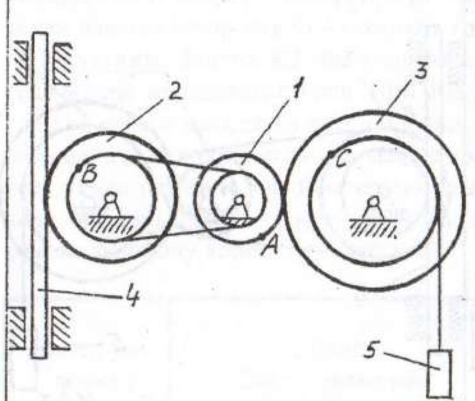


Рис. К2.8

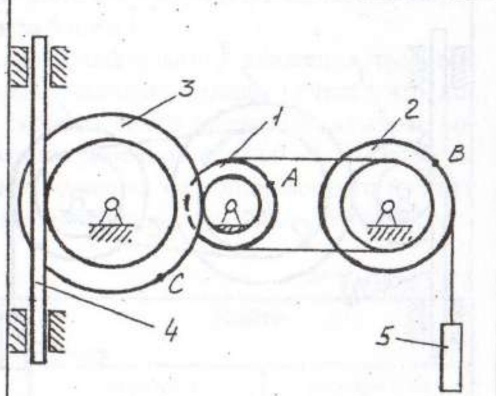


Рис. К2.9

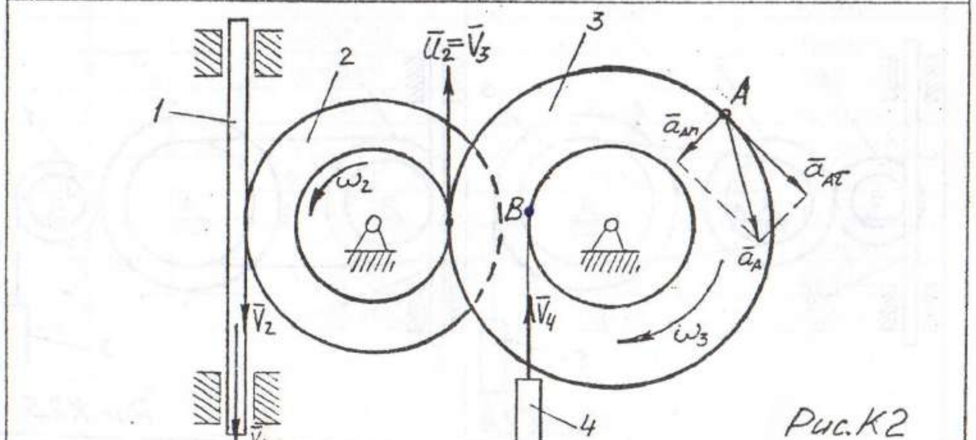


Рис. К2

Пример задачи К2

Рейка 1, ступенчатое колесо 2 с радиусом R_2 и r_2 и колесо 3 радиуса R_3, скрепленное с валом радиуса r_3, находится в зацеплении. На вал намотана нить с грузом 4 на конце (рис. К2). Рейка движется по закону $S_1 = f(t)$.
Дано: $R_2 = 6$ см, $r_2 = 4$ см, $R_3 = 8$ см, $r_3 = 3$ см, $S_1 = 3t^3$ (S – в сантиметрах, t – в секундах), А – точка обода колеса 3, $t_1 = 3$ с. Определить: ω_3, v_4, ε_3, a_A в момент времени $t = t_1$.

Решение. Условимся обозначать скорости точек, лежащих на внешних ободах колес (радиуса R_i), через v_i, а точек, лежащих на внутренних ободах (радиуса r_i), - через u_i.

1. Определим сначала угловые скорости всех колес как функции времени t. Зная закон движения рейки 1, находим ее скорость

$$V_1 = \frac{dS_1}{dt} = 9t^2. \qquad (1)$$

Поскольку рейка и колесо 2 находятся в зацеплении, то $v_2 = v_1$ или $\omega_2 R_2 = v_1$. Однако колеса 2 и 3 тоже находятся в зацеплении, следовательно, $u_2 = v_3$ т.е. $\omega_2 r_2 = \omega_3 R_3$.
Из этих равенств находим:

$$\omega_2 = \frac{v_1}{R_2} = \frac{3}{2}t^2, \quad \omega_3 = \frac{r_2}{R_3}\omega_2 = \frac{3}{4}t^2 \qquad (2)$$

Тогда для момента времени t = 3 с получим $\omega_3 = 6{,}75$ с$^{-1}$.

