ВВЕДЕНИЕ

Сопротивление материалов — наука о прочности, жесткости и устойчивости отдельных элементов конструкций (сооружений и машин)

Инженеру любой специальности часто приходится производить расчеты на прочность. Неправильный расчет самой незначительной на первый взгляд детали может повлечь за собой очень тяжелые последствия — привести к разрушению конструкции в целом. При проведении расчетов на прочность необходимо стремиться к сочетанию надежности работы конструкции с ее дешевизной, добиваться наибольшей прочности при наименьшем расходе материала.

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Сопротивление материалов — одна из сложных дисциплин, изучаемых в высших технических учебных заведениях; занятия по этому курсу должны обязательно сопровождаться составлением конспекта и решением задач. Если при решении задач возникнут затруднения, следует воспользоваться имеющимися в задачниках указаниями и решениями, но совершенно необходимо научиться решать задачи самостоятельно Следует также научиться делать выводы формул. При этом необходимо обращать особое внимание на физическую сущность явления и на те допущения и ограничения, которые делаются в процессе выводов.

Д И Менделеев в предисловии к первому изданию «Основ химии» писал *«Знание выводов без сведения о способах их достижения может легко привести к заблуждению не только в философской, но и практической стороне наук, потому что тогда неизбежно необходимо придавать абсолютное значение тому, что нередко относительно и временно»*

Необходимо хорошо разбираться в тех чертежах, которыми сопровождаются выводы формул. Выдающийся русский ученый, отец русской авиации Н. Е Жуковский писал: *«Раз усвоенные геометрические образы, рисующие картину рассматриваемого явления, надолго западают в голову и живут в воображении изучающего»*.

После изучения каждой темы надо обязательно ответить на вопросы для самопроверки, это способствует лучшему усвоению пройденного материала До сдачи зачета необходимо выполнить контрольные работы и пройти лабораторный практикум. Перед каждым лабораторным занятием преподаватели дают необходимые пояснения; помимо этого студентам рекомендуется пользоваться книгой Н. М. Беляева «Лабораторные работы по сопротивлению материалов». В лаборатории студент обязан детально ознакомиться с образцами, испытательными машинами, измерительными приборами, при проведении опыта сделать дении.

Настоящие методические указания по основным темам программы курса сопротивления материалов составлены применительно к учебникам А. В. Даркова, Г. С. Шпиро и В. И. Феодосьева, а также к сборнику задач по сопротивлению материалов под ред. В. К. Качурина. Кафедрами институтов могут быть заменены отдельные задачи в контрольных работах (в зависимости от профиля специальности); может быть также установлено деление курса на две части.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. *Дарков А. В., Шпиро Г. С.* Сопротивление материалов. М., 1975 (а также издание 1969 г.).

2. *Феодосьев В. И.* Сопротивление материалов. М., 1979 (а также предыдущие издания).

3. *Сборник* задач по сопротивлению материалов / Под ред. *Качурина В. К.* М., 1972.

Дополнительная

4. Сопротивление материалов / *Филоненко-Бородич М. М., Изюмов С. М., Олисов Б. А.* и др. М., 1955, 1956. — Ч. 1 и 2.

5. *Работнов Ю. Н.* Механика деформируемого твердого тела. М., 1979.

6. Сборник задач по сопротивлению материалов / *Уманский А. А., Афанасьев А. М., Вольмир А. С.* и др. М., 1973.

7. *Феодосьев В. И.* Избранные задачи и вопросы по сопротивлению материалов. М., 1973.

8. *Беляев Н. М.* Лабораторные работы по сопротивлению материалов. М., 1956.

9. Расчеты на прочность в машиностроении / *Пономарев С. Д., Бидерман В. Л., Макушин В. М.* и др. М., 1956, т. 1 (а также издания 1958 и 1959, соответственно т. 2, 3).

10. *Серенсен С. В., Шнейдерович Р. М., Когаев В. П.* Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность. М., 1975.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ТЕМАМ КУРСА

Тема 1. Основные понятия

Литература: [1, гл. 1], [2, Введение].

В этой теме даны основные понятия, которые необходимо хорошо усвоить. Особое внимание надо обратить на понятия деформаций и напряжений. Для определения напряжений пользуются методом сечений. Сущность его заключается в том, что твердое тело, находящееся в равновесии, разрезают (мысленно) на две части, отбрасывают одну из частей, заменяют влияние отброшенной части внутренними силами и составляют уравнения равновесия для оставшейся части, на которую действуют приложенные к ней внешние и внутренние силы, распределенные по сделанному сечению.

Вопросы для самопроверки. **1.** Какие деформации называются упругими? остаточными (пластическими)? **2.** Что называется напряжением в точке в данном сечении? **3.** Какое напряжение называется нормальным? **4.** Какое напряжение называется касательным? **5.** В чем сущность метода сечений?

Тема 2. Растяжение и сжатие

Литература: [1, гл. 2]; [2, гл. 1]; [3, гл. 1, задачи 1, 3, 16, 19, 20, 26, 30, 37, 38, 55, 59, 66, 80, 84, 88, 93, 102, 118].

В этой теме рассмотрены простые случаи воздействия сил на стержень и содержится ряд вопросов (механические свойства материалов, выбор допускаемых напряжений, статически неопределимые задачи), встречающихся в других разделах курса.

Необходимо обратить внимание на то, что механические характеристики материала (предел пропорциональности, предел упругости, предел текучести, предел прочности) находят путем деления соответствующей нагрузки на первоначальную площадь поперечного сечения. В связи с этим получают условные напряжения, а не истинные; для вычисления последних надо делить нагрузки на действительную площадь поперечного сечения, которая изменяется при опыте. Зная истинные напряжения, можно построить так называемую истинную диаграмму растяжения, которая точнее характеризует свойства материала, чем условная диаграмма. Пользуясь формулами, основанными на законе Гука, надо всегда помнить, что этот закон справедлив только до предела пропорциональности. Нельзя, например, напряжение для мягкой стали при $\varepsilon = 0{,}1$ вычислять по формуле $\sigma = E\varepsilon$, так как тогда получается, что $\sigma = 2 \cdot 10^5 \cdot 0{,}1 = 20000$ МПа, в то время как при 400 МПа материал уже разрушается.

При решении статически неопределимых задач надо обратить внимание на то, что усилия в стержнях статически неопределимой системы зависят от площадей поперечных сечений F и от модулей упругости E, тогда как в статически определимой системе величины F и E не влияют на распределение усилий.

Способ расчета по допускаемым нагрузкам для статически определимых систем дает такие же результаты, как и способ расчета по допускаемым напряжениям, но для статически неопределимых систем он позволяет вскрыть дополнительные резервы прочности, повысить несущую способность конструкции и указывает на возможность более экономного расходования материала.

Следует обратить внимание на весьма важные понятия: предел прочности, допускаемое напряжение и коэффициент запаса прочности.

После изучения второй темы можно решать задачи 1—3, включенные в контрольные работы.

Вопросы для самопроверки. **1.** Как строится диаграмма растяжения? **2.** Что называется пределом пропорциональности? **3.** Что называется пределом упругости, пределом текучести, пределом прочности? **4.** Как формулируется закон Гука? **5.** Что называется модулем упругости? **6.** Что называется коэффициентом поперечной деформации? **7.** Как найти работу растягивающей силы по диаграмме растяжения? **8.** Что называется удельной работой деформации? **9.** Что называется истинным пределом прочности? **10.** В чем заключается разница между пластичными и хрупкими материалами? **11.** В каких местах возникает концентрация напряжений? **12.** Какие задачи называются статически неопределимыми? **13.** Каков общий порядок решения статически неопределимых задач? **14.** Как находят напряжения при изменении температуры? **15.** Как находят удлинение стержня, растягиваемого собственным весом? **16.** От каких факторов зависит коэффициент запаса прочности? **17.** Как формулируется условие прочности?

Тема 3. Сдвиг

Литература: [1, гл. 4]; [2, гл. 2, § 20]; [3, гл. 3, задачи 2, 7, 21, 24, 27, 32].

Касательные напряжения на двух взаимно перпендикулярных площадках равны между собой. Этот важный закон называется законом парности касательных напряжений. При изучении деформаций надо обратить внимание на то, что одна из диагоналей выделенного элемента, по граням которого действуют касательные напряжения, удлиняется, а другая укорачивается; таким образом, явления растяжения-сжатия и сдвига нельзя рассматривать изолированно друг от друга. Формулу закона Гука при сдвиге ($\tau = G\gamma$) легко запомнить ввиду полной аналогии ее с формулой закона Гука при растяжении-сжатии: $\sigma = E\varepsilon$. Необходимо внимательно изучить вопрос о выборе допускаемых напряжений при сдвиге.

Следует обратить внимание на то, что расчеты заклепок, сварных соединений и врубок являются условными и что явление «среза» всегда осложнено наличием других напряжений, которыми для упрощения расчетов обычно пренебрегают. Надо уметь показывать на чертежах площадки, на которых возникают напряжения среза, смятия, скалывания.

Вопросы для самопроверки. **1.** Что называется абсолютным и относительным сдвигом? **2.** Как формулируется закон Гука при сдвиге? **3.** Какой модуль упругости больше: E или G? **4.** Как находится условная площадь смятия заклепки? **5.** По какому сечению в заклепочном соединении проводится проверка листов на разрыв? **6.** Как рассчитывают стыковые, торцевые и фланговые швы?

Тема 4. Кручение

Литература: [1, гл. 6]; [2, гл. 2]; [3, гл. 4, задачи 1, 9, 14, 18, 24, 32, 35, 38, 48, 60, 63].

В случае центрального растяжения-сжатия нормальные напряжения распределяются в поперечном сечении стержня равномерно. При расчете на срез обычно считают, что касательные напряжения также распределяются равномерно. В случае кручения круглого стержня касательные напряжения в поперечном сечении распределяются неравномерно, изменяясь по линейному закону — от нуля на оси до максимального значения у поверхности стержня. В связи с этим и возникла мысль о замене сплошного вала полым, материал сечения которого находится в более напряженной зоне и используется рациональнее.

Следует внимательно разобрать построение эпюры крутящих моментов $M_к$, которая наглядно показывает изменение крутящего момента по длине вала. При вычислении напряжений в каком-либо поперечном сечении вала необходимо брать по эпюре $M_к$ значение соответствующей ординаты.

Надо обратить внимание на то, как используется закон парности касательных напряжений для установления направления τ в точках контура прямоугольного поперечного сечения стержня. Наибольшие напряжения в таком сечении возникают в точках контура, ближе всего расположенных к оси кручения.

После изучения этой темы можно решать задачи 5 и 6, включенные в контрольные работы.

Вопросы для самопроверки. **1.** Какие напряжения возникают в поперечном сечении круглого стержня при кручении? **2.** Как находят их величину в произвольной точке поперечного сечения? **3.** Возникают ли при кручении нормальные напряжения? **4.** Чему равен полярный момент инерции круглого сечения? **5.** Что называется моментом сопротивления при кручении? **6.** Чему равен момент сопротивления кольцевого сечения? Почему нельзя сказать, что он равен разности моментов сопротивления наружного и внутреннего кругов? **7.** Как вычисляют момент, передаваемый шкивом, по мощности и числу оборотов? **8.** Как находят угол закручивания? **9.** Как производят расчет вала на прочность? на жесткость? **10.** Как находят максимальные напряжения при кручении стержня прямоугольного сечения? **11.** Как вычисляют напряжения в пружинах? **12.** Как определяют деформации пружин?

Тема 5. Геометрические характеристики плоских сечений

Литература: [1, гл. 5]; [2, гл. 3]; [3, гл. 5, задачи 1, 4, 5, 8, 9, 11, 13, 20, 25].

В теории изгиба важную роль играют моменты инерции, поэтому следует рассмотреть этот вопрос предварительно в виде самостоятельной темы. Перед изучением этой темы полезно по учебнику теоретической механики повторить материал о статическом моменте и о нахождении центров тяжести плоских фигур. При вычислении моментов инерции надо помнить, что они представляют собой интегралы или типа $\int\limits_F z^2 dF$ (осевой, или экваториальный, момент инерции относительно оси y) или типа $\int\limits_F zy dF$ (центробежный момент инерции относительно осей z и y).

Необходимо запомнить, что теорема о переносе осей ($I_{y_1}=I_y+a^2F$) справедлива только в том случае, если ось y проходит через центр тяжести фигуры. Если, например, известен момент инерции треугольника относительно оси, проходящей через основание, то нельзя при помощи теоремы о переносе осей сразу найти момент инерции треугольника относительно оси, проходящей через вершину параллельно основанию; сначала необходимо при помощи этой теоремы найти момент инерции относительно центральной оси, а затем определить момент инерции относительно оси, проходящей через вершину. Формула переноса осей наглядно показывает, что наименьшим из моментов инерции относительно нескольких параллельных осей является момент инерции относительно той оси, которая проходит через центр тяжести.

Наименьшим из моментов инерции относительно центральных осей, наклоненных под разными углами, является момент инерции относительно одной из главных центральных осей. Относительно другой главной оси, перпендикулярной к первой, момент инерции имеет, наоборот, наибольшее значение. Центробежный момент инерции относительно главных осей равен нулю; при этом совсем не обязательно, чтобы главные оси проходили через центр тяжести, так как через любую точку, лежащую в плоскости фигуры, можно провести такие две взаимно перпендикулярные оси, относительно которых центробежный момент инерции будет равен нулю. В теории изгиба весьма важную роль играют главные центральные оси, положение которых для несимметричных сечений определяют так:

1) сначала проводят случайные оси, вычисляют статические моменты сечения относительно этих осей (разделив предварительно сложную фигуру на ряд простых фигур) и находят положение центра тяжести сечения;

2) проводят через центр тяжести всего сечения оси, параллельные первоначально выбранным случайным осям, и находят при помощи теоремы о переносе осей центробежный и осевые моменты инерции сечения относительно этих новых осей;

3) находят положение главных центральных осей u и v по формуле

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2I_{yz}}{(I_y - I_z)},$$

4) находят главные центральные моменты инерции.

Для проверки правильности вычислений I_u и I_v можно использовать равенства: $I_u + I_v = I_y + I_z$ и $I_{uv} = 0$.

Следует иметь в виду, что при помощи этих равенств можно проверить вычисления только по п.п. 3 и 4; соблюдение этих равенств не гарантирует правильности вычислений, сделанных в п.п. 1 и 2.

Если сечение состоит из ряда прокатных профилей, то необходимо при вычислениях пользоваться данными таблиц сортамента. При определении центробежного момента инерции уголка (равнобокого или неравнобокого) не следует делить площадь этого уголка на два прямоугольника; сначала можно найти центробежный момент инерции всего уголка относительно осей, проходящих через центр тяжести параллельно полкам, при помощи формулы, в которой использованы обозначения таблиц сортамента:

$$I_{xy} = \frac{I_{x_0} - I_{y_0}}{2} \sin 2\alpha,$$

где I_{x_0} и I_{y_0} — главные центральные моменты инерции, значения которых даны в таблицах сортамента; после этого надо применить формулу переноса осей и найти центробежный момент инерции уголка относительно центральных осей всего сечения.

