**ТМ-9 частина 1**

Визначити закони руху тіл 2 та 3 (рис. 1), а також абсолютну швидкість та прискорення точки *М*, якщо відомо: закон руху тіла 1 *S*1 = 5*t*2, м; зовнішній радіус тіла 2 *R*2 = 1 м, внутрішній радіус тіла 2 *r*2 = 0,5 м, радіус тіла 3 *R*3 = 0,75 м, момент часу *t* = 1 c.



Рисунок 1 – Вихідна схема

**Розв’язання**

|  |  |
| --- | --- |
| Дано: *S*1 = 5*t*2, м*R*2 = 1 м*r*2 = 0,5 м*R*3 = 0,75 м*t* = 1 cЗнайти:*φ*2, *φ*3, *vM*, *aM* |  |
|  | Рисунок 2 **–** Розрахункова схема |

Складемо розрахункову схему (рис. 2). На ній позначимо – допоміжні точки *A*, *B*, *C*, *D*, *P*, напрямки руху тіл 2 та 3, напрямки кутової швидкості *ω*3 та кутового прискорення *ε*3 тіла 3, та вектор абсолютної швидкості *vM*.

Тіло 1 рухається поступально, тіло 2 має обертальний рух, тіло 3 – плоско-паралельний рух. Тіло 1 та точка *А* пов’язані ідеальною ниткою (такою, що не розтягується). Точки *B* та *D*, *P* та опора – також пов’язані ідеальними нитками.

З вихідних даних маємо напрямок руху тіла 1. Якщо тіло 1 поступально піднімається вздовж похилої поверхні та пов’язане з точкою *А* ідеальною ниткою, то тіло 2 обертається за годинниковою стрілкою (позначено *φ*2 на рис. 2). Аналогічно визначаємо напрямок руху тіла 3, яке обертається проти годинникової стрілки (позначено *φ*3 на рис. 2).

Якщо нитка ідеальна, то переміщення тіла 1 дорівнює довжині нитки, що намотується на зовнішній радіус тіла 2. Аналогічно, довжина нитки, що розмотується з внутрішнього радіуса тіла 2, дорівнює довжині нитки, що намотується на радіус тіла 3.

Визначимо рівняння кінематичних зв’язків

$S\_{1}=φ\_{2}∙R\_{2}$,

$φ\_{2}∙r\_{2}=φ\_{3}∙2R\_{3}$.

Звідки закони руху тіл 2 та 3

$φ\_{2}=\frac{S\_{1}}{R\_{2}}=\frac{5t^{2}}{1}=5t^{2}, рад$,

$φ\_{3}=\frac{φ\_{2}∙r\_{2}}{2R\_{3}}=\frac{5t^{2}∙0,5}{2∙0,75}=1,67t^{2}, рад$.

Визначимо кутову швидкість *ω*3 та кутове прискорення *ε*3 тіла 3.

$ω\_{3}=\frac{dφ\_{3}}{dt}=\frac{d(1,67t^{2})}{dt}=3,34t, рад/с$,

$ε\_{3}=\frac{dω\_{3}}{dt}=\frac{d(3,34t)}{dt}=3,34, рад/с^{2}$.

Напрямки *ω*3 та *ε*3 – проти годинникової стрілки через те, що вони додатні при додатному *t*.

Тіло 3 рухається плоско-паралельно та підвішене за допомогою ідеальної нитки до опори. Тому центром обертання (миттєвим центром швидкостей) тіла 3 є точка *Р*.

Визначимо абсолютну швидкість точки *М*.

$v\_{M}=ω\_{3}∙MP=3,34t∙\sqrt{2}∙R\_{3}=3,53t, м/с$.

У момент часу *t* = 1 c

$v\_{M}=3,53∙1=3,53 м/с$.

Абсолютне прискорення точки тіла, що рухається плоско-паралельно, визначається як векторна сума прискорення полюса $\overline{a\_{C}}$ та нормального $\overline{a\_{MC}^{n}}$ та тангенціального прискорення $\overline{a\_{MC}^{τ}}$ точки навколо цього полюса. В якості полюса обирається точка, прискорення якої відомо або легко знайти. Призначимо полюсом точку *С* через те, що вона є центром мас тіла 3 та рухається поступально.

$$\overline{a\_{M}}=\overline{a\_{C}}+\overline{a\_{MC}^{n}}+\overline{a\_{MC}^{τ}}$$

Визначимо прискорення точки *С*

$S\_{C}=φ\_{3}∙CP=1,67t^{2}∙R\_{3}=1,25t^{2}, м$*,*

$v\_{C}=\frac{dS\_{C}}{dt}=\frac{d(1,25t^{2})}{dt}=2,5t, м/с$*,*

$a\_{C}=\frac{dv\_{C}}{dt}=\frac{d(2,5t)}{dt}=2,5 м/с^{2}$.

Визначимо нормальне та тангенціальне прискорення точки *М* відносно полюса *С* у момент часу *t* = 1 c

$a\_{MC}^{n}=ω\_{3}^{2}∙MC=\left(3,34t\right)^{2}∙R\_{3}=8,37 (м/с^{2})$,

$a\_{MC}^{τ}=ε\_{3}∙MC=3,34∙R\_{3}=2,51 (м/с^{2})$.

Для визначення абсолютного прискорення точки *М* спроектуємо вектори визначених прискорень на осі координат *x* та *y* (рис. 3). Зазначимо, що нормальне прискорення $a\_{MC}^{n}$ спрямовано від точки *М* до полюса *С*, а тангенціальне прискорення $a\_{MC}^{τ}$ – перпендикулярно до нормального прискорення у напрямку кутового прискорення $ε\_{3}$.



Рисунок 3 **–** Розрахункова схема прискорень

Тоді абсолютне прискорення *aM* точки *М*

$$a\_{M}=\sqrt{\left(\sum\_{}^{}a\_{ix}\right)^{2}+\left(\sum\_{}^{}a\_{iy}\right)^{2}}=\sqrt{\left(a\_{MC}^{τ}\right)^{2}+\left(a\_{C}-a\_{MC}^{n}\right)^{2}}==\sqrt{2,51^{2}+\left(2,5-8,37\right)^{2}}=6,38 (м/с^{2}).$$

**Відповідь:** $φ\_{2}=5t^{2}, рад$, $φ\_{3}=1,67t^{2}, рад$, $v\_{M}=3,53 м/с$, $a\_{M}=6,38 м/с^{2}$.