2. Определяем v_4. Так как $v_4 = v_B = \omega_3 r_3$, то при $t_1 = 3$с $v_4 = 20{,}25$см/с.
3. Определяем ε_3. Учитывая второе из равенств (2), получим $\varepsilon_3 = \frac{d\omega_3}{dt} = 1{,}5\,t$.

Тогда при $t_1 = 3$с $\varepsilon_3 = 4{,}5$ с$^{-2}$.

4. Определяем ускорение точки А: $\bar{a}_A = \bar{a}_{A\tau} + \bar{a}_{An}$, где

$$a_A^{\tau} = R_3\varepsilon_3, \quad a_A^{n} = R_3\omega_3^2.$$

Тогда для момента времени $t_1 = 3$ с имеем:

$$a_A^{\tau} = 36 \text{ см/с}^2, \quad a_A^{n} = 364{,}5 \text{ см/с}^2;$$

$$a_A = \sqrt{a_{A\tau}^2 + a_{An}^2} = 366{,}3 \text{ см/с}^2.$$

Все скорости и ускорения точек , а также направления угловых скоростей показаны на рис. К2.

О т в е т : $\omega_3 = 6{,}75$ с$^{-1}$, $v_4 = 20{,}25$ см/с; $\varepsilon_3 = 4{,}5$ с$^{-2}$; $a_A = 366{,}3$ см/с^2.

Задача К3

Задача К3 на определение кинематических параметров точек и тел. Для заданной системы тел определить скорость и ускорение точки, указанной в таблице К3, для заданного момента времени t, если известен закон движения одного из тел системы.

Таблица К 3

№ условия	Закон движения тела	Точка	Время t, c
0	$x_1=2t^2$(м)	A	1
1	$\varphi_2=2\pi t^2$ (рад)	B	2
2	$x_1=10t^2+t$ (м)	C	4
3	$\varphi_2=5\pi t^2$ (рад)	A	1
4	$x_1=8t^2+5t$ (м)	B	2
5	$\varphi_2=10\pi t^2+2t$ (рад)	C	4
6	$x_1=2\pi t^2+2t$ (м)	A	1
7	$\varphi_2=\sin\frac{\pi}{6}t$ (рад)	B	2
8	$x_1=6t^2+3t$ (м)	C	4
9	$\varphi_2=\cos\frac{\pi}{6}t$ (рад)	A	1

Указания.

Для решения задачи необходимо знать как определяются скорости и ускорения точек при плоско-параллельном движении (ППД) тела. Скорость любой точки М тела, совершающего ППД, равна:

$$V_M=\omega\cdot AP,$$

где ω – угловая скорость тела;

AP – расстояние от данной точки до мгновенного центра скоростей (МЦС) тела.

Ускорение любой точки М при ППД тела представляет собой векторную сумму

$$\bar{a}_M=\bar{a}_K+\bar{a}^{\tau}_{MK}+\bar{a}^{n}_{MK}.$$

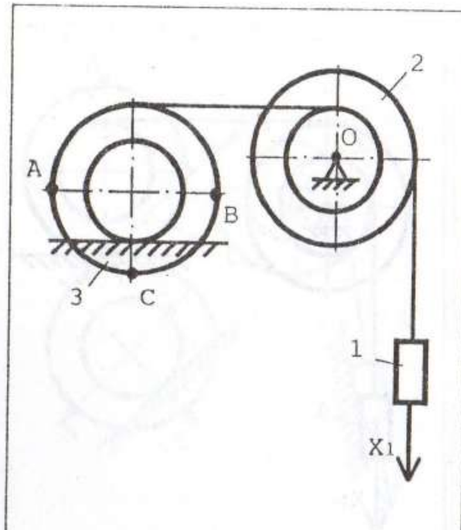
где a_K – ускорение полюса;

a^{τ}_{KM} – тангенциальное ускорение вращательного движения точки М относительно полюса;

a^{n}_{MK} – нормальное ускорение точки М относительно полюса.