При пользовании формулой поворота осей надо обязательно обратить внимание на знак угла α: если для совмещения оси x_0 с осью x надо повернуть ось x_0 по часовой стрелке, то угол α следует считать отрицательным.

После изучения этой темы можно решать задачу 7, включенную в контрольные работы.

Вопросы для самопроверки. **1.** По каким формулам находят координаты центра тяжести плоской фигуры? **2.** Чему равна сумма осевых моментов инерции относительно двух взаимно перпендикулярных осей? **3.** Какие оси называются главными? **4.** Для каких фигур можно без вычислений установить положение главных центральных осей? **5.** Относительно каких центральных осей осевые моменты инерции имеют наибольшее и наименьшее значения? **6.** Какой из двух моментов инерции треугольника больше: относительно оси, проходящий через основание, или относительно оси, проходящей через вершину параллельно основанию? **7.** Какой из двух моментов инерции квадратного сечения больше: относительно центральной оси, проходящей параллельно сторонам, или относительно оси, проходящей через диагональ? **8.** Какой из двух главных центральных моментов инерции полукруглого сечения больше: относительно оси, параллельной диаметру, ограничивающему сечение, или относительно перпендикулярной оси?

Тема 6. Теория напряженного состояния и теории прочности

Литература: [1, гл. 3 и 8]; [2, гл. 7 и 8]; [3, гл. 2, задачи 1, 7, 11, 16, 28, 35, 36].

Главные напряжения играют весьма важную роль при решении вопроса о прочности материала; одно из этих напряжений является наибольшим, а другое — наименьшим из всех нормальных напряжений для данной точки.

Надо обратить внимание на полную аналогию между формулами для напряжений в наклонных площадках и формулами для моментов инерции относительно осей, наклоненных к главным. В этих формулах главным напряжениям соответствуют главные моменты инерции; напряжениям в площадках, наклоненных к главным под углом α, соответствуют моменты инерции относительно осей, наклоненных к главным под углом β; касательным напряжениям соответствует центробежный момент инерции. Аналогию легко продолжить дальше:

Касательные напряжения на главных площадках равны нулю	Центробежный момент инерции относительно главных осей равен нулю
Одно из главных напряжений является максимальным, другое — минимальным	Один из главных моментов инерции является максимальным, другой — минимальным
Угол наклона главных площадок находят по формуле $$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2\tau}{\sigma_y - \sigma_x}$$	Угол наклона главных осей находят по формуле $$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2I_{yz}}{I_y - I_z}.$$

При линейном напряженном состоянии вопрос о прочности материала решается легко: надо определить опасное напряжение σ_0 из опыта на простое растяжение (или сжатие), назначить коэффициент запаса и сравнить главное напряжение σ с допускаемым напряжением: $\sigma \leqslant [\sigma] = \sigma_0/k$.

В случае плоского или объемного напряженного состояния задача значительно осложняется, так как неизвестно, при какой комбинации числовых значений главных напряжений наступает опасное состояние материала. Необходимо, следовательно, найти напряжение, зависящее от главных напряжений, при котором возникает опасность разрушения, и затем числовое его значение сравнить с допускаемым напряжением, установленным из опыта на простое растяжение (или сжатие). В зависимости от того, какой фактор по данной теории прочности считается разрешающим и создающим опасное состояние материала, получим различные расчетные формулы.

После изучения этой темы можно решать задачу 4, включенную в контрольные работы.

Вопросы для самопроверки. 1. Какие имеются виды напряженного состояния материала? 2. В чем заключается закон парности касательных напряжений? **3.** Чему равна сумма нормальных напряжений по двум взаимно перпендикулярным площадкам? **4.** По каким площадкам возникают наибольшее и наименьшее нормальные напряжения? **5.** Как производится графическое построение для определения напряжений в наклонных площадках в случае плоского напряженного состояния? **6.** Как при помощи этого построения находят главные напряжения? **7.** Чему равно наибольшее касательное напряжение в случае плоского напряженного состояния? **8.** Как находят максимальные касательные напряжения в случае объемного напряженного состояния? **9.** Как находят деформации при плоском и объемном напряженном состояниях? **10.** Как формулируется первая теория прочности? **11.** Как находят расчетное напряжение по второй теории прочности? **12.** Зависит ли расчетное напряжение, найденное по третьей теории прочности, от величины σ_2? **13.** Чему равна удельная работа деформации при объемном напряженном состоянии? **14.** Какая часть потенциальной энергии деформации учитывается при составлении расчетного уравнения по четвертой теории прочности?

Тема 7. Изгиб прямых брусьев

Литература: [1, гл. 7]; [2, гл. 4, § 28—32; гл. 5]; [3, гл. 6, задачи 1, 2, 5, 16, 20, 23, 31, 39, 42, 44, 47, 57, 67, 78, 87; гл. 7, задачи 1, 3, 5, 6, 7, 11, 17, 19, 28, 40, 58, 59, 70; гл. 8, задачи 1, 23, 24; гл. 9, задачи 4, 6, 9].

Эта тема является самой большой и самой сложной темой курса сопротивления материалов; ее следует изучать постепенно, обращая особое внимание на решение задач. Сначала надо усвоить весьма важные понятия изгибающего момента M и поперечной силы Q и научиться свободно строить эпюры M и Q.

Необходимо помнить, что поперечная сила в данном сечении равна алгебраической сумме проекций сил, расположенных только по одну сторону от рассматриваемого сечения, на перпендикуляр к оси балки, а изгибающий момент в данном сечении равен алгебраической сумме моментов сил, расположенных только с одной стороны, относительно центральной оси поперечного сечения. В связи с этим рекомендуется — при вычислениях, например, изгибающего момента в сечении балки как момента левых сил — закрывать чем-либо (рукой, книгой, листом бумаги) часть балки, расположенную правее рассматриваемого сечения, чтобы открытыми оставались только одни левые силы. Следует при этом иметь в виду, что можно рассматривать как одни левые, так и одни правые силы, в зависимости от того, с какой стороны проще получить выражения Q и M.

Весьма важное значение имеет теорема Журавского, устанавливающая зависимость между Q и M, с помощью которой можно проверять построение эпюр.

Необходимо обратить внимание на неравномерность распределения нормальных напряжений по высоте балки и на то, что прочность балки зависит от момента сопротивления W. Надо ясно представлять, каким путем можно увеличить момент сопротивления без увеличения расхода материала.

Рекомендуется сравнить между собой эпюры σ и τ, построенные для балки прямоугольного поперечного сечения. Наибольшее и наименьшее нормальные напряжения (главные напряжения) находят по формуле $\sigma_{1,3} = \frac{1}{2}(\sigma \pm \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2})$.

Необходимо разобрать графическое построение, при помощи которого можно получить эту формулу.

Надо внимательно изучить вопрос о центре изгиба. В работе проф. В. З. Власова «Тонкостенные упругие стержни» этот вопрос рассмотрен более подробно и дана законченная теория изгиба и кручения тонкостенного профиля произвольного очертания.

После этого следует перейти к изучению деформаций при изгибе.

Правая часть дифференциального уравнения изогнутой оси балки содержит выражение изгибающего момента в произвольном сечении данного участка, а не в том сечении, для которого находят перемещения (углы поворота и прогибы), $M(x)$ — величина переменная; только в случае чистого изгиба $M(x) = \mathrm{const}$. Надо хорошо понять геометрический смысл постоянных интегрирования C и D; разделив их на EI, получим соответственно угол поворота и прогиб в начале координат.

При наличии нескольких участков, когда изгибающий момент от сосредоточенных сил или моментов выражается различными уравнениями, необходимо интегрировать без раскрытия скобок, так как только при соблюдении этого требования произвольные постоянные будут соответственно равны между собой ($C_1 = C_2 = \ldots = C$ и $D_1 = D_2 = \ldots = D$).

Распределенную нагрузку можно преобразовать и получить соответственно равные произвольные постоянные также и в том случае, когда она на каком-либо участке балки обрывается.

В результате можно получить общие уравнения углов поворота и прогибов, которыми и следует преимущественно пользоваться при решении задач аналитическим методом. Обычно начало координат помещают на левом конце балки и общие уравнения углов поворота и прогибов пишут так:

$$EI\theta = EI\theta_0 + M_0 x + Q_0 \frac{x^2}{2} + \Sigma M(x - a_m) + \\ + \Sigma P \frac{(x - a_P)^2}{2} + \Sigma q \frac{(x - a_q)^3}{6}; \qquad (1)$$

$$EIy = EIy_0 + EI\theta_0 x + M_0\frac{x^2}{2} + Q_0\frac{x^3}{6} +$$

$$+ \Sigma M\frac{(x-a_m)^2}{2} + \Sigma P\frac{(x-a_p)^3}{6} + \Sigma q\frac{(x-a_q)^4}{24}. \qquad (2)$$

Здесь a_m, a_p, a_q — соответственно абсциссы точек приложения сосредоточенной пары M, силы P, начала равномерно распределенной нагрузки с интенсивностью q; знаки сумм распространяются на все нагрузки, расположенные слева от того сечения балки, для которого находят прогиб и угол поворота. Величины y_0, θ_0, M_0, Q_0, обозначающие соответственно прогиб, угол поворота, изгибающий момент и поперечную силу в начале координат, называются начальными параметрами. В связи с этим метод определения деформаций балки при помощи написанных выше уравнений называют часто методом начальных параметров. Два начальных параметра из четырех известны при любом способе опирания левого конца балки. Действительно, для защемленного конца $y_0 = 0$ и $\theta_0 = 0$; для шарнирно опертого конца $y_0 = 0$ и $M_0 = 0$ (если на левом конце приложен момент M, то $M_0 = M$); для свободного конца $Q_0 = 0$ (если на левом конце приложена сила P, то $Q_0 = P$) и $M_0 = 0$ (или $M_0 = M$).

Для статически определимой балки начальные параметры Q_0 и M_0 легко найти при помощи уравнений статики; таким образом, в случае защемленного левого конца известны все четыре начальных параметра, в случае шарнирно опертого конца неизвестна только величина θ_0, в случае свободного конца неизвестны величины y_0 и θ_0.

Неизвестные начальные параметры находят из условий на правом конце балки. Например, для балки, свободно лежащей на двух опорах, при определении θ_0 надо использовать то условие, что прогиб на правой опоре равен нулю.

Неразрезные балки рассчитывают при помощи уравнений трех моментов. При наличии нагрузки на консоли неразрезной балки в левую часть уравнения трех моментов надо подставить значение изгибающего момента на крайней опоре, учитывая его знак: момент считается положительным, если он изгибает консоль выпуклостью вниз. В случае защемления на крайней опоре надо присоединить к балке дополнительный пролет, написать уравнение трех моментов в обычной форме и затем произвести упрощения, т. е. приравнять нулю длину дополнительного пролета и момент на крайней его опоре. Этот прием позволяет рассчитывать при помощи уравнения трех моментов и однопролетные балки с защемленными концами.

Однопролетные статически неопределимые балки легко можно рассчитать и при помощи метода начальных параметров. Для примера рассмотрим балку с защемленными концами, нагруженную равномерно распределенной нагрузкой на всей длине. В данном случае $y_0 = 0$ и

$\theta_0 = 0$; в виду симметрии можно написать, что $Q_0 = ql/2$; уравнения (1) и (2) примут такой вид:

$$EI\theta = M_0 x + \frac{ql}{2}\cdot\frac{x^2}{2} - q\frac{x^3}{6};$$

$$EIy = M_0\frac{x^2}{2} + \frac{ql}{2}\cdot\frac{x^3}{6} - q\frac{x^4}{24}.$$

Неизвестный начальный параметр M_0 найдем из условия на правой опоре: при $x = l$ $\theta = 0$ (можно использовать также условие: при $x = l$ $y = 0$).

$$0 = M_0 l + \frac{ql}{2}\cdot\frac{l^2}{6} - q\frac{l^3}{6}.$$

Отсюда находим $M_0 = -\frac{ql^2}{12}$.

Таким образом, мы не только нашли опорный момент, но и одновременно получили уравнения углов поворота и прогибов. При решении не возникло никаких дополнительных затруднений, несмотря на то, что данная задача статически неопределима.

В заключение необходимо подробно разобрать примеры расчета простых статически неопределимых балок.

После изучения этой темы можно решать задачи 8—11, включенные в контрольные работы.

Вопросы для самопроверки. 1. Как находят изгибающий момент в каком-либо сечении балки? 2. В каком случае изгибающий момент считается положительным? 3. Как находят поперечную силу в каком-либо сечении балки? 4. Когда поперечная сила считается положительной? 5. Какая существует зависимость между величинами M и Q? 6. Как находят максимальный изгибающий момент? 7. Какой случай изгиба называется чистым изгибом? 8. По какой кривой изогнется балка в случае чистого изгиба? 9. Как изменяются нормальные напряжения по высоте балки? 10. Что называется нейтральным слоем и где он находится? 11. Что называется моментом сопротивления при изгибе? 12. Как выгоднее положить балку прямоугольного сечения при работе на изгиб: на ребро или плашмя? 13. Какое сечение имеет больший момент сопротивления при одинаковой площади: круглое или квадратное? 14. В каких плоскостях возникают касательные напряжения при изгибе, определяемые по формуле Журавского? Как их находят? 15. Как находят главные напряжения при изгибе? 16. Какие напряжения появятся в балке, если плоскость действия нагрузки не пройдет через центр изгиба? 17. Как пишется общее дифференциальное уравнение изогнутой оси балки? 18. Как находят постоянные интегрирования? 19. Как определяют наибольший прогиб? 20. Что представляют собой члены правой части уравнения трех моментов? **21.** Как определяют опорные реакции неразрезной балки? **22.** В чем преимущества метода начальных параметров?

Тема 8. Сложное сопротивление

Литература: [1, гл. 9]; [2, гл. 4, § 33, 34]; [3, гл. 10, задачи 1, 2, 6, 7, 13, 22, 25, 29, 35, 39, 50, 54, 64, 69, 72, 76, 83, 89, 93, 96].

Изучение сложного сопротивления обычно начинают с косого изгиба. Нейтральная линия при косом изгибе уже не перпендикулярна плоскости внешних сил, а плоскость, в которой расположены прогибы при косом изгибе, не совпадает с плоскостью внешних сил. Явление косого изгиба особенно опасно для сечений со значительно отличающимися друг от друга главными моментами инерции (например, для двутавра); балки с таким сечением хорошо работают на изгиб в плоскости наибольшей жесткости, но даже при небольших углах наклона плоскости внешних сил к плоскости наибольшей жесткости в балках возникают значительные дополнительные напряжения и деформации. Для балки круглого сечения косой изгиб невозможен, так как все центральные оси такого сечения являются главными и нейтральный слой всегда перпендикулярен плоскости внешних сил. Косой изгиб невозможен также и для квадратного сечения, но для такого сечения решение вопроса о прочности зависит от положения плоскости внешних сил, так как моменты сопротивления квадратного сечения неодинаковы относительно различных центральных осей (хотя моменты инерции относительно всех центральных осей равны между собой, как и для круглого сечения). При расположении внешних сил в диагональной плоскости расчетные напряжения в балке квадратного сечения будут больше, чем в случае, когда плоскость внешних сил параллельна граням балки.