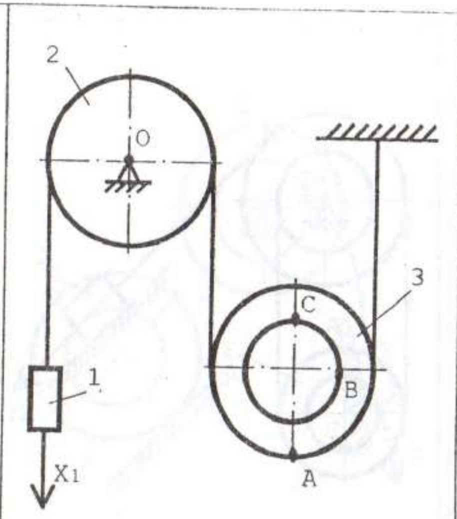
За полюс необходимо принимать ту точку тела, для которой известны соответствующие кинематические характеристики.

При определении скоростей точек тела, совершающего ППД можно пользоваться также теоремой о проекциях скоростей точек тела.



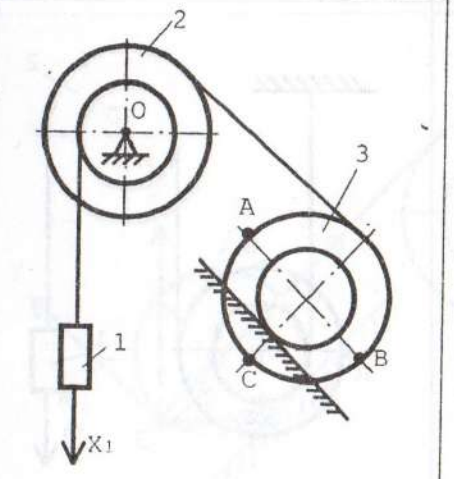
$R_2=R_3=2r_2=2r_3=2$м

Рис. К3.0



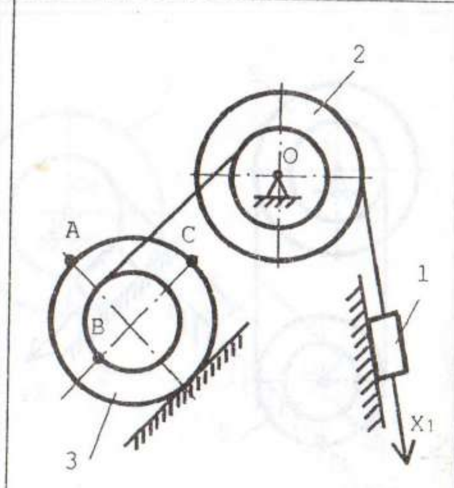
$R_2=R_3=2r_3=2$м

Рис. К3.1



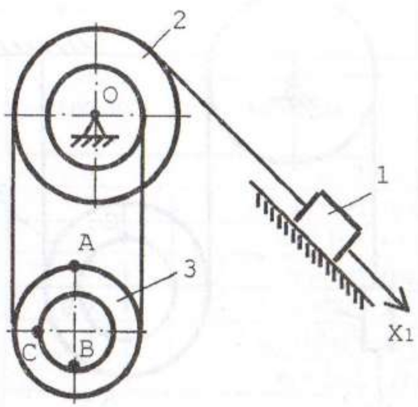
$R_2=R_3=2r_2=2r_3=2$м

Рис. К3.2



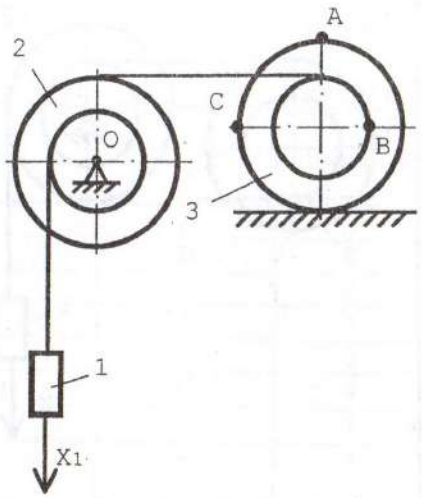
$R_2=R_3=2r_2=2r_3=2$м

Рис. К3.3



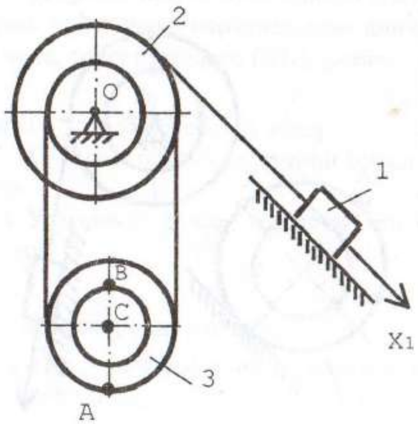
$R_2=2r_2=2$м $R_3=2r_3$

Рис. К3.4



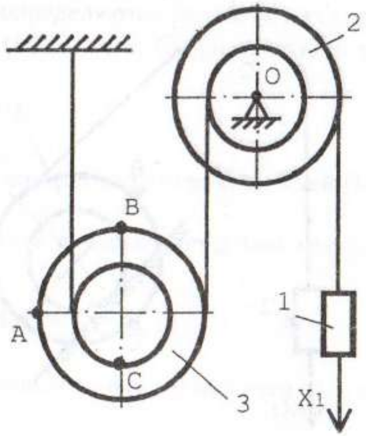
$R_2=R_3=2r_2=2r_3=2$м

Рис. К3.5



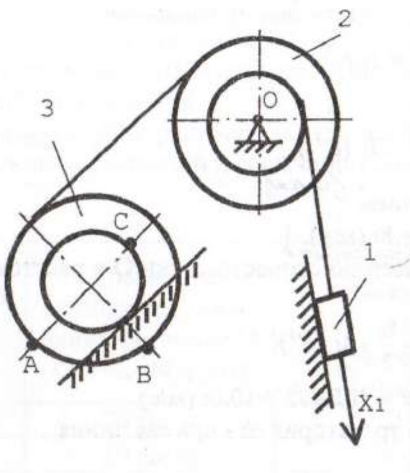
$R_2=2r_2=2$м $R_3=2r_3$

Рис. К3.6



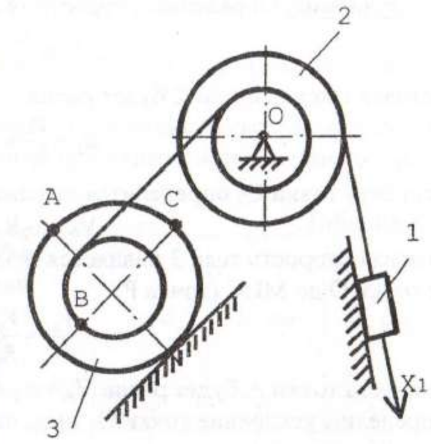
$R_2=R_3=2r_2=2r_3=2$м

Рис. К3.7



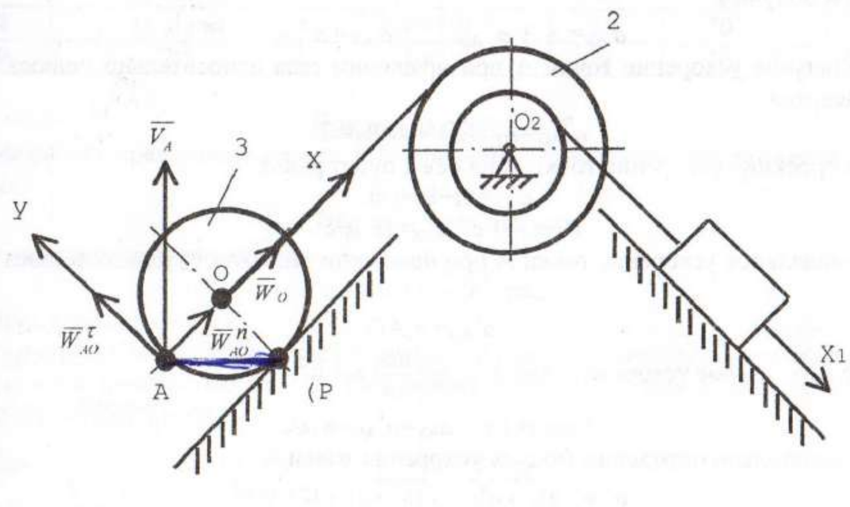
$R_2=R_3=2r_2=2r_3=2$м

Рис. К3.8



$R_2=R_3=2r_2=2r_3=2$м

Рис. К3.9



$\overline{V}_A$, $\overline{W}_O$, $\overline{W}^{\tau}_{AO}$, $\overline{W}^{n}_{AO}$

Рис. К 3

Пример задачи К3

Для заданной системы тел определить скорость и ускорение точки А (рис. К3) . Дано: $x_1=2t^2$, $R_2=2$ м, $r_2=1$ м; $R_3=2$ м, $t_1=1$ с.