При определении напряжений в случае внецентренного растяжения или сжатия необходимо знать положение главных центральных осей сечения; именно от этих осей отсчитывают расстояния точки приложения силы и точки, в которой определяют напряжения.

Следует обратить внимание на то, что приложенная эксцентрично сжимающая сила может вызвать в поперечном сечении стержня растягивающие напряжения. В связи с этим внецентренное сжатие является особенно опасным для стержней из хрупких материалов (кирпича, бетона), которые слабо сопротивляются растягивающим силам.

Надо научиться для прямоугольного сечения устанавливать примерное положение нейтральной линии при различных положениях продольной силы; при этом важно помнить основную зависимость: если точка приложения силы находится внутри ядра сечения, то нейтральная линия проходит вне поперечного сечения; если точка приложения силы находится вне ядра сечения, то нейтральная линия пересекает поперечное сечение.

В случае изгиба с кручением возникают нормальные напряжения σ_u, касательные напряжения τ_k и проверка прочности производится по главным напряжениям. В заключение следует изучить общий случай сложного сопротивления, когда стержень испытывает одновременно растяжение (сжатие), изгиб в двух плоскостях и кручение. Напряжение в каком-либо поперечном сечении стержня зависит от величин M_x, M_y, M_z, N, Q_y, Q_z, которые вычисляют так:

1) крутящий момент M_x равен алгебраической сумме моментов всех сил, расположенных по одну сторону от рассматриваемого сечения, относительно оси, перпендикулярной плоскости сечения и проходящей через его центр тяжести;

2) изгибающий момент M_y равен алгебраической сумме моментов всех сил, расположенных по одну сторону от рассматриваемого сечения, относительно главной центральной оси y данного сечения;

3) изгибающий момент M_z равен алгебраической сумме моментов тех же сил относительно главной центральной оси z данного сечения;

4) продольная сила N равна алгебраической сумме проекций всех сил, расположенных по одну сторону от рассматриваемого сечения, на перпендикуляр к плоскости сечения;

5) поперечная сила Q_y равна сумме проекций тех же сил на главную центральную ось y данного сечения;

6) поперечная сила Q_z равна сумме проекций тех же сил на главную центральную ось z данного сечения.

После изучения этой темы можно решать задачи 12—15, включенные в контрольные работы.

Вопросы для самопроверки. **1.** Какой случай изгиба называется косым изгибом? **2.** Возможен ли косой изгиб при чистом изгибе? **3.** В каких точках поперечного сечения возникают наибольшие напряжения при косом изгибе? **4.** Как находят положение нейтральной линии при косом изгибе? **5.** Как пройдет нейтральная линия, если плоскость действия сил совпадет с диагональной плоскостью балки прямоугольного поперечного сечения? **6.** Как определяют деформации при косом изгибе? **7.** Может ли балка круглого поперечного сечения испытывать косой изгиб? **8.** Как находят напряжения в произвольной точке поперечного сечения при внецентренном растяжении или сжатии? **9.** Чему равно напряжение в центре тяжести поперечного сечения при внецентренном растяжении или сжатии? **10.** Какое положение занимает нейтральная линия, когда продольная сила приложена к вершине ядра сечения? **11.** Какие напряжения возникают в поперечном сечении стержня при изгибе с кручением? **12.** Как находят опасные сечения стержня при изгибе с кручением? **13.** В каких точках круглого поперечного сечения возникают наибольшие напряжения при изгибе с кручением? **14.** Почему обыкновенно не учитывают касательные напряжения от изгиба при совместном действии изгиба и кручения? **15.** Как пишутся условия прочности стержня по всем четырем теориям, если известны σ_u

и $\tau_к$? **16.** Как находят расчетный момент при изгибе с кручением стержня круглого поперечного сечения? **17.** По какой теории прочности (третьей или четвертой) получится больший расчетный момент при заданных величинах $M_и$ и $M_к$?

Тема 9. Устойчивость равновесия деформируемых систем

Литература: [1, гл. 13]; [2, гл. 14]; [3, гл. 12, задачи 2, 4, 11, 14, 32].

Предыдущие темы курса касались расчетов на прочность и на жесткость; в этой теме изложен расчет на устойчивость. Опасность явления потери устойчивости заключается в том, что оно может наступить при напряжении, значительно меньшем предела прочности материала. Это напряжение называется критическим; для стержней большой гибкости его можно определить по формуле Эйлера. Исследования проф. Ф. С. Ясинского дали возможность установить критическое напряжение для стержней малой и средней гибкости, для которых формулу Эйлера применить нельзя. Допускаемое напряжение при расчете на устойчивость должно быть понижено по сравнению с допускаемым напряжением при обыкновенном сжатии. Коэффициенты φ, учитывающие это понижение для стержней различной гибкости и для различных материалов, приводятся в специальных таблицах. Следует обратить внимание на то, что при подборе сечения приходится несколько раз производить вычисления, применяя способ последовательных приближений.

После изучения этой темы можно решать задачу 17, включенную в контрольные работы.

Вопросы для самопроверки. **1.** В чем заключается явление потери устойчивости сжатого стержня? **2.** Какая сила называется критической? **3.** По какой формуле находят критическую силу? **4.** Как изменится критическая сила для стойки круглого сечения при уменьшении диаметра в два раза? **5.** Как изменится критическая сила при увеличении длины стойки в два раза? **6.** В каких пределах применима формула Эйлера? **7.** Что называется гибкостью стержня? **8.** Как учитывается влияние способа закрепления концов стержня? **9.** Чему равен коэффициент длины для различных случаев закрепления концов? **10.** Как находят критическое напряжение для стержней малой и средней гибкости? **11.** Какой вид имеет график критических напряжений? **12.** Как производят проверку стержней на устойчивость при помощи коэффициента φ? **13.** Как подбирают сечение стержня при расчете на устойчивость?

Тема 10. Расчет на прочность при напряжениях, циклически изменяющихся во времени

Литература: [1, гл. 15]; [2, гл. 13]; [3, гл. 14, задачи 72, 78, 85].

Эта тема имеет важное значение, так как в деталях машин часто возникают переменные напряжения. Надо хорошо уяснить понятие предела выносливости и научиться строить диаграммы для несимметричного цикла. Необходимо также знать все факторы, от которых зависит коэффициент концентрации напряжений. Особое внимание следует обратить на практические меры по борьбе с изломами усталости: а) повышение предела прочности при достаточной пластичности; б) создание однородной, мелкозернистой структуры; в) проектирование внешних очертаний детали без резких переходов; г) тщательную обработку поверхности.

Надо подробно разобрать примеры определения допускаемых напряжений для различных деталей машин, воспринимающих переменные нагрузки. Правильный выбор допускаемого напряжения и формы сечения обеспечивает более экономное использование материала.

После изучения этой темы можно решать задачу 22, включенную в контрольные работы.

Вопросы для самопроверки. 1. Что называется пределом выносливости? 2. Какая эмпирическая зависимость имеется между пределом выносливости и пределом прочности? 3. Как находят предел выносливости при несимметричном цикле? 4. Какие напряжения называются местными? 5. В чем разница между теоретическим и действительным коэффициентами концентрации напряжений? 6. Как влияет на величину действительного коэффициента концентрации напряжений характер обработки материала? 7. Как влияют размеры детали на предел выносливости? 8. Как устанавливают допускаемые напряжения при переменных напряжениях? 9. Какие практические меры применяют по борьбе с изломами усталости?

Тема 11. Расчет тонкостенных оболочек и толстостенных труб

Литература: [1, гл. 16]; [2, гл. 9; гл. 10, § 63, 64]; [3, гл. 11, задачи 26, 27, 29].

Расчет цилиндрического резервуара производят при помощи метода сечений. Для сосуда, имеющего любую форму тела вращения, при помощи метода сечений можно найти только напряжения σ_m, отрывающие верхнюю часть сосуда от нижней. Напряжения σ_t, стремящиеся разорвать сосуд по меридиану, определяют при помощи уравнения Лапласа.

При расчете толстостенных цилиндров необходимо найти нормальные напряжения как в радиальном, так и в тангенциальном направлениях. Так как здесь можно составить только одно уравнение статики, то задача статически неопределима; дополнительное уравнение получают, как и всегда в подобных случаях, из рассмотрения деформаций. Следует обратить внимание на то, что наибольшие нормальные напряжения в продольных сечениях цилиндра возникают в точках его внутренней поверхности. Для уменьшения этих напряжений применяют составные цилиндры, причем наружный цилиндр, надетый в нагретом состоянии, создает полезные начальные напряжения сжатия во внутреннем. Благодаря этому уменьшаются расчетные растягивающие напряжения во внутреннем цилиндре, что с полной наглядностью показано на эпюре напряжений.

Вопросы для самопроверки. 1. Как находят напряжения в поперечном сечении цилиндрического тонкостенного сосуда? 2. Как находят напряжения в продольном сечении цилиндрического тонкостенного сосуда? 3. Как выводится уравнение, связывающее напряжения σ_m и σ_t, для сосуда, имеющего форму тела вращения? 4. Чему равны напряжения σ_r и σ_t для толстостенного цилиндра, если внутреннее давление равно p_2? 5. Чему равна сумма напряжений σ_r и σ_t в любой точке цилиндра? 6. Как распределяются начальные напряжения в составном цилиндре, возникающие при остывании наружного цилиндра?

Тема 12. Изгиб плоского бруса большой кривизны

Литература: [1, гл. 10]; [2, гл. 4, § 35]; [3, гл. 11, задачи 1, 2, 7, 16, 18].

В случае изгиба прямого стержня гипотеза плоских сечений приводит к линейному закону распределения нормальных напряжений; применяя эту же гипотезу при изгибе кривого стержня, получаем гиперболический закон распределения нормальных напряжений в поперечном сечении стержня. Другая важная особенность изгиба кривого стержня заключается в том, что нейтральная ось не совпадает с центром тяжести поперечного сечения и всегда смещается по направлению к центру кривизны.

После изучения этой темы можно решать задачу 16, включенную в контрольные работы.

Вопросы для самопроверки. 1. Как вычисляют изгибающие моменты, продольные и поперечные силы в поперечных сечениях кривого стержня? 2. Как находят касательные напряжения от силы Q? 3. Как находят нормальные напряжения от силы N? 4. Как распределяются нормальные напряжения в поперечном сечении кривого стержня от изгибающего момента M? 5. Где проходит нейтральная ось при изгибе кривого стержня? 6. Как находят радиус кривизны нейтрального слоя кривого стержня?

Тема 13. Динамическая нагрузка

Литература: [1, гл. 14, § 1—4]; [2, гл. 15 (последний параграф)]; [3, гл. 14, задачи 1, 2, 7, 20, 42, 47, 54, 59, 62, 64].

В этой теме рассматриваются два вопроса: 1) напряжения в движущихся деталях; 2) напряжения при ударе. В первом случае динамическое воздействие сводится к дополнительной статической нагрузке соответствующими силами инерции. Во втором — учесть силы инерции невозможно, так как неизвестна продолжительность удара, т. е. того промежутка времени, в течение которого скорость падает до нуля. Напряжения при ударе вычисляют, приравнивая кинетическую энергию ударяющего тела потенциальной энергии деформаций стержня, воспринимающего удар. Весьма существенным является то обстоятельство, что напряжения при ударе зависят не только от площади поперечного сечения стержня, но и от длины и модуля упругости материала.

После изучения этой темы можно решать задачи 20 и 21, включенные в контрольные работы.

Вопросы для самопроверки. **1.** Как вычисляют напряжения в деталях при равноускоренном поступательном движении? **2.** Что называется динамическим коэффициентом? **3.** От каких факторов зависят напряжения в ободе вращающегося колеса? **4.** Как находят напряжения в спарниках и шатунах? **5.** Как находят напряжения во вращающемся диске постоянной толщины? **6.** Как делается вывод формулы для определения напряжений при ударе? **7.** Чему равен динамический коэффициент при ударе? **8.** Как изменится напряжение при продольном ударе в случае увеличения площади поперечного сечения в два раза? (При ответе на этот вопрос можно пользоваться приближенной формулой). **9.** Зависит ли напряжение при изгибающем ударе от материала балки? **10.** В каком случае возникнут бо́льшие напряжения при изгибающем ударе: при положении балки на ребро или плашмя? **11.** От каких факторов зависит напряжение при скручивающем ударе? **12.** Каким путем можно уменьшить напряжение в стержне с выточками при продольном ударе? **13.** Как учитывается масса упругой системы, испытывающей удар? **14.** Как производят испытания на удар?

Тема 14. Упругие колебания

Литература: [1, гл. 14, § 5]; [2, гл. 15]; [3, гл. 14, задачи 26, 27, 31, 33, 36].

При колебаниях стержня напряжения и деформации периодически меняют свою величину. В случае совпадения периода вынужденных колебаний с периодом свободных колебаний, даже при небольшой возмущающей силе, возникает явление резонанса, при котором деформации и напряжения быстро возрастают, что часто приводит к разрушению конструкции. Надо запомнить формулу для определения периода свободных колебаний и подробно разобрать примеры расчета.

После изучения этой темы можно решать задачу 19, включенную в контрольные работы.

Вопросы для самопроверки. 1. Какие колебания называются свободными? Какие — вынужденными? 2. В чем заключается опасность явления резонанса? 3. Что называется системой с одной степенью свободы? 4. Как вычисляют напряжения при колебаниях? 5. Как находят период свободных колебаний? 6. Как учитывается масса упругой системы при колебаниях?

Тема 15. Статически неопределимые системы

Литература: [1, гл. 11 и 12]; [2, гл. 6]; [3, гл. 9, задачи 37, 38, 39].

Расчет статически неопределимых балок был рассмотрен в теме 7; тема 15 посвящена расчету статически неопределимых рам. Расчет плоских систем подробно изложен в обоих рекомендованных учебниках, расчет плоскопространственных и пространственных систем рассмотрен только в учебнике В. И. Феодосьева.

В качестве примера произведем расчет рамы, сделанной из круглого стержня постоянного поперечного сечения и нагруженной силами $P = 100$ Н (рис. 1, *а*). Размеры рамы: $a = 6$ м, $b = 0{,}8$ м; зависимость между модулями упругости: $G = 0{,}4\ E$.

В общем случае действия сил в поперечных сечениях рамы возникают шесть внутренних силовых факторов: продольная сила N, крутящий момент, два изгибающих момента, две поперечные силы. Но в данном случае нагрузка перпендикулярна плоскости рамы, система является плоско-пространственной и все внутренние силовые факторы в плоскости рамы (продольная сила, горизонтальная поперечная сила и изгибающий момент) обращаются в нуль. Следовательно, в поперечных сечениях рамы могут возникать только крутящие моменты, изгибающие моменты в вертикальной плоскости и вертикальные поперечные силы.

При выборе основной (статически определимой) системы надо использовать симметрию рамы и нагрузки и разрезать раму в середине элемента с длиной a (рис. 1, *б*). Очевидно, что в этом сечении кососимметричные факторы (крутящий момент и поперечная сила) обращаются

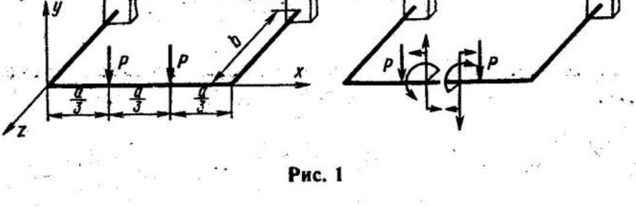


Рис. 1

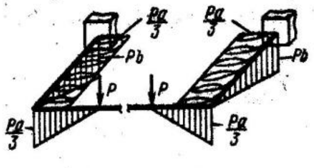


Рис. 2

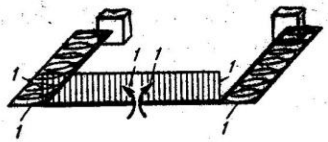


Рис. 3

в нуль и отличным от нуля является только изгибающий момент в вертикальной плоскости X.

Далее строим эпюры моментов от заданной нагрузки. На рис. 2 одновременно изображены нагрузка, эпюра изгибающих моментов (заштрихована в вертикальном направлении линиями) и эпюра крутящих моментов (заштрихована волнистой линией). Затем строим эпюры изгибающих и крутящих моментов от единичного лишнего неизвестного X (рис. 3). Составляем каноническое уравнение $X\delta_{xx} + \Delta_{xp} = 0$ и находим перемещения по способу Верещагина путем «перемножения» соответствующих эпюр:

$$\delta_{xx} = \frac{1\cdot a\cdot 1}{EI} + \frac{2\cdot 1\cdot b\cdot 1}{GI_p};$$

$$\Delta_{xp} = -\frac{1}{EI}\left(2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{Pa}{3}\cdot\frac{a}{3}\cdot 1\right) - \frac{1}{GI_p}\left(2\cdot\frac{Pa}{3}\cdot b\cdot 1\right) =$$

$$= -\frac{Pa^2}{9EI} - \frac{2Pab}{3GI_p}.$$

Решив каноническое уравнение, найдем

$$X = \frac{Pa(a + 6bk)}{9(a + 2bk)},$$

где k — отношение жесткостей, равное $\frac{EI}{GI_p} = \frac{EI}{0{,}4E\cdot 2I} = 1{,}25.$

Подставив числовые значения, получим:

$$X = \frac{100\cdot 6(6 + 6\cdot 0{,}8\cdot 1{,}25)}{9(6 + 2\cdot 0{,}8\cdot 1{,}25)} = 100\ \text{Н}\cdot\text{м}.$$

Далее находим значения ординат эпюры изгибающих моментов: в точках приложения сил $M_и = 0 + X = 100$ Н·м; в узлах

$$M_и = -\frac{Pa}{3} + X = -\frac{100\cdot 6}{3} + 100 = -100\ \text{Н}\cdot\text{м};$$

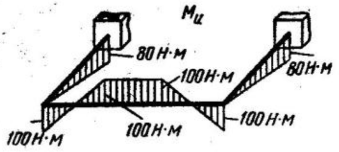


Рис. 4

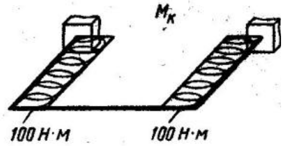


Рис. 5

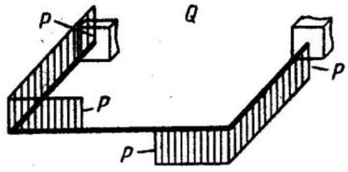


Рис. 6

в защемлении $M_и = -Pb = -100 \cdot 0{,}8 = -80$ Н·м. Эпюра $M_и$ изображена на рис. 4.

Кручение испытывают только участки длиной b:

$$M_k = \frac{-Pa}{3} + X = \frac{-6 \cdot 100}{3} + 100 = -100 \text{ Н·м}.$$

Эпюра M_k дана на рис. 5, эпюра Q — на рис. 6.

Вопросы для самопроверки. **1.** Какова размерность потенциальной энергии деформации? **2.** Можно ли сказать, что потенциальная энергия, вызванная группой сил, равна сумме потенциальных энергий, вызванных каждой из сил в отдельности? **3.** Как формируются теоремы о взаимности работы и о взаимности перемещений? **4.** В чем сущность способа Верещагина? **5.** Что называется «основной системой»? **6.** Что означают величины δ_{11} и Δ_{1p}? **7.** Каков физический смысл произведений $X_1\delta_{11}$ и $X_2\delta_{12}$? **8.** Какая мысль выражается при помощи уравнения $X_1\delta_{11} + X_2\delta_{12} + \Delta_{1p} = 0$? **9.** Каким свойством обладают побочные перемещения?

УКАЗАНИЯ О ПОРЯДКЕ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Каждый студент-заочник выполняет то количество контрольных работ, которое предусмотрено учебным графиком. Задачи, входящие в состав контрольных работ, указаны в табл. 1.

1. Студент обязан взять из таблицы, прилагаемой к условию задачи, данные в соответствии со своим личным номером (шифром) и пер-

выми шестью буквами русского алфавита, которые следует расположить под шифром, например:

шифр — *2 8 3 0 5 2*,
буквы — *а б в г д е*.

В случае личного номера, состоящего из семи цифр, вторая цифра шифра не учитывается.

Из каждого вертикального столбца любой таблицы, обозначенного внизу определенной буквой, надо взять только одно число, стоящее в той горизонтальной строке, номер которой совпадает с номером буквы. Например, вертикальные столбцы табл. 5 обозначены буквами: *е, г* и *д*. В этом случае, при указанном выше личном номере (шифре) *283052*, студент должен взять из столбца *е* строку номер два (второй тип сечения), из столбца *г* — строку номер нуль (Швеллер 36) и из столбца *д* — строку номер пять (Равнобокий уголок 90×90×6).

Работы, выполненные с нарушением этих указаний, не засчитываются.

Таблица 1. **Номера задач, входящих в контрольные работы**

№ контрольной работы	Число контрольных работ согласно графику					
	одна	две	три	четыре	пять	шесть
1	5, 7, 8, 13, 17	4, 5, 7, 8	1, 2, 4	1, 2, 4, 5	1, 2, 3, 4	1, 2, 3, 4
2	—	13, 15, 17	5, 7, 8	7, 8, 10	5, 6, 7, 8	5, 6, 7, 8
3	—	—	13, 15, 17	13, 14, 15 17	9, 10, 11	9, 10, 11
4	—	—	—	18, 19, 21, 22	13, 14, 15, 17	12, 13, 14, 15
5	—	—	—	—	18, 19, 21, 22	16, 17, 18
6	—	—	—	—	—	19, 20, 21, 22

2. Не следует приступать к выполнению контрольных заданий, не изучив соответствующего раздела курса и не решив самостоятельно рекомендованных задач. Если основные положения теории усвоены слабо и студент обратил мало внимания на подробно разобранные в курсе примеры, то при выполнении контрольных работ возникнут большие затруднения. Несамостоятельно выполненное задание не дает возможности преподавателю-рецензенту вовремя заметить недостатки в работе студента-заочника. В результате студент не приобретает необходимых знаний и оказывается неподготовленным к экзамену.

3. Не рекомендуется также присылать в институт сразу несколько

выполненных заданий. Это не дает возможности рецензенту своевременно указать студенту на допущенные ошибки и задерживает рецензирование.

4. В заголовке контрольной работы должны быть четко написаны: номер контрольной работы, название дисциплины, фамилия, имя и отчество студента (полностью), название факультета и специальности, учебный шифр, дата отсылки работы, точный почтовый адрес. Необходимо также указывать год издания методических указаний, по которым выполнялась контрольная работа.

5. Каждую контрольную работу следует выполнять в особой тетради или на листах, сшитых в тетрадь нормального формата, чернилами (не красными), четким почерком, с полями в 5 см для замечаний рецензента.

6. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие с числовыми данными, составить аккуратный эскиз в масштабе и указать на нем в числах все величины, необходимые для расчета.

7. Решение должно сопровождаться краткими, последовательными и грамотными, без сокращения слов, объяснениями и чертежами, на которых все входящие в расчет величины должны быть показаны в числах. Надо избегать многословных пояснений и пересказа учебника; студент должен знать, что язык техники — формула и чертеж. При пользовании формулами или данными, отсутствующими в учебнике, необходимо кратко и точно указывать источник (автор, название, издание, страницу, номер формулы).

8. Необходимо указывать единицы всех величин и подчеркивать окончательные результаты.

9. Не следует вычислять большое число значащих цифр, вычисления должны соответствовать необходимой точности. Нет необходимости длину деревянного бруса в стропилах вычислять с точностью до миллиметра, но было бы ошибкой округлять до целых миллиметров диаметр вала, на который будет насажен шариковый подшипник.

10. По получении из института контрольной работы студент должен исправить в ней все отмеченные ошибки и выполнить все сделанные ему указания. В случае требования рецензента следует в кратчайший срок послать ему выполненные на отдельных листах исправления, которые должны быть вложены в соответствующие места рецензированной работы. **Отдельно от работы исправления не рассматриваются.**

ЗАДАЧИ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

ЗАДАЧА 1

Стальной стержень ($E = 2 \cdot 10^5$ МПа) находится под действием продольной силы P и собственного веса ($\gamma = 78$ кН/м^3). Найти перемещение сечения I—I (рис. 7). Данные взять из табл. 2.

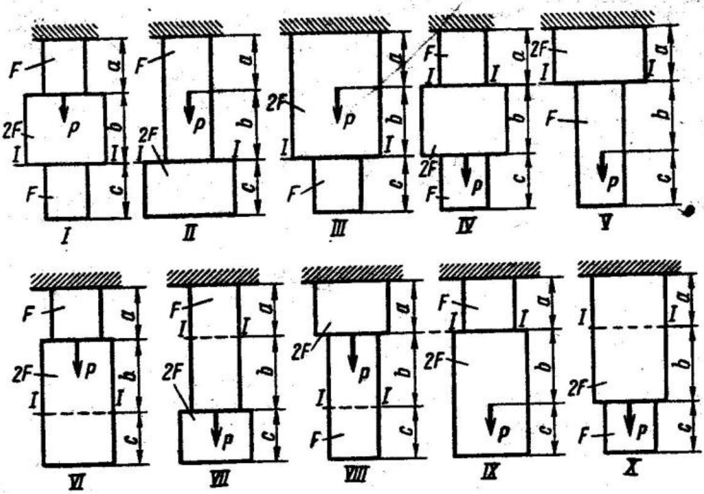


Рис. 7

ЗАДАЧА 2

Абсолютно жесткий брус опирается на шарнирно неподвижную опору и прикреплен к двум стержням при помощи шарниров (рис. 8). Требуется: 1) найти усилия и напряжения в стержнях, выразив их через силу Q; 2) найти допускаемую нагрузку $Q_{доп}$, приравняв большее из напряжений в двух стержнях допускаемому напряжению $[\sigma] = 160$ МПа; 3) найти предельную грузоподъемность системы $Q_т^к$ и до-

Таблица 2

№ строки	Схема по рис. 7, 8, 9, 10	F, см²	a	b	c	P, Н	Н, кН	$10^5\beta$	Напряжение, МПа		
			м						σ_x	σ_y	τ_x
1	I	11	2,1	2,1	1,1	1100	110	5	10	10	10
2	II	12	2,2	2,2	1,2	1200	120	4	20	20	20
3	III	13	2,3	2,3	1,3	1300	130	3	30	30	30
4	IV	14	2,4	2,4	1,4	1400	140	2	40	40	40
5	V	15	2,5	2,5	1,5	1500	150	1	50	50	50
6	VI	16	2,6	2,6	1,6	1600	110	5	60	60	60
7	VII	17	2,7	2,7	1,7	1700	120	4	70	70	70
8	VIII	18	2,8	2,8	1,8	1800	130	3	80	80	80
9	IX	19	2,9	2,9	1,9	1900	140	2	90	90	90
0	X	20	3,0	3,0	2,0	2000	150	1	100	100	100
	е	в	г	д	е	г	д	е	г	д	е

пускаемую нагрузку $Q_{доп}$, если предел текучести $\sigma_т = 240$ МПа и запас прочности $k = 1,5$; 4) сравнить величины $Q_{доп}$, полученные при расчете по допускаемым напряжениям (см. п. 2) и допускаемым нагрузкам (см. п. 3). Данные взять из табл. 2.

У к а з а н и я. Для определения двух неизвестных сил в стержнях надо составить одно уравнение статики и одно уравнение деформаций.

Для ответа на третий вопрос задачи следует иметь в виду, что

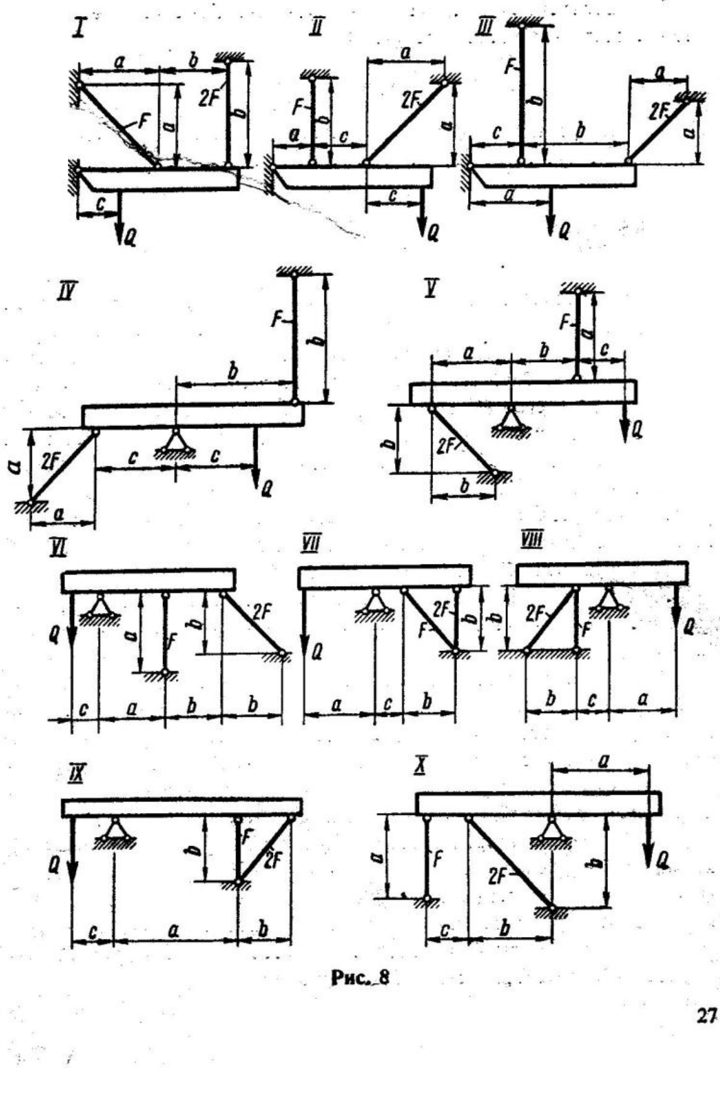


Рис. 8

в одном из стержней напряжение больше, чем в другом. При увеличении нагрузки напряжение в первом стержне достигнет предела текучести ранее, чем во втором. Когда это произойдет, напряжение в первом стержне не будет некоторое время расти даже при увеличении нагрузки, система станет как бы статически определимой, нагруженной силой Q (пока еще неизвестной) и усилием в первом стержне:

$$N_1 = \sigma_т F_1. \quad (1)$$

При дальнейшем увеличении нагрузки напряжение и во втором стержне достигнет предела текучести:

$$N_2 = \sigma_т F_2. \quad (2)$$

Написав уравнение статики и подставив в него значения усилий (1) и (2), найдем из этого уравнения предельную грузоподъемность $Q_т^к$.