Решение. Определим скорость тела 1 по его закону движения

$$V_1=\frac{dx_1}{dt}=4t \text{ (м/с)}.$$

Угловая скорость тела 2 будет равна:

$$\omega_2=\frac{V_1}{r_2}=\frac{4t}{1}=4t \text{ (с}^{-1}\text{)}.$$

Скорость точки O_3 определится выражением вираз

$$V_0=\omega_2 R_2=8t \text{ (м/с)}.$$

Угловая скорость тела 3 равняется отношению відношенню скорости точки О к расстоянию от точки О до МЦС (точка Р)

$$\omega_3=\frac{V_0}{OP}=\frac{V_0}{R_3}=\frac{8t}{2}=4t \text{ (с}^{-1}\text{)}.$$

Скорость точки А будет равна $V_A=\omega_3 \cdot AP=4t \cdot R_3\sqrt{2}=10{,}6t$ (м/с).

Определим ускорение точки О, зная, что траектория её - прямая линия

$$a_0=\frac{dV_0}{dt}=8 \text{ м/с}^2.$$

вигляд

Ускорение точки А (точка О принята за полюс) имеет вид:

$$a_A=\bar{a}_0+\bar{a}^{\tau}_{A0}+\bar{a}^{n}_{A0}.$$

Спроецируем данное векторное выражение на оси координат х и у соответственно и получим

$$a_{AX}=a_0+a^{n}_{A0}, \qquad a_{AY}=a^{\tau}_{AO}.$$

Нормальное ускорение точки А при вращении тела относительно полюса О определится

$$a^{n}_{AO}=\omega_3^2 \cdot AO=4t \cdot R_3=8t.$$

Тогда проекция ускорения точки А на ось х будет равна

$$a_{AX}=8t+8t=16t.$$

$$\text{При } t=1 \text{ с} \quad a_{AX}=16 \text{ м/с}^2.$$

Тангенциальное ускорение точки А при вращении тела относительно полюса О равно:

$$a^{\tau}_{AO}=\varepsilon_3 AO,$$

где ε_3 – угловое ускорение тела 3. $\varepsilon_3=\frac{d\omega_3}{dt}=4$ $с^{-2}$.

$$\text{При } t=1 \text{ с} \quad a_{AY}=a^{\tau}_{AO}=8 \text{ м/с}^2.$$

Окончательно определим модуль ускорения точки А

$$a_A=\sqrt{a_{AX}^2+a_{AY}^2}=\sqrt{16^2+8^2}=17{,}9 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $V_A=10{,}6$ м/с; $a_A=17{,}9$ м/с^2.

Задача К4

Задача К4 на сложное движение точки. Точка М движется относительно тела D. По заданным уравнениям относительного движения точки М и движения тела D определить для момента времени $t=t_1$ абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки М.

Схемы вариантов представлены на рис. К.4.0…К.4.9., а исходные данные сведены в табл. К.4.

Указания. Для решения задачи необходимо воспользоваться теоремами о сложении скоростей и сложении ускорений при сложном движении точки.

Таблица К4

номер условия	Уравнение относительного движения точки М $OM=S_r=S(t)$ (см)	Уравнение движения тела $\varphi_e=\varphi(t)$ (рад)	t_1, с	R, см	*a*, см
0	$20 \sin \pi t$	$2t^3$	2	20	10
1	$10 \sin \pi t$	$2t^3-t^2$	1	10	70
2	$20 \cos 2\pi t$	$2t+t^2$	3	30	50
3	$120 \pi t^2$	$2t^2-t$	4	40	20
4	$6t+3t^2$	$5t^2+10t$	5	15	30
5	$5t^2$	$10t^3+t$	7	30	15
6	$10t+2t^2$	$20t^3$	6	20	40
7	$30 \cos \pi t$	$2t^3+t^2$	8	50	30
8	$15 \sin \pi t$	$10t^2+10t$	10	70	10
9	$2t^2$	$10t^2$	9	10	20