ЗАДАЧА 3

Жесткий брус прикреплен к двум стальным стержням с площадью поперечного сечения F, опирающимся на неподвижное основание. К брусу прикреплен средний ступенчатый стальной стержень с зазором $\Delta = \beta c$ (рис. 9). Требуется (без учета собственного веса): 1) установить, при какой силе H зазор закроется; 2) найти реакцию основания в нижнем сечении среднего стержня при заданной силе H и построить эпюру продольных сил для среднего стержня; 3) найти усилия и напряжения в крайних стержнях при заданной силе H; 4) установить, на сколько градусов надо охладить средний стержень, чтобы реакция основания в нижнем сечении среднего стержня при заданной силе H обратилась в нуль. Данные взять из табл. 2.

Указания. При решении всех пунктов задачи следует учитывать, что ввиду симметрии системы усилия в крайних стержнях равны между собой.

Для ответа на первый вопрос надо приравнять перемещение нижнего сечения среднего стержня от сил H зазору Δ. Это перемещение равно сумме деформаций участков среднего стержня от продольных сил, возникающих от сил H, и деформации любого из крайних стержней (для тех схем, в которых силы H взаимно уравновешены, усилия и деформации для крайних стержней равны нулю).

Для ответа на второй вопрос надо алгебраическую сумму перемещений нижнего сечения среднего стержня от сил H и от реакции основания на средний стержень R приравнять зазору Δ. При вычислении этих перемещений надо также учитывать деформации участков среднего стержня от силы H и деформацию любого из крайних стержней (которая для некоторых схем равна нулю).

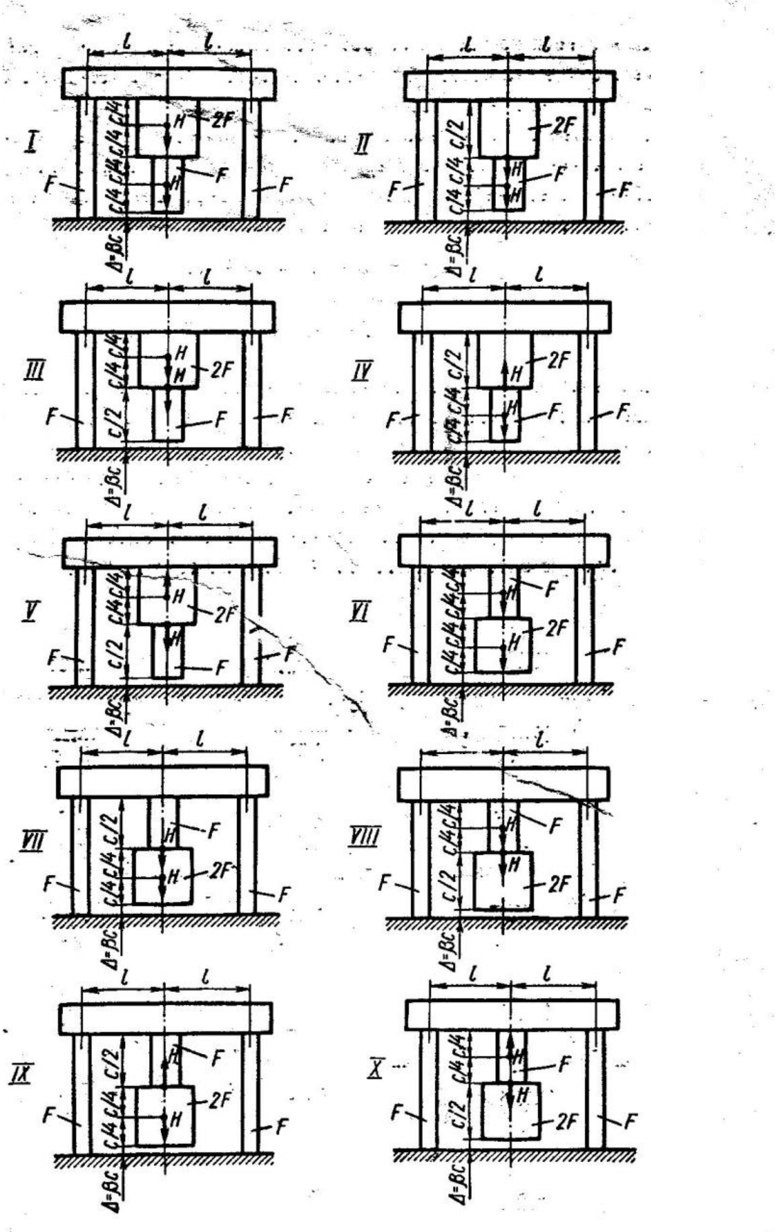


Рис. 9

Для ответа на третий вопрос надо рассмотреть условия равновесия верхнего бруса, на который передаются силы H и R от среднего стержня и два усилия крайних стержней.

Для ответа на четвертый вопрос надо приравнять перемещение нижнего сечения среднего стержня от сил H (и от деформации любого из крайних стержней, если силы H не уравновешены) сумме зазора и температурного укорочения среднего стержня:

$$\Delta(H) = \Delta + \Delta_t = \beta c + c\alpha t.$$

ЗАДАЧА 4

Стальной кубик (рис. 10) находится под действием сил, создающих плоское напряженное состояние (одно из трех главных напряжений равно нулю). Требуется найти: 1) главные напряжения и направление главных площадок; 2) максимальные касательные напряжения, равные наибольшей полуразности главных напряжений; 3) относительные деформации ε_x, ε_y, ε_z; 4) относительное изменение объема; 5) удельную потенциальную энергию деформаций. Данные взять из табл. 2.

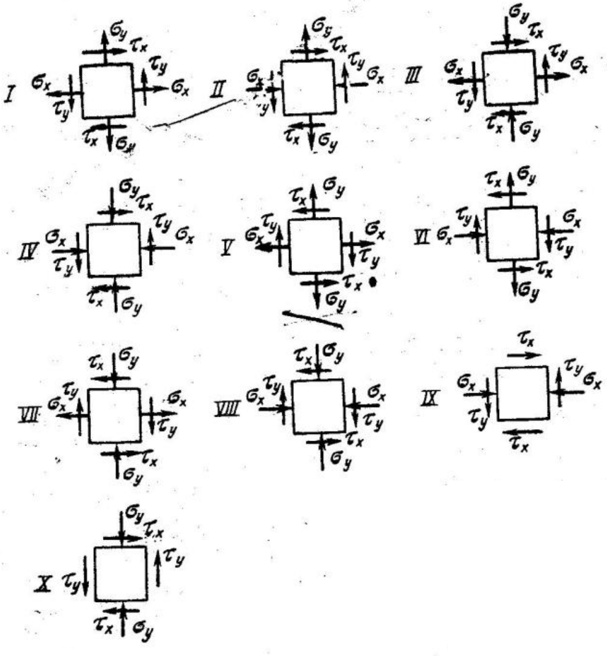


Рис. 10

ЗАДАЧА 5

К стальному валу приложены три известных момента: M_1, M_2, M_3 (рис. 11). Требуется: 1) установить, при каком значении момента X угол поворота правого концевого сечения вала равен нулю; 2) для найденного значения X построить эпюру крутящих моментов; 3) при заданном значении $[\tau]$ определить диаметр вала из расчета на прочность и округлить его значение до ближайшего, равного: 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100 мм; 4) построить эпюру углов закручивания; 5) найти наибольший относительный угол закручивания (на 1 м). Данные взять из табл. 3.

ЗАДАЧА 6

Жесткий брус прикреплен к шарнирно-неподвижной опоре и к двум пружинам с одинаковым средним диаметром витков D и с одинаковым диаметром круглой проволоки d (рис. 12). Пружина 1 имеет m

Рис. 11

Таблица 3

№ строки	Схема по рис. 11	Расстояния, м			Моменты, Н·м			$[\tau]$, МПа
		a	b	c	M_1	M_2	M_3	
1	I	1,1	1,1	1,1	1100	1100	1100	35
2	II	1,2	1,2	1,2	1200	1200	1200	40
3	III	1,3	1,3	1,3	1300	1300	1300	45
4	IV	1,4	1,4	1,4	1400	1400	1400	50
5	V	1,5	1,5	1,5	1500	1500	1500	55
6	VI	1,6	1,6	1,6	1600	600	1600	60
7	VII	1,7	1,7	1,7	1700	700	1700	65
8	VIII	1,8	1,8	1,8	1800	800	1800	70
9	IX	1,9	1,9	1,9	1900	900	1900	75
0	X	2,0	2,0	2,0	2000	1000	2000	80
	е	г	д	е	г	д	е	в

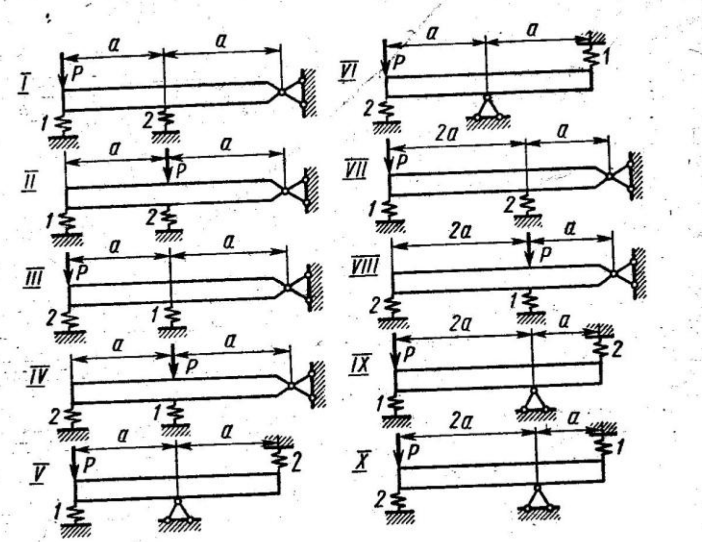


Рис. 12

витков, пружина 2 — n витков. Требуется: 1) найти усилия и напряжения в обеих пружинах; 2) найти осадки обеих пружин; 3) установить, при каком отношении витков m/n усилия в обеих пружинах равны между собой; 4) найти усилия, напряжения и осадки при найденном отношении m/n и заданной величине m (или n). Данные взять из табл. 4

Таблица 4

№ строки	Схема по рис. 12	D	d	Число витков		P, Н
		см		m	n	
1	I	11	1,1	11	11	110
2	II	12	1,2	12	12	120
3	III	13	1,3	13	13	30
4	IV	14	1,4	14	14	40
5	V	15	1,5	15	15	50
6	VI	6	1,6	6	6	60
7	VII	7	1,7	7	7	70
8	VIII	8	0,8	8	8	80
9	IX	9	0,9	9	9	90
0	X	10	1,0	10	10	100
	е	д	д	д	е	е

Таблица 5

№ строки	Тип сечения по рис. 13	Швеллер	Равнобокий уголок	Двутавр
1	I	14	80×80×8	12
2	II	16	80×80×6	14
3	III	18	90×90×8	16
4	IV	20	90×90×7	18
5	V	22	90×90×6	20а
6	VI	24	100×100×8	20
7	VII	27	100×100×10	22а
8	VIII	30	100×100×12	22
9	IX	33	125×125×10	24а
0	X	36	125×125×12	24
	е	*г*	*д*	*е*

ЗАДАЧА 7

Для заданного в табл. 5 поперечного сечения, состоящего из швеллера и равнобокого уголка или из двутавра и равнобокого уголка, или из швеллера и двутавра (рис. 13), требуется: 1) определить положение центра тяжести; 2) найти осевые (экваториальные) и центробежный моменты инерции относительно случайных осей, проходящих через центр тяжести (z_c и y_c); 3) определить направление главных центральных осей (u и v); 4) найти моменты инерции относительно главных центральных осей; 5) вычертить сечение в масштабе 1:2 и указать на нем все размеры в числах и все оси.

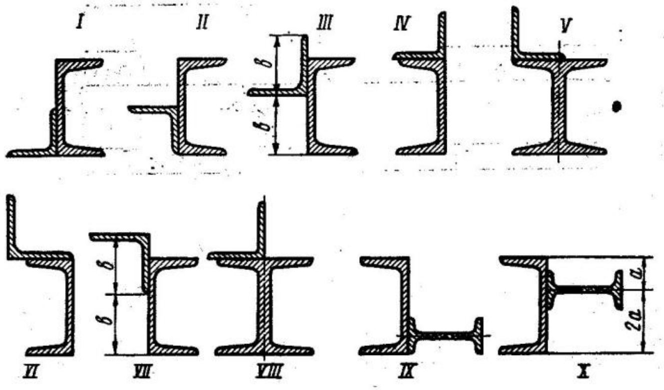
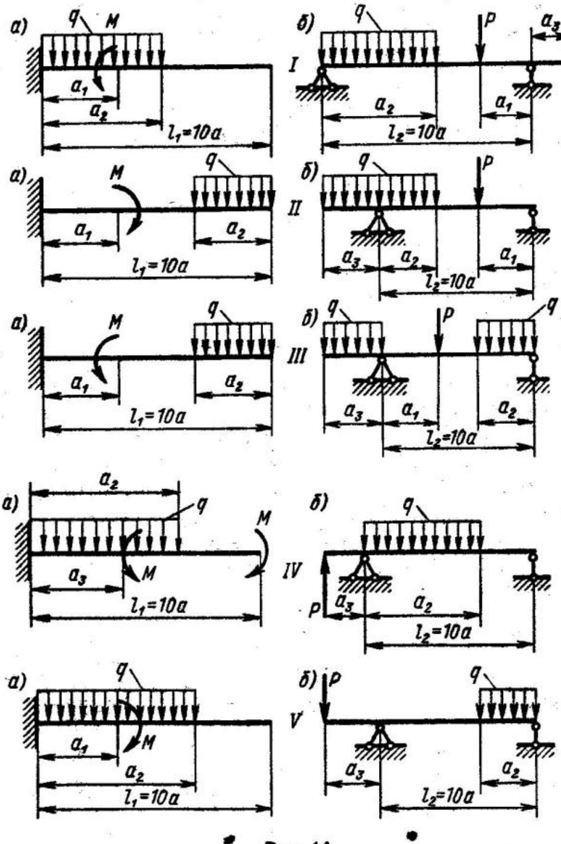
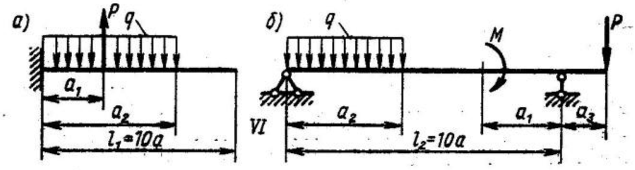


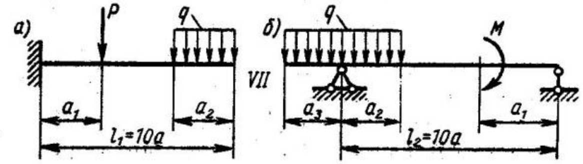
Рис. 13

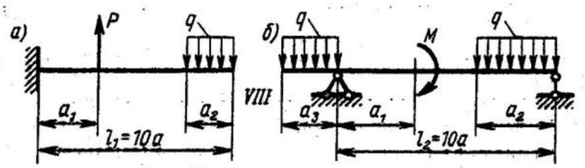


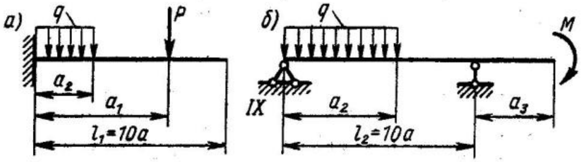
а)
q
M
a_1
a_2
$l_1=10a$
б)
q
P
a_3
P
I
a_2
a_1
$l_2=10a$
а)
M
q
II
a_1
a_2
$l_1=10a$
б)
q
P
a_3
a_2
a_1
$l_2=10a$
а)
M
q
III
a_1
a_2
$l_1=10a$
б)
q
P
q
a_3
a_1
a_2
$l_2=10a$
a_2
а)
q
M
M
a_3
$l_1=10a$
б)
q
IV
P
a_3
a_2
$l_2=10a$
а)
q
M
a_1
a_2
$l_1=10a$
б)
P
q
V
a_3
a_2
$l_2=10a$

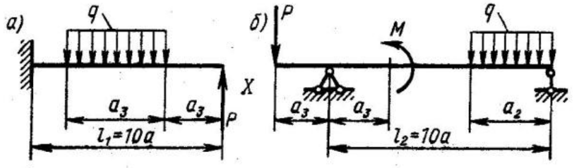
Рис. 14


а)
P
q
a_1
a_2
$l_1=10a$
VI
б)
q
M
P
a_2
a_1
a_3
$l_2=10a$


а)
P
q
a_1
a_2
$l_1=10a$
VII
б)
q
M
a_3
a_2
a_1
$l_2=10a$


а)
P
q
a_1
a_2
$l_1=10a$
VIII
б)
q
M
q
a_3
a_1
a_2
$l_2=10a$


а)
q
P
a_2
a_1
$l_1=10a$
IX
б)
q
M
a_2
a_3
$l_2=10a$


а)
q
a_3
a_3
P
$l_1=10a$
X
б)
P
M
q
a_3
a_3
a_2
$l_2=10a$

При расчете все необходимые данные следует брать из таблиц сортамента и ни в коем случае не заменять части профилей прямоугольниками.

ЗАДАЧА 8

Для заданных двух схем балок (рис. 14) требуется написать выражения Q и M для каждого участка в общем виде, построить эпюры Q и M, найти M_{max} и подобрать: а) для схемы (а) деревянную балку круглого поперечного сечения при $[\sigma] = 8$ МПа; б) для схемы (б) стальную балку двутаврового поперечного сечения при $[\sigma] = 160$ МПа. Данные взять из табл. 6.

ЗАДАЧА 9

Стальная балка пролетом l (в метрах) имеет сечение, состоящее из двутавра и двух приваренных к нему горизонтальных листов (рис. 15). По двум таким балкам, уложенным параллельно, перемещается двухосная тележка крана, несущая полезную нагрузку и собственный вес, в сумме составляющие $2P$, причем на одну ось (на два колеса) передается давление $\frac{n-1}{n}2P$, на другую $\frac{1}{n}2P$, где коэффициент n характеризует распределение общей нагрузки между осями. Таким образом, нагрузки на каждую из балок равны:

$$P_1 = \frac{n-1}{n}P \text{ и } P_2 = \frac{1}{n}P,$$

Таблица 6

№ строки	Схема по рис. 14	l_1	l_2	Расстояния в долях пролета			M, кН·м	Сосредоточенная сила P, кН	q, кН/м
		м		$\frac{a_1}{a}$	$\frac{a_2}{a}$	$\frac{a_3}{a}$			
1	I	1,1	6	1	9	1	10	10	10
2	II	1,2	7	2	8	2	20	20	20
3	III	1,3	3	3	7	3	3	3	3
4	IV	1,4	4	4	6	4	4	4	4
5	V	1,5	5	5	5	5	5	5	5
6	VI	1,6	6	6	6	1	6	6	6
7	VII	1,7	7	7	7	2	7	7	7
8	VIII	1,8	8	8	8	3	8	8	8
9	IX	1,9	9	9	9	4	9	9	9
0	X	2,0	10	10	10	5	10	10	10
	е	д	е	г	д	е	г	д	е

где P — половина общей нагрузки на тележку (рис. 16, *а*)

Остальные данные взять из табл. 7. Требуется: 1) вычислить момент сопротивления сечения и наибольший изгибающий момент, который балка может безопасно выдержать при $[\sigma] = 160$ МПа; 2) определить наиболее невыгодное положение тележки в пролете, при котором изгибающий момент получает наибольшее значение; 3) найти наибольшую силу P (половину общей нагрузки на тележку), которую балка может безопасно выдержать (собственный вес балки не учитывать); 4) рассчитать сварные швы, прикрепляющие листы к двутавру, по наибольшей поперечной силе (когда больший груз тележки стоит у опоры балки); $[\tau] = 90$ МПа.

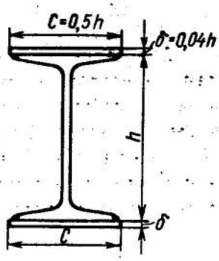


Рис. 15

Указания. Если первый (левый) груз больше второго (правого), то эпюра изгибающих моментов при опасном положении нагрузки будет иметь вид, указанный на рис. 16, *б*. Левая опорная реакция

$$A = \frac{P_1(l-x)}{l} + \frac{P_2(l-x-a)}{l} = \frac{P(n-1)(l-x)}{nl} + \frac{P(l-x-a)}{nl} = \frac{P}{l}\left(l - x - \frac{a}{n}\right).$$

Наибольший изгибающий момент под силой P_1

$$M_1 = Ax = \frac{Px}{l}\left(l - x - \frac{a}{n}\right);$$

он изменяется по закону параболы.

Приравняв нулю первую производную от M_1 по x, найдем положение сечения, в котором возникает максимальный изгибающий момент, и вычислим величину M_1 в зависимости от силы P.

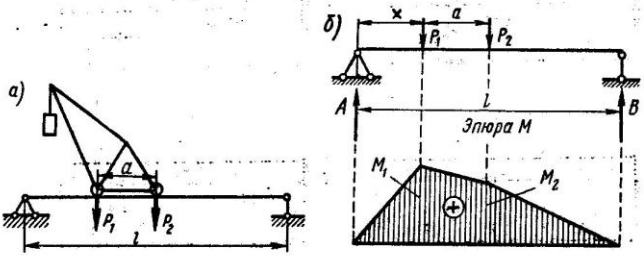


Рис. 16

Для балки, изображенной на рис. 17, требуется: 1) найти изгибающий момент на левой опоре (в долях ql^2); 2) построить эпюры Q и M; 3) построить эпюру прогибов, вычислив три ординаты в пролете и две на консоли. Данные взять из табл. 8.

У к а з а н и я. Для ответа на первый вопрос нужно выбрать основную систему в виде свободно лежащей на двух опорах балки и составить уравнение деформаций, выражающее мысль, что суммарный угол

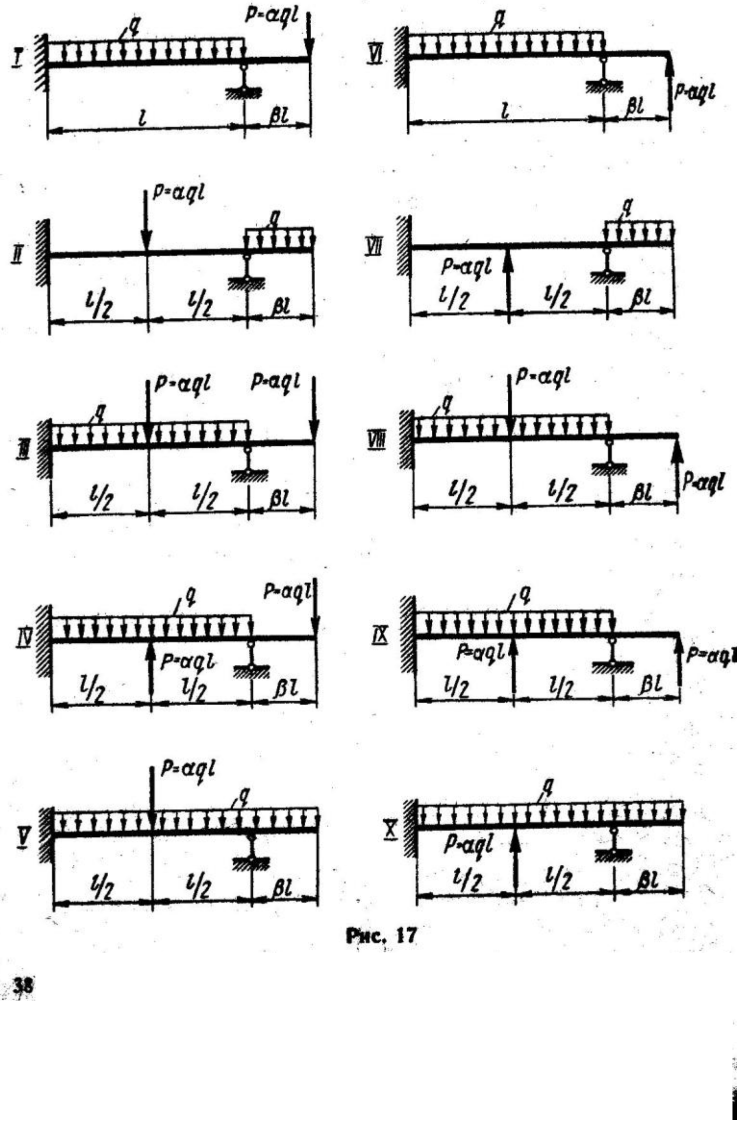


Рис. 17

№ строки	№ двутавра	Пролет балки l, м	Расстояние между осями тележки a, м	Коэффициент, n
1	60	11	2,1	2,1
2	65	12	2,2	2,2
3	70	13	2,3	2,3
4	30	4	2,4	2,4
5	33	5	2,5	2,5
6	36	6	1,6	2,6
7	40	7	1,7	2,7
8	45	8	1,8	2,8
9	50	9	1,9	2,9
0	55	10	2,0	3,0
	г	г	д	е

№ строки	Схема		α	β	k
	по рис. 17	по рис. 18			
1	I	I	0,1	0,1	1,5
2	II	II	0,2	0,2	2
3	III	III	0,3	0,3	3
4	IV	IV	0,4	0,4	4
5	V	V	0,5	0,5	5
6	VI	VI	0,6	0,6	6
7	VII	VII	0,7	0,7	7
8	VIII	VIII	0,8	0,8	8
9	IX	IX	0,9	0,9	9
0	X	X	1,0	1,0	10
	е	е	г	д	е

поворота на левой опоре от заданной нагрузки и от опорного момента равен нулю.

Можно также решить задачу иначе, составив два уравнения: 1) уравнение статики в виде суммы моментов всех сил относительно правой опоры; 2) уравнение метода начальных параметров, выражающее ту мысль, что прогиб на правой опоре равен нулю. Из этих двух уравнений можно найти изгибающий момент и реакцию на левой опоре (M_0 и Q_0).

Для ответа на третий вопрос целесообразнее всего использовать метод начальных параметров, так как два начальных параметра (y_0 и θ_0) известны, а два других (M_0 и Q_0) будут найдены в процессе выполнения первых двух пунктов контрольной работы.

При построении эпюры прогибов надо учесть, что упругая линия балки обращена выпуклостью вниз там, где изгибающий момент положительный, и выпуклостью вверх там, где он отрицательный. Нулевым точкам эпюры M соответствуют точки перегиба упругой линии.

ЗАДАЧА 11

Определить прогиб свободного конца балки переменного сечения (рис. 18). Данные взять из табл. 8.

ЗАДАЧА 12

Деревянная балка (рис. 19) прямоугольного поперечного сечения нагружена вертикальной силой P в точке A и горизонтальной силой P в точке B (обе точки расположены на оси балки). На опорах балки

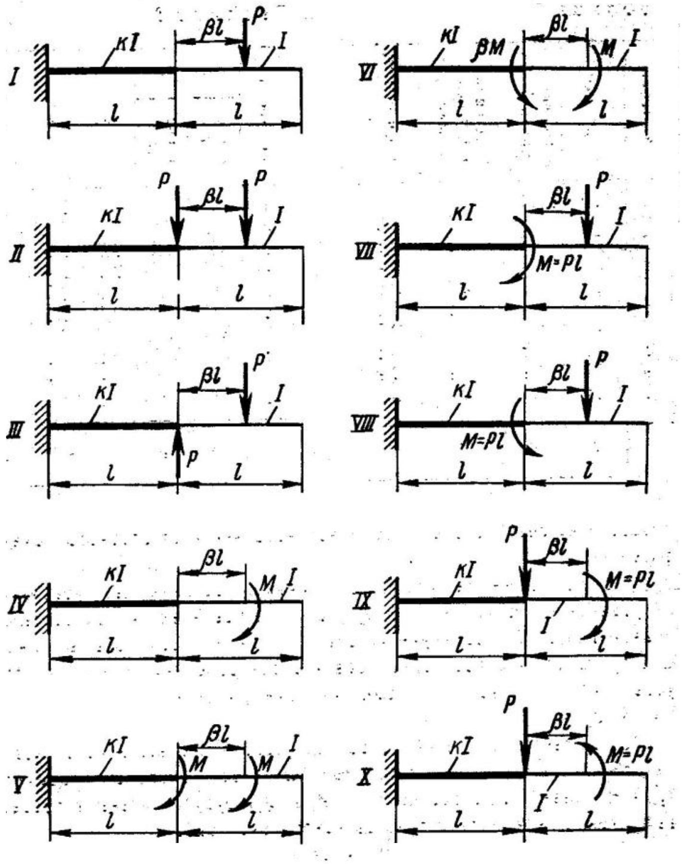


Рис. 18

могут возникнуть как вертикальные реакции, так и горизонтальные реакции, направленные перпендикулярно плоскости чертежа. Требуется:

1) построить эпюры $M_{верт}$ и $M_{гор}$ и установить положение опасного сечения;

2) подобрать размеры поперечного сечения h и b при допускаемом напряжении $[\sigma] = 8$ МПа;

3) определить положение нейтральной линии в опасном сечении балки и построить для этого сечения эпюру нормальных напряжений в аксонометрии. Данные взять из табл. 9.