Пример задачи К4

Механизм представлен на рис. К.4. Уравнение относительного движения точки:

$$S_r=OM=16-8\cos 3\pi t \text{ см};$$

Уравнение движения тела:

$$\varphi_e=0{,}9t^2-9t^3 \text{ рад};$$

Время задано $t_1=2/9$ с

площина

Решение. Считаем,что в заданный момент времени плоскость чертежа совпадает с плоскостью тела D. Положение точки М на теле D определяется відстанню расстоянием $S_r=OM$.

При $t=t_1=2/9$ с. $S_r=16-8\cos(3\pi \cdot \frac{2}{9})=20{,}0$ см.

Абсолютную скорость точки М определим как векторную сумму относительной и переносной скоростей:

$$\bar{V}_a=\bar{V}_r+\bar{V}_e$$

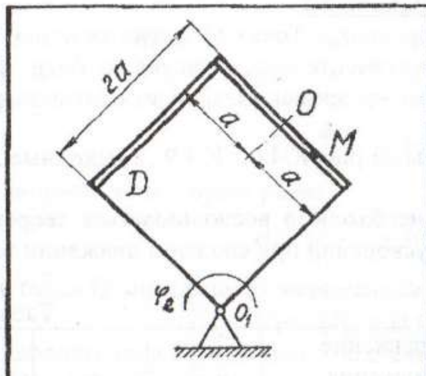


Рис. К4.0

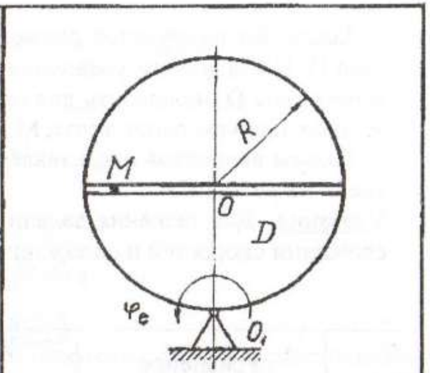


Рис. К4.1

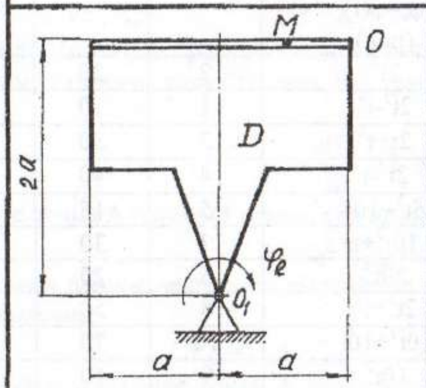


Рис. К4.2

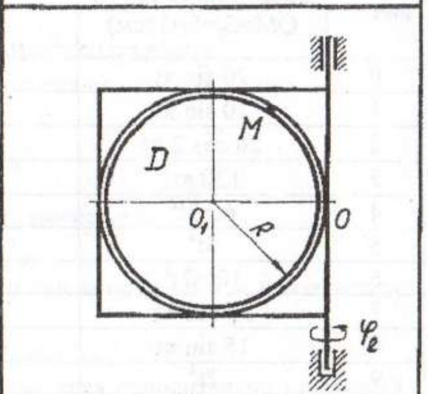


Рис. К4.3

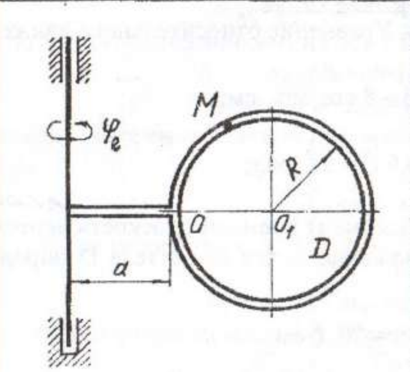


Рис. К4.4

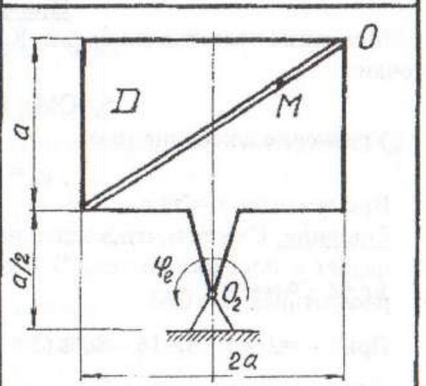


Рис. К4.5

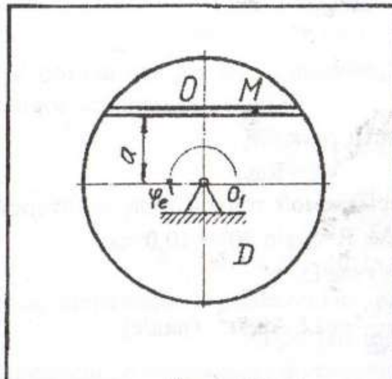


Рис. К4.6

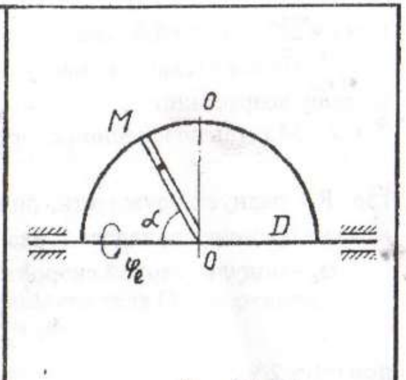