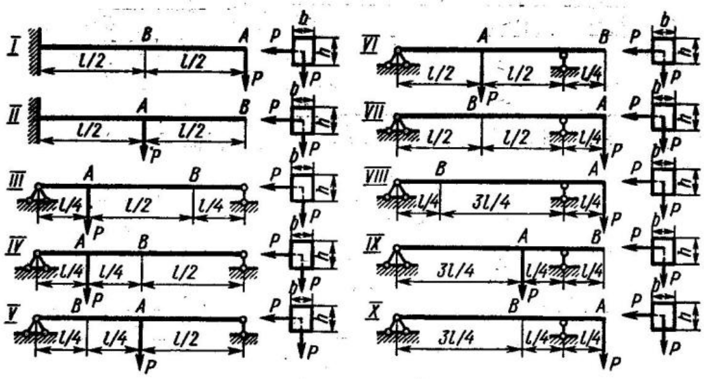


Рис. 19

ЗАДАЧА 13

Чугунный короткий стержень, поперечное сечение которого изображено на рис. 20, сжимается продольной силой P, приложенной в точке A. Требуется: 1) вычислить наибольшее растягивающее и наибольшее сжимающее напряжения в поперечном сечении, выразив эти напряжения через P, и размеры сечения; 2) найти допускаемую нагрузку P при заданных размерах сечения и допускаемых напряжениях для чугуна на сжатие $[\sigma_c]$ и на растяжение $[\sigma_p]$. Данные взять из табл. 10.

Таблица 9

№ строки	Схема по рис. 19	P, кН	l, м	h/b
1	I	1	1,1	1,1
2	II	2	1,2	1,2
3	III	3	1,3	1,3
4	IV	4	1,4	1,4
5	V	5	1,5	1,5
6	VI	6	1,6	1,6
7	VII	7	1,7	1,7
8	VIII	8	1,8	1,8
9	IX	9	1,9	1,9
0	X	10	2,0	2,0
	е	г	д	е

Таблица 10

№ строки	Схема по рис. 20	a	b	$[\sigma_c]$	$[\sigma_p]$
		см		МПа	
1	I	6	6	110	21
2	II	2	2	120	22
3	III	3	3	130	23
4	IV	4	4	140	24
5	V	5	5	150	25
6	VI	6	6	60	26
7	VII	2	2	70	27
8	VIII	3	3	80	28
9	IX	4	4	90	29
0	X	5	5	100	30
	е	г	д	г	д

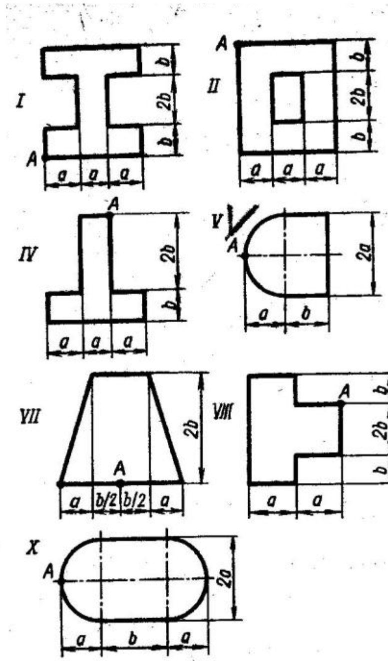


Рис. 20

ЗАДАЧА 14

На рис. 21 изображена в аксонометрии ось ломаного стержня круглого поперечного сечения, расположенная в горизонтальной плоскости и имеющая прямые углы в точках A и B. На стержень действует вертикальная нагрузка. Требуется: 1) построить отдельно (в аксонометрии) эпюры изгибающих и крутящих моментов; 2) установить опасное сечение и найти для него расчетный момент по четвертой теории прочности. Данные взять из табл. 11

Таблица 11

№ строки	Схема по рис. 21	α	№ строки	Схема по рис. 21	α
1	I	1,1	6	VI	0,6
2	II	1,2	7	VII	0,7
3	III	1,3	8	VIII	0,8
4	IV	1,4	9	IX	0,9
5	V	1,5	0	X	1,0
	д	е		д	е

ЗАДАЧА 15

Шкив с диаметром D_1 и с углом наклона ветвей ремня к горизонту α_1 делает n оборотов в минуту и передает мощность N кВт. Два других шкива имеют одинаковый диаметр D_2 и одинаковые углы наклона ветвей ремня к горизонту α_2 и каждый из них передает мощность $N/2$ (рис. 22). Требуется: 1) определить моменты, приложенные к шкивам, по заданным N и n; 2) построить эпюру крутящих моментов $M_{кр}$; 3) определить окружные усилия t_1 и t_2, действующие на шкивы, по найденным моментам и заданным диаметрам шкивов D_1 и D_2; 4) определить давления на вал, принимая их равными трем окружным усилиям; 5) определить силы, изгибающие вал в горизонтальной и верти-

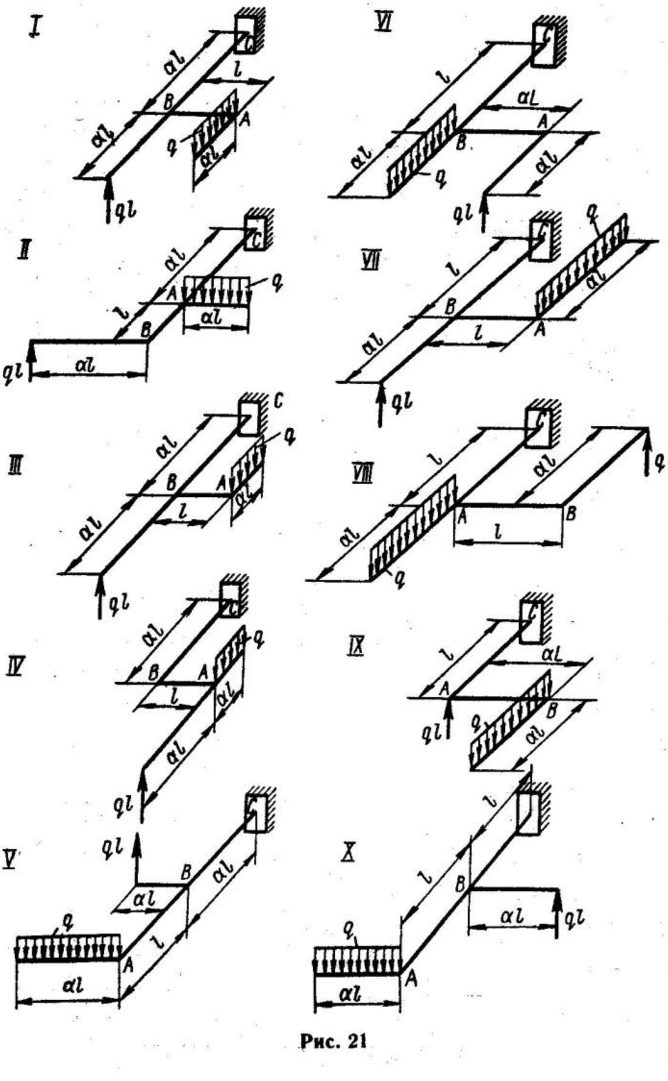


Рис. 21

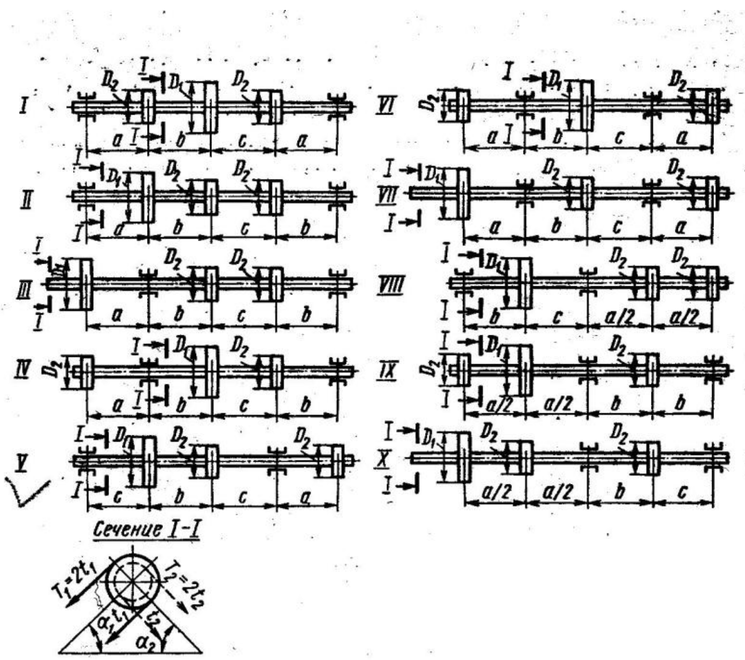


Рис. 22

Таблица 12

№ строки	Схема по рис. 22	N, кВт	n, об/мин	a	b	c	D_1	D_2	α_1^0	α_2^0
				м						
1	I	10	100	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	10	10
2	II	20	200	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	20	20
3	III	30	300	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	30	30
4	IV	40	400	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	40	40
5	V	50	500	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	50	50
6	VI	60	600	1,6	1,6	1,6	0,6	0,6	60	60
7	VII	70	700	1,7	1,7	1,7	0,7	0,7	70	70
8	VIII	80	800	1,8	1,8	1,8	0,8	0,8	80	80
9	IX	90	900	1,9	1,9	1,9	0,9	0,9	90	90
0	X	100	1000	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0	0
	е	д	е	г	д	е	д	е	д	е

кальной плоскостях (вес шкивов и вала не учитывать); 6) построить эпюры изгибающих моментов от горизонтальных сил $M_{гор}$ и от вертикальных сил $M_{верт}$; 7) построить эпюру суммарных изгибающих моментов, пользуясь формулой $M_{изг} = \sqrt{M^2_{гор} + M^2_{верт}}$ (для каждого поперечного сечения вала имеется своя плоскость действия суммарного изгибающего момента, но для круглого сечения можно совместить плоскости $M_{изг}$ для всех поперечных сечений и построить суммарную эпюру в плоскости чертежа; при построении эпюры надо учесть, что для некоторых участков вала она не будет прямолинейной); 8) при помощи эпюр $M_{кр}$ (см. п. 2) и $M_{изг}$ (см. п. 7) найти опасное сечение и определить максимальный расчетный момент (по третьей теории прочности); 9) подобрать диаметр вала d при $[\sigma] = 70$ МПа и округлить его значение (см. задачу 5). Данные взять из табл. 12.

ЗАДАЧА 16

Построить эпюры M, N, Q и найти значения нормальных напряжений в опасном сечении кривого стержня (рис. 23). Данные взять из табл. 13.

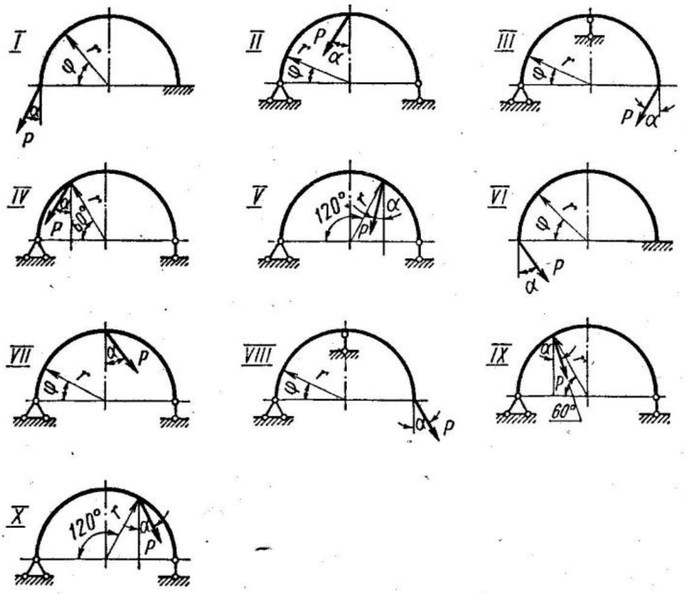
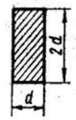
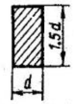
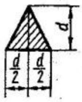
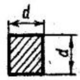


Рис. 23

Таблица 13

№ строки	Схема по рис. 23	α°	P, Н	r	d	Форма сечения
				см		
1	I	10	1100	21	4,1	
2	II	20	1200	22	4,2	
3	III	30	1300	23	4,3	
4	IV	40	1400	24	4,4	
5	V	50	1500	25	4,5	
6	VI	60	1600	26	4,6	
7	VII	70	1700	17	4,7	
8	VIII	80	1800	18	4,8	
9	IX	90	1900	19	4,9	
0	X	0	2000	20	5,0	
	е	д	е	г	д	е

Указания. Силу P следует разложить на два направления: вертикальное и горизонтальное. Далее надо найти опорные реакции; для произвольного сечения, определяемого полярными координатами r и φ, написать выражения M, N, Q и, давая различные значения φ (не реже чем через 30°), построить эпюры по точкам.

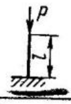
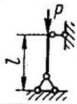
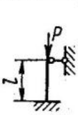
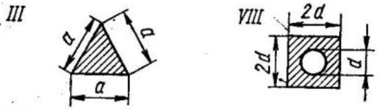
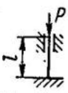
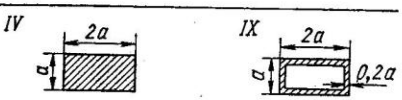
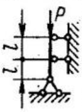
При определении радиуса кривизны нейтрального слоя r_0 необходимо вычисления производить точно, так как величина r_0 близка к величине r и при определении c придется иметь дело с малой разностью величин r и r_0.

Для проверки вычислений рекомендуется воспользоваться приближенной формулой $c = I/rF$, где I — момент инерции поперечного сечения относительно центральной оси; F — площадь поперечного сечения.

ЗАДАЧА 17

Стальной стержень длиной l сжимается силой P. Требуется: 1) найти размеры поперечного сечения при допускаемом напряжении на простое сжатие $[\sigma] = 160$ МПа (расчет производить последовательными приближениями, предварительно задавшись коэффициентом $\varphi = 0{,}5$); 2) найти критическую силу и коэффициент запаса устойчивости. Данные взять из табл. 14.

Таблица 14

№ строки	P, кН	l, м	Схема закрепления концов стержня	Форма сечения стержня
1 2	100 200	2,1 2,2		
3 4	300 400	2,3 2,4		
5 6	500 600	2,5 2,6		
7 8	700 800	2,7 2,8		
9 0	900 1000	2,9 3,0		
	г	д	д	е

ЗАДАЧА 18

На рис. 24, *а* изображена нагруженная в своей плоскости рама, вертикальные элементы которой имеют моменты инерции I, а горизонтальные элементы — kI; на рис. 24, *б* изображена нагруженная перпендикулярно своей плоскости рама, сделанная из стержня круглого поперечного сечения ($G = 0{,}4E$). Требуется для обеих рам: 1) установить степень статической неопределимости и выбрать основную систему; 2) написать канонические уравнения; 3) построить эпюры M от единичных сил и от заданной нагрузки; 4) найти перемещения; 5) найти

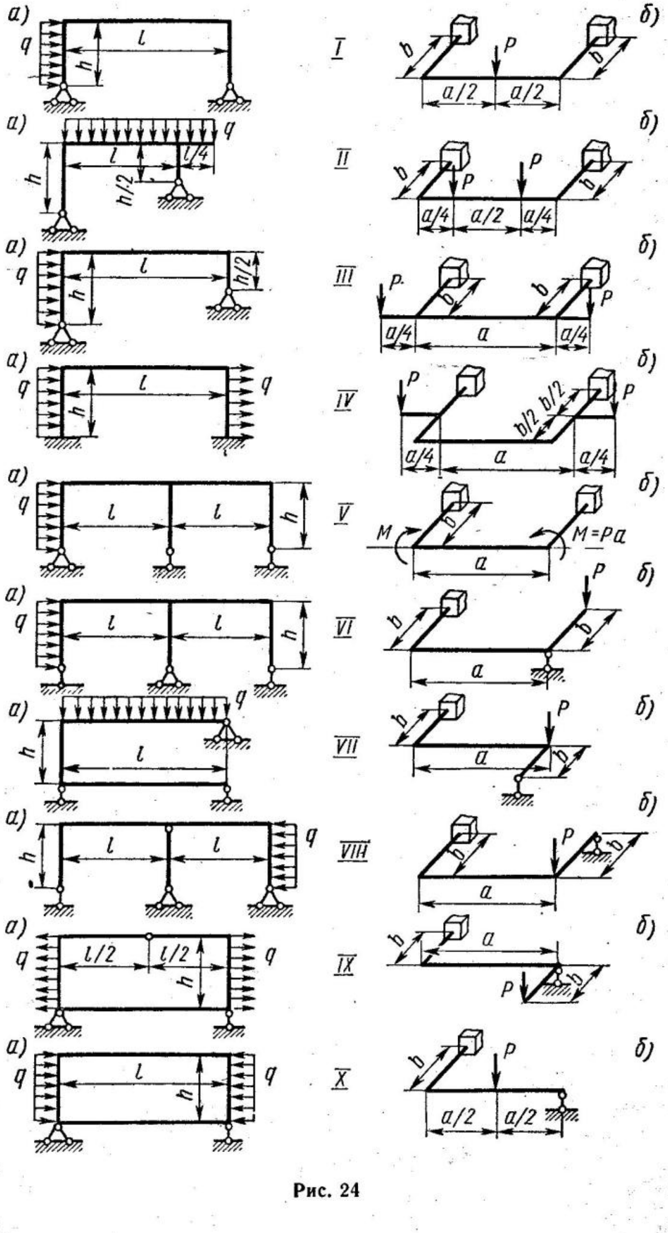


Рис. 24

величины лишних неизвестных; 6) построить окончательные эпюры внутренних силовых факторов: M, N и Q для схемы на рис. 24, *а* и $M_и$, $M_к$ и Q для схемы на рис. 24, *б*. Данные взять из табл. 15.

Таблица 15

№ строки	Схема рамы	l	h	q, кН/м	k	P, Н	a	b
		м					м	
1	I	11	2	15	1,1	1100	1,1	1,1
2	II	12	3	20	1,2	1200	1,2	1,2
3	III	3	4	30	1,3	1300	1,3	1,3
4	IV	4	5	4	1,4	1400	1,4	1,4
5	V	5	6	5	1,5	1500	1,5	1,5
6	VI	6	2	6	1,6	600	0,6	0,6
7	VII	7	3	7	1,7	700	0,7	0,7
8	VIII	8	4	8	1,8	800	0,8	0,8
9	IX	9	5	9	1,9	900	0,9	0,9
0	X	10	6	10	2,0	1000	1,0	1,0
	е	*г*	*д*	*е*	*в*	*г*	*д*	*е*

ЗАДАЧА 19

На двух балках двутаврового сечения установлен двигатель весом Q (рис. 25), делающий n оборотов в минуту. Центробежная сила инерции, возникающая вследствие неуравновешенности вращающихся частей двигателя, равна H. Собственный вес балок и силы сопротивления можно не учитывать. Требуется найти: 1) частоту собственных колебаний ω_0; 2) частоту изменения возмущающей силы ω; 3) коэффициент нарастания колебаний $\beta = \frac{1}{1-(\omega/\omega_0)^2}$ (если коэффициент β, определяемый по этой формуле, окажется отрицательным, то в дальнейшем расчете следует учитывать его абсолютную величину); 4) динамический коэффициент $k_д = 1 + \frac{f_н}{f_Q}\beta = 1 + \frac{H}{Q}\beta$; 5) наибольшее нормальное напряжение в балках $\sigma_д = k_д \sigma_{ст}$. Данные взять из табл. 16.

ЗАДАЧА 20

На двутавровую балку, свободно лежащую на двух жестких опорах (рис. 26), с высоты h падает груз P. Требуется: 1) найти наибольшее нормальное напряжение в балке; 2) решить аналогичную задачу при условии, что правая опора заменена пружиной, податливость которой (т. е. осадка от груза весом 1 кН) равна α; 3) сравнить полученные результаты. Данные взять из табл. 17.

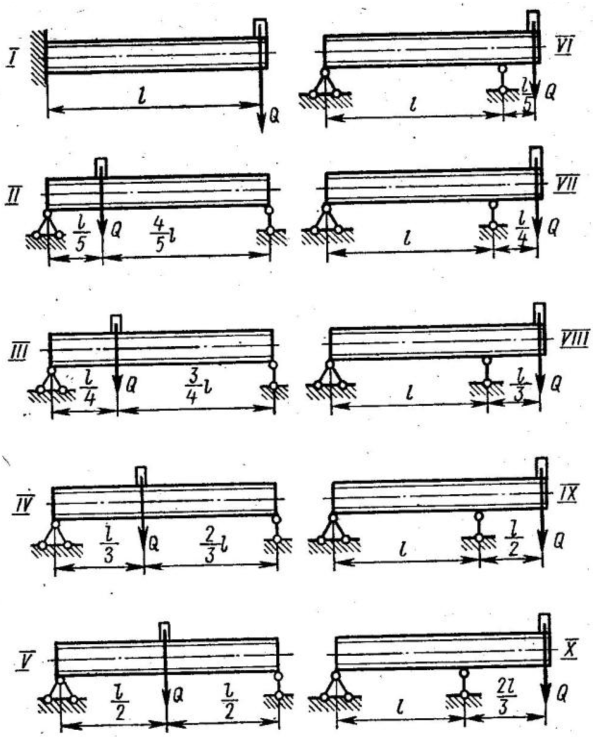


Рис. 25

Таблица 16

№ строки	Схема по рис. 25	№ двутавра	l, м	Q	H	n, об/мин
				кН		
1	I	16	1,1	11	11	400
2	II	18	1,2	12	2	450
3	III	20а	1,3	13	3	500
4	IV	20	1,4	14	4	550
5	V	22а	1,5	15	5	600
6	VI	22	1,6	16	6	650
7	VII	24а	1,7	17	7	700
8	VIII	24	1,8	18	8	750
9	IX	27а	1,9	19	9	800
0	X	27	2,0	20	10	850
	е	д	е	г	д	е

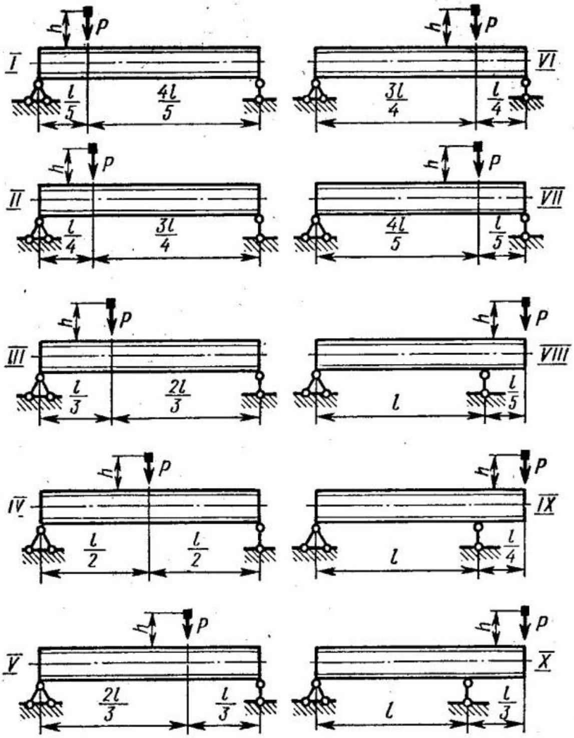


Рис. 26

Таблица 17

№ строки	Схема по рис. 26	№ двутавра	l, м	P, Н	h, см	$10^3\alpha$, м/кН
1	I	20	2,1	1100	11	21
2	II	20а	2,2	1200	12	22
3	III	24	2,3	300	3	23
4	IV	24а	2,4	400	4	24
5	V	27	2,5	500	5	25
6	VI	27а	2,6	600	6	26
7	VII	30	2,7	700	7	27
8	VIII	30а	2,8	800	8	28
9	IX	33	2,9	900	9	29
0	X	36	3,0	1000	10	30
	е	*д*	*е*	*г*	*д*	*е*

β — коэффициент, устанавливающий зависимость между осадкой пружины и перемещением точки приложения силы P, вызванным поворотом всей балки вокруг центра шарнира левой опоры как жесткого целого (коэффициент β находят из подобия треугольников).

ЗАДАЧА 21

Валик и жестко соединенный с ним ломаный стержень того же поперечного сечения вращаются с постоянной угловой скоростью ω вокруг оси AB (рис. 27). Требуется: 1) построить эпюру изгибающих моментов

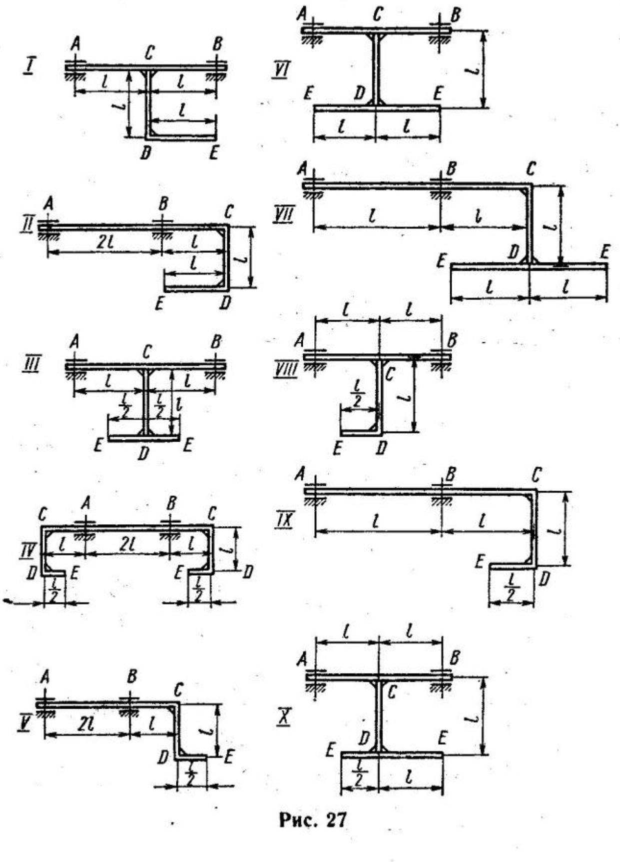


Рис. 27

от сил инерции, возникающих на вертикальном CD и горизонтальном DE участках ломаного стержня; силы инерции самого валика можно не учитывать (при изображенном на рис. 27 положении ломаного стержня силы инерции складываются с силами собственного веса, но последними ввиду их незначительности при построении эпюры M можно пренебречь); 2) найти допускаемое число оборотов валика в минуту при допускаемом напряжении $[\sigma] = 100$ МПа и $\gamma = 78$ кН/м^3. Данные взять из табл. 18.

Указания. Для упрощения вычислений рекомендуется производить их сначала в общем виде, обозначив интенсивность сил инерции на горизонтальном участке через q. Равнодействующие сил инерции на горизонтальном и вертикальном участках, опорные реакции, ординаты эпюры M надо выразить через q и l.

ЗАДАЧА 22

В опасном сечении вала с диаметром d действует крутящий момент $M_к$ и изгибающий момент $M_и$. Вал сделан из углеродистой стали (предел прочности которой равен $\sigma_в$, а предел текучести $\sigma_т$) и не имеет резких переходов, выточек, канавок; поверхность его чисто обработана резцом.

Определить коэффициент запаса прочности в опасном сечении вала, приняв нормальные напряжения изгиба изменяющимися по симметричному циклу, а касательные напряжения кручения — по пульсирующему циклу (от нуля до максимального значения).

Коэффициенты концентрации напряжений и масштабные коэффициенты можно считать соответственно одинаковыми для нормальных и для касательных напряжений. Данные взять из табл. 19.

Таблица 18

№ строки	Схема по рис. 27	l, см	Диаметр валика d, мм
1	I	15	21
2	II	20	22
3	III	25	23
4	IV	30	24
5	V	35	25
6	VI	40	16
7	VII	45	17
8	VIII	50	18
9	IX	55	19
0	X	60	20
	е	д	г

Таблица 19

№ строки	d, мм	$M_к$	$M_и$	$\sigma_в$	$\sigma_т$
		Н · м		МПа	
1	31	210	210	510	240
2	32	220	220	520	240
3	33	230	230	530	250
4	34	240	240	540	250
5	35	250	250	550	260
6	36	260	260	560	260
7	37	270	270	570	270
8	38	280	280	580	270
9	39	290	290	590	280
0	40	300	300	600	280
	е	д	е	д	д

Порядок выполнения решения: 1) найти максимальные нормальные напряжения и максимальные касательные напряжения; 2) по эмпирическим формулам найти предел текучести при кручении и пределы выносливости при кручении и изгибе; 3) найти действительный коэффициент концентрации напряжений по формуле $k = 1{,}2 + 0{,}2\dfrac{\sigma_в - 40}{110}$; 4) найти масштабный коэффициент по формуле $\beta_м = 1{,}2 + 0{,}1(d - 3)$, где d — в сантиметрах; 5) найти коэффициенты запаса прочности по нормальным и касательным напряжениям; 6) найти общие коэффициенты запаса прочности по усталостному разрушению и текучести.