Рис. К4.7

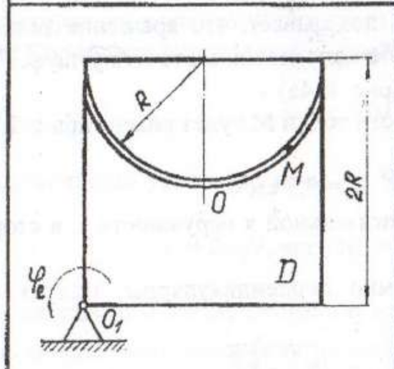


Рис. К4.8

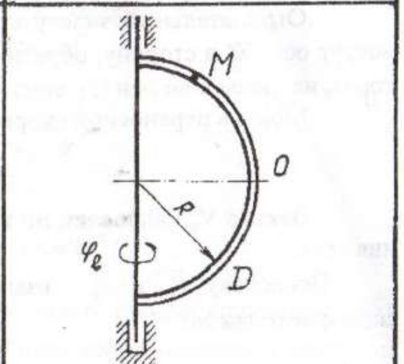


Рис. К4.9

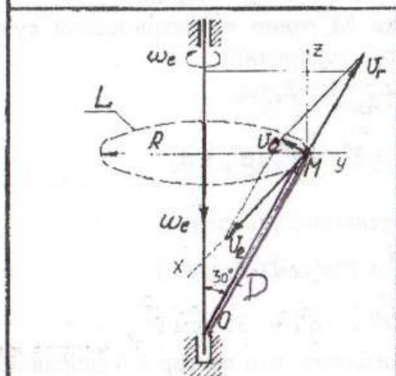


Рис. К4.а

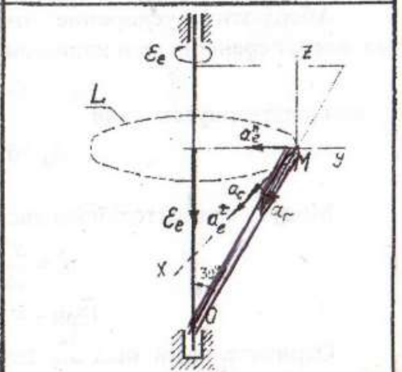


Рис. К4.б

Модуль относительной скорости

$$V_r = \frac{dS_r}{dt} = 24\pi \sin 3\pi t \text{ (см/с)}$$

при t = 2/9 с, V_r = 65,2 см/с.

sin Положительный знак у V_r указывает на то, что вектор $\bar{V}_r$ направлен в сторону возрастания S_r.

Модуль переносной скорости точки М

$$V_e = R\omega_e,$$

где R - радиус окружности, описываемой точкой тела, с которой в заданный момент времени совпадает точка М, $R = S_r \sin 30^0 = 10{,}0$ см;

ω_e - модуль угловой скорости тела D.

$$\omega_e = \frac{d\varphi_e}{dt} = 1{,}8 - 2{,}7t^2 \text{ (рад/с)}$$

при $t = t_1$ = 2/9 с.

$$\omega_e = -0{,}93 \text{ рад/с}$$

Отрицательный знак у ω_e показывает, что вращение тела происходит вокруг оси OZ в сторону, обратную направлению отсчета угла φ. Поэтому вектор ω_e направлен по оси O_Z вниз (рис. К.4а).

Модуль переносной скорости точки М будет равен (при t=2/9 с).

$$V_e = 9{,}3 \text{ см/с.}$$

Вектор V_e направлен по касательной к окружности L в сторону вращения тела.

Поскольку $\bar{V}_e$ и $\bar{V}_r$ взаимно перпендикулярны, модуль абсолютной скорости точки М:

$$V_a = \sqrt{V_r^2 + V_e^2}$$

или при t=2/9 с V_a = 65,9 см/с

Абсолютное ускорение точки М равно геометрической сумме относительного, переносного и кориолисова ускорений:

$$\bar{a}_a = \bar{a}_r + \bar{a}_e + \bar{a}_c$$

или в развернутом виде

$$\bar{a}_a = \bar{a}^\tau_r + \bar{a}^n_r + \bar{a}^\tau_e + \bar{a}^n_e + \bar{a}_c.$$

Модуль относительного касательного ускорения

$$a_r^\tau = \frac{d^2S}{dt^2} = 72\pi^2 \cos(3\pi t) \text{(см/с}^2\text{)}$$

При t = 2/9 с $a^\tau_r = -355$ см/с^2.

Отрицательный знак a^τ_r показывает, что вектор $\bar{a}^\tau_r$ направлен в сторону отрицательных значений S_r. Знаки V_r и a_r^τ противоположны, т.е. относительное движение т.М замедленное (рис.К4в).

Относительное нормальное ускорение $a_r^n = \frac{V_r^2}{\rho} = 0$

т.к. траектория относительного движения прямая, то $\rho = \infty$.

Модуль переносного тангенциального ускорения точки М:

$$a_e^\tau = R\varepsilon_e,$$

где ε_e - угловое ускорение тела D.

$$\varepsilon_e = \frac{d^2\varphi_e}{dt^2} = 1{,}8 - 54t \text{ (с}^{-2}\text{).}$$

При $t = t_1$ = 2/9 с

$$\varepsilon_e = -10{,}2 \text{ (с}^{-2}\text{)}$$

Знаки ε_e и ω_e одинаковы, следовательно, вращение тела D ускоренное.

$$a^\tau_e = 102 \text{ см/с}^2.$$

Модуль переносного нормального ускорения

$$a^n_e = R\omega^2_e = 9 \text{ см/с}^2.$$

Вектор $\bar{\omega}_e$ направлен к центру окружности L (рис.К4б).

Ускорение Кориолиса определяется выражением:

$$\bar{a}_c = 2\bar{\omega}_e \times \bar{V}_r$$

Модуль кориолисова ускорения при t = 2/9 с:

$$a_c = 2\omega_e V_r \cdot \sin 150^0 = 61 \text{ см/с}^2.$$

Вектор $\bar{a}_c$ направляем согласно правилу векторного произведения (рис.К4б).

Модуль абсолютного ускорения точки М определим, проецируя вектор $\bar{a}_a$ на координатные оси:

$$a_z = -a_r \cos 30^0; \quad a_y = -a^n_e - a_r \cos 60^0; \quad a_x = a^\tau_e + a_c.$$

Тогда

$$a_a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = 395 \text{ см/с}^2$$

Ответ: V_a=65,9 см/с; a_a=395 см/с^2.

Укладачі:
Кірнос Володимир Дмитрович
Матисіна Наталія Валентинівна
Шуляк Ігор Андрійович

Методичні вказівки до виконання домашніх завдань з розділу "Кінематика" дисципліни "Теоретична механіка" для студентів заочної форми навчання

Редакційно-видавничий комплекс
Редактор Ю.В. Рачковська

Підписано до друку 24.09.02. Формат 30x42/4.
Папір Captain. Ризографія. Умовн. друк. арк. 1,1.
Обліково-видавн. арк. 1,1. Тираж 200 прим. Зам.№ 7.

НГУ
49027, м. Дніпропетровськ- 27, просп. К. Маркса, 